

Развертки поверхностей

Поверхность называется **развертывающейся**, если она путем изгиба может быть совмещена с плоскостью без образования складок и разрывов.

Плоская фигура, полученная в результате совмещения поверхности с плоскостью, называется **развёрткой**.

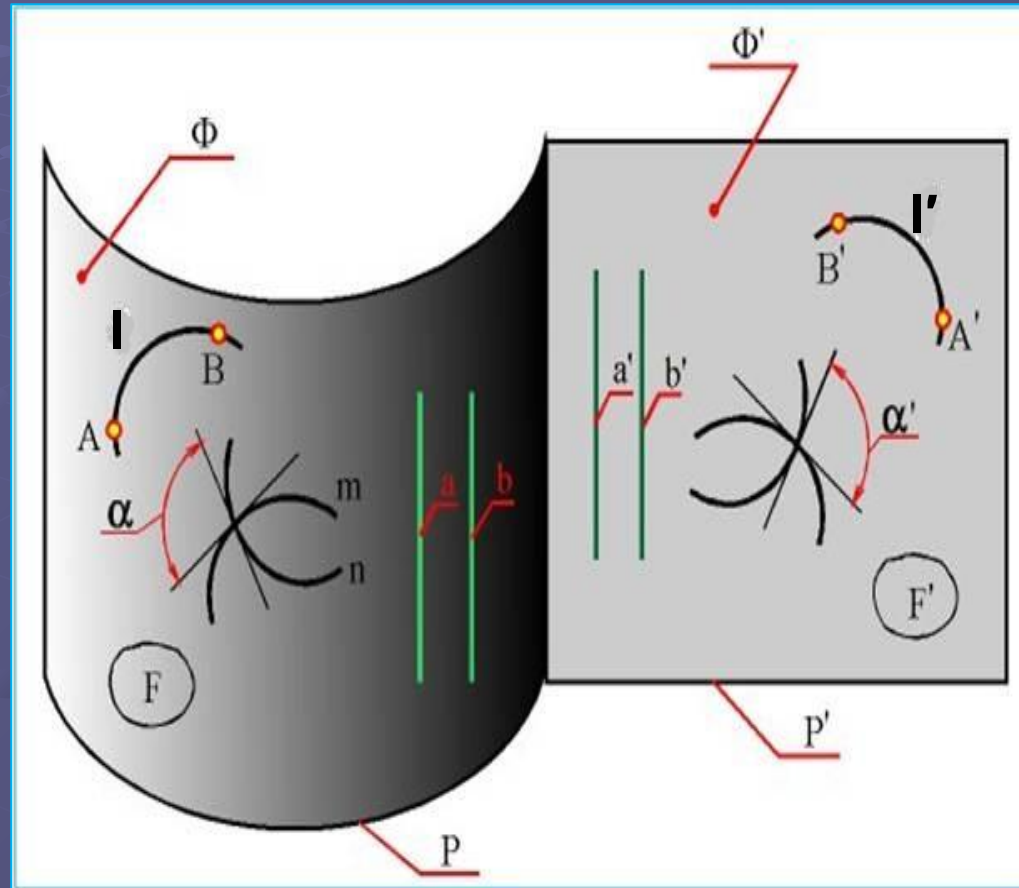
Свойством развёртываемости обладают:

- многогранные поверхности,
- конические,
- цилиндрические.

Между поверхностью и её развёрткой существует взаимно–однозначное соответствие.

Свойства разверток

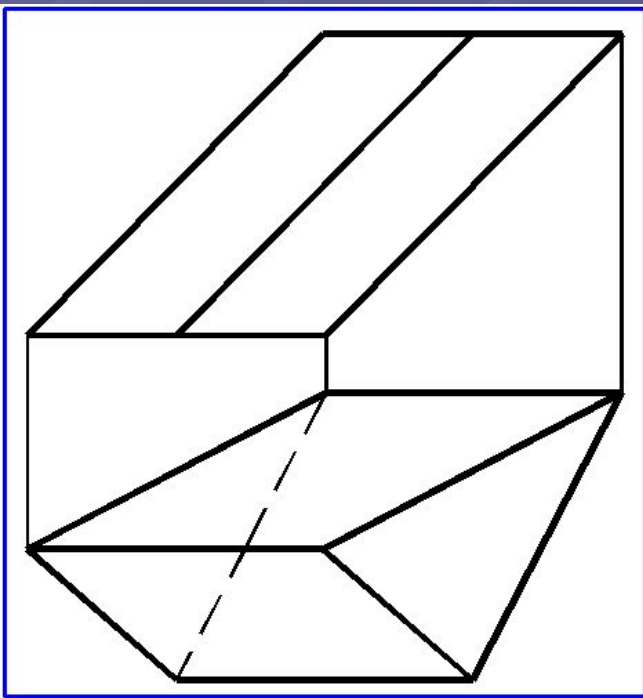
- Длина участка AB линии l на поверхности равна длине участка $A'B'$ соответствующей линии l' на развертке.
- Прямой линии на поверхности соответствует прямая на развертке.
- Параллельным прямым на поверхности соответствуют параллельные прямые на развертке.
- Углы между линиями равны.
- Площадь поверхности равна площади развертки.



Не всякой прямой линии на развертке (Φ') соответствует прямая на поверхности (Φ).

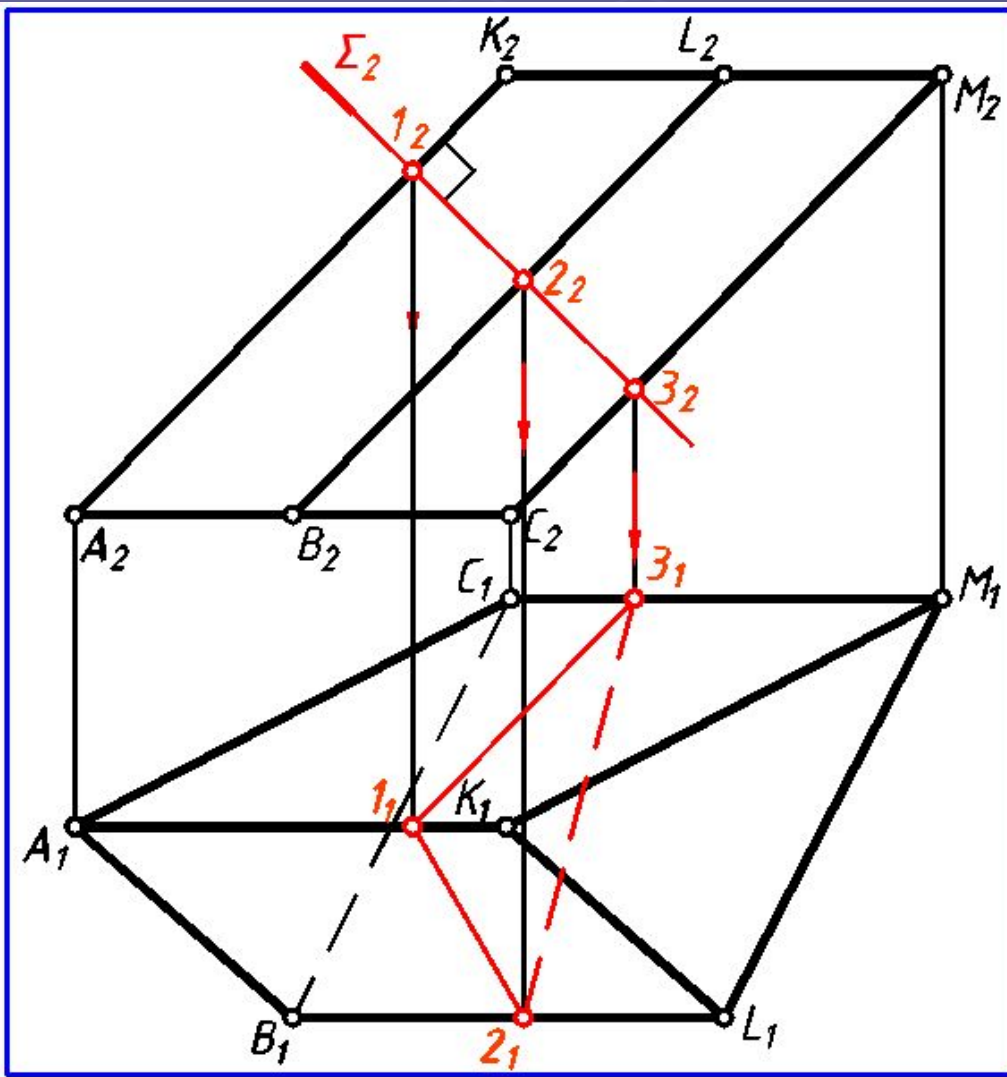
Развертка наклонной призмы (способ нормального сечения)

Задача. Построить развертку наклонной призмы способом нормального сечения.



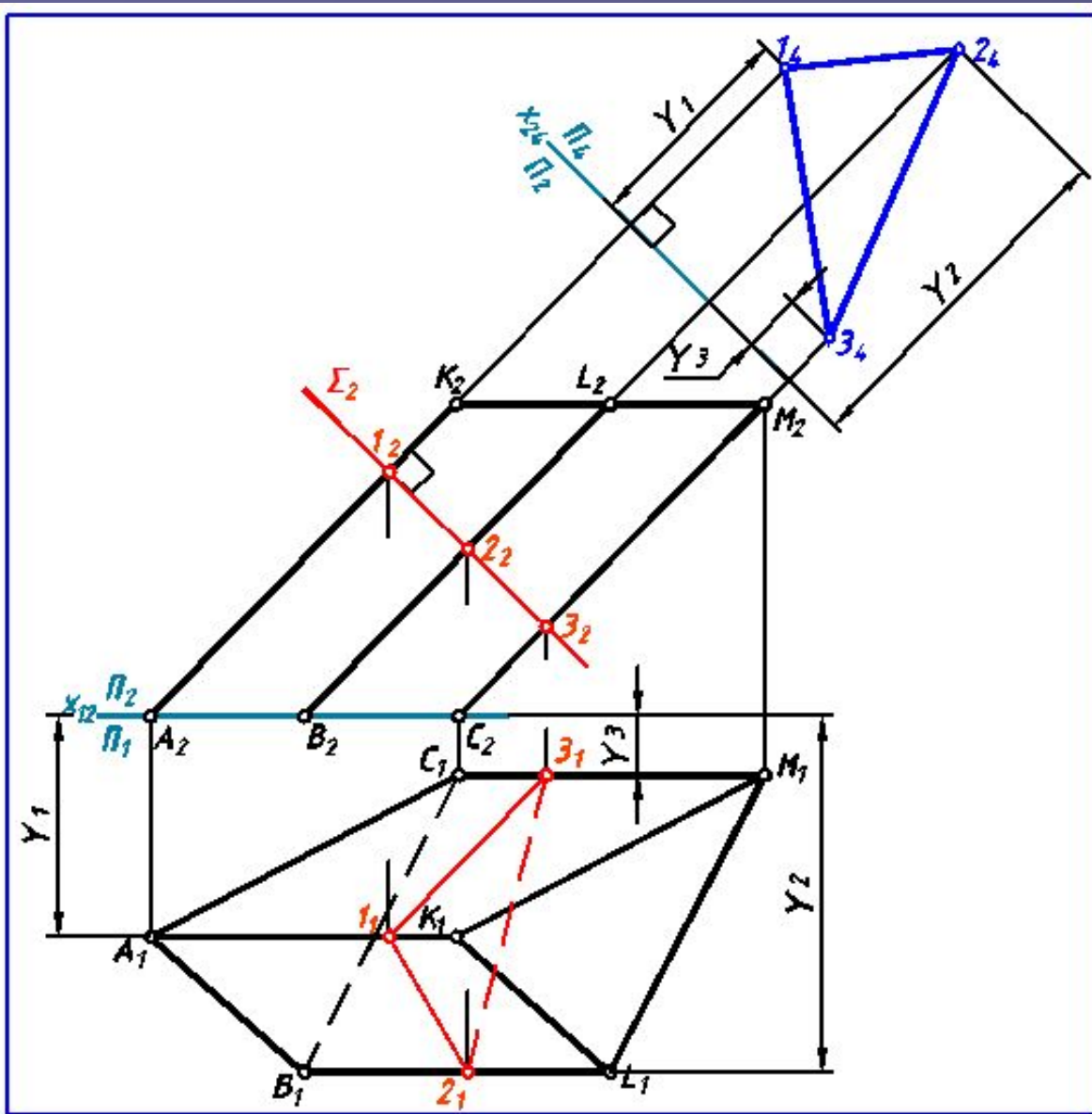
Призма расположена так, что ее боковые ребра параллельны плоскости Π_2 и проецируются на нее в натуральную величину. Стороны оснований являются горизонталями и проецируются на плоскость Π_1 без искажения. Длины сторон каждой грани известны. Боковые грани наклонной призмы являются параллелограммами, которые не могут быть построены по четырем сторонам. Для построения параллелограмма необходимо помимо длины сторон знать еще его высоту. Для определения высот граней пересечем призму плоскостью $\Sigma(\Sigma_2)$, перпендикулярной к ребрам, и определим истинную величину сечения способом замены плоскостей проекций. Стороны этого нормального сечения и будут высотами соответствующих граней.

Развертка наклонной призмы (способ нормального сечения)



- Обозначим вершины призмы.
- Пересечем призму плоскостью $\Sigma(\Sigma_2)$, перпендикулярной к ребрам.
- Построим горизонтальную проекцию нормального сечения.

Развертка наклонной призмы (способ нормального сечения)

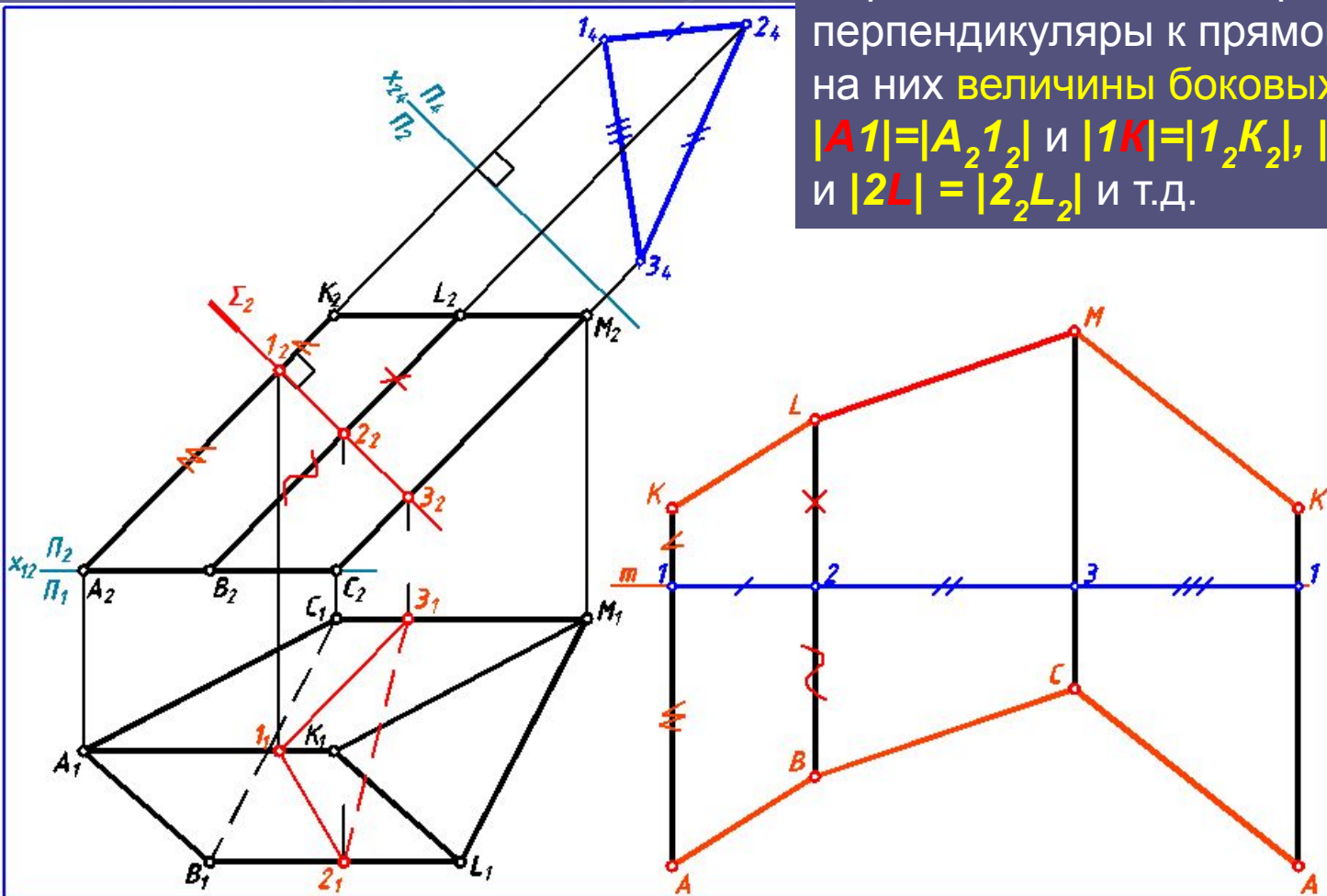


- Определим истинную величину сечения способом замены плоскостей проекций.

Развертка наклонной призмы (способ нормального сечения)

На свободном месте чертежа проводим горизонтальную прямую m и откладываем на ней отрезки $|1-2|=|1_4-2_4|$, $|2-3|=|2_4-3_4|$ и $|3-1|=|3_4-1_4|$.

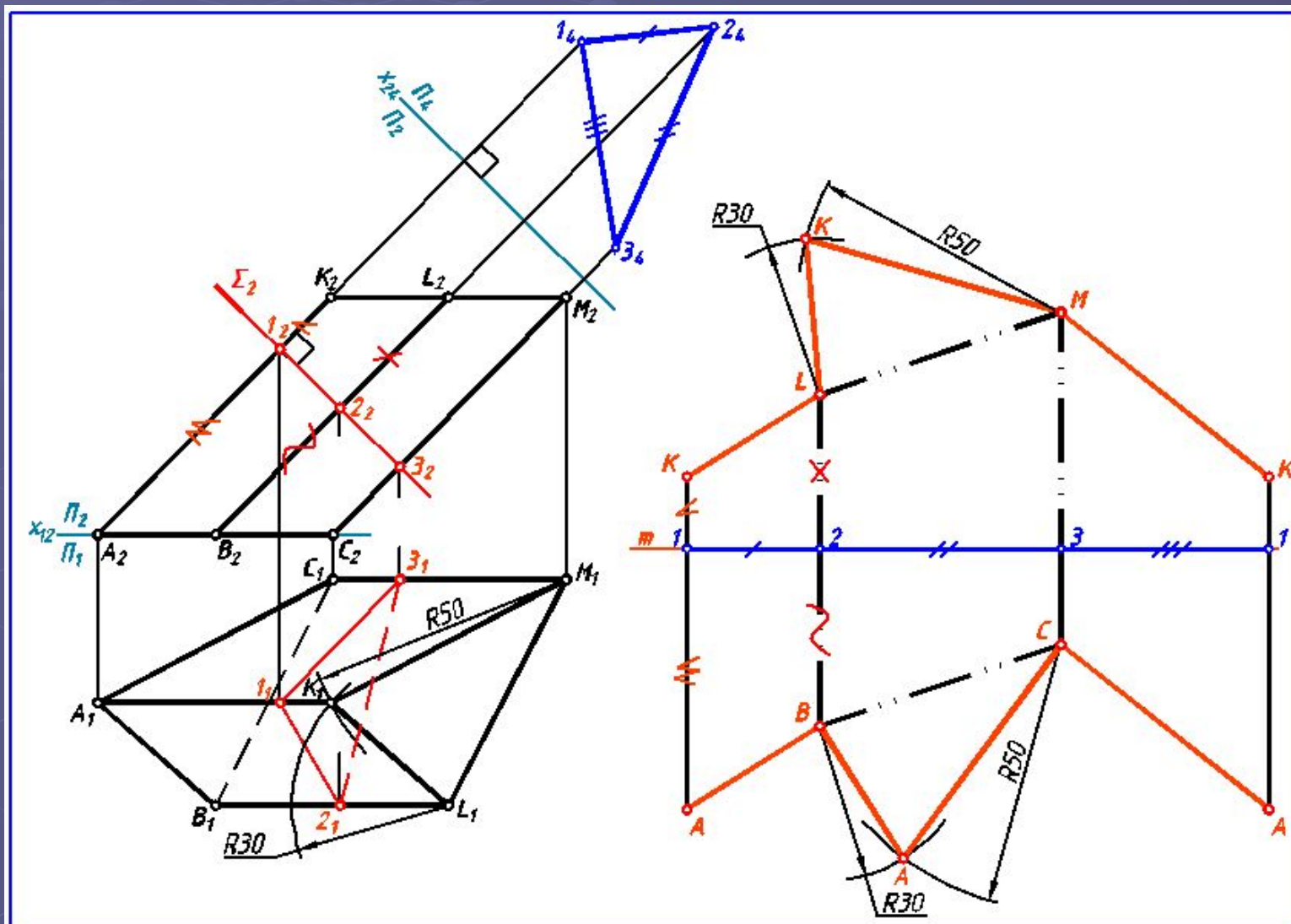
Через точки $1, 2, 3, 1$ проводим перпендикуляры к прямой m и откладываем на них величины боковых ребер так, чтобы $|A1|=|A_2 1_2|$ и $|1K|=|1_2 K_2|$, $|B2|=|B_2 2_2|$ и $|2L|=|2_2 L_2|$ и т.д.



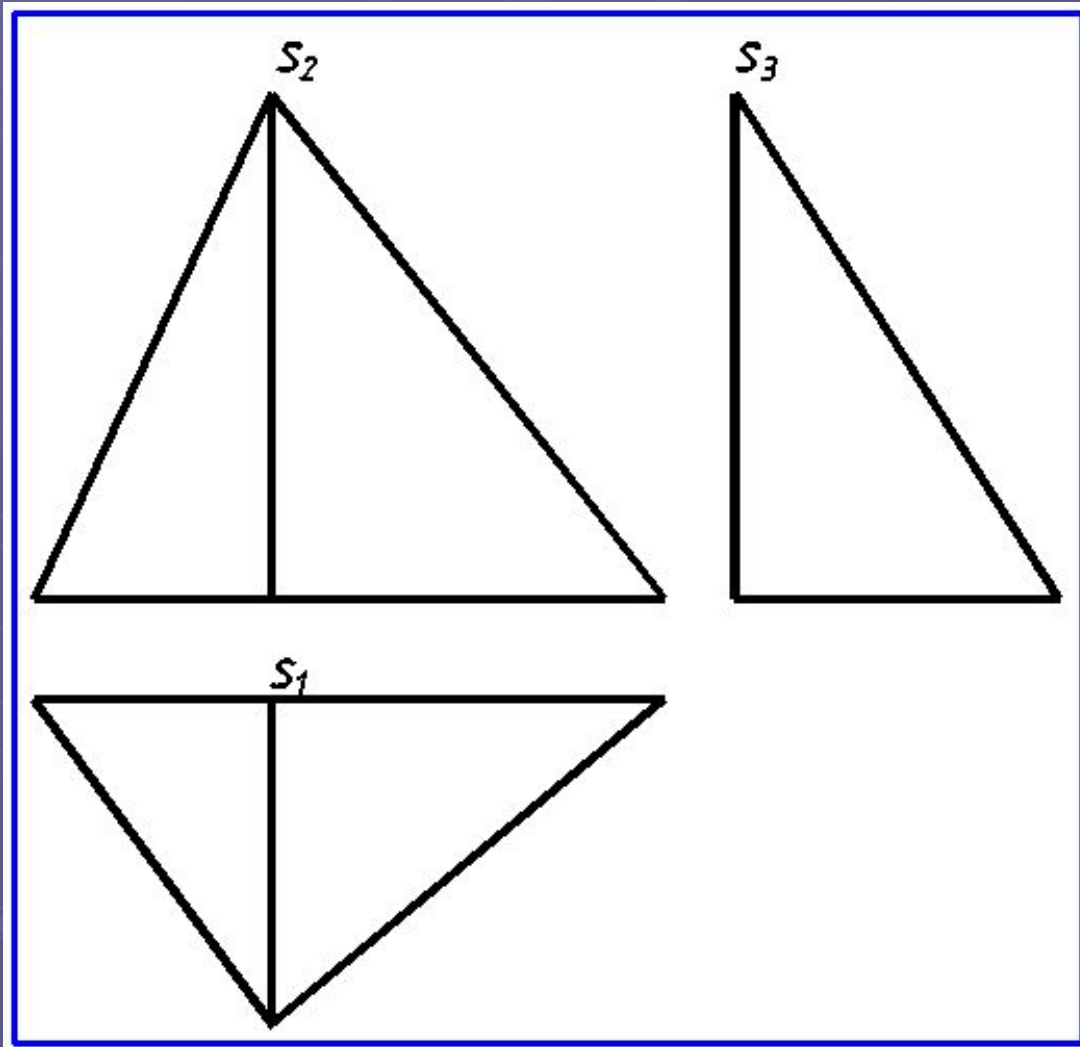
Соединив концы построенных отрезков, получим развертку боковой поверхности призмы.

Развертка наклонной призмы (способ нормального сечения)

Присоединив к развертке боковой поверхности призмы оба основания, получим полную развертку призмы.

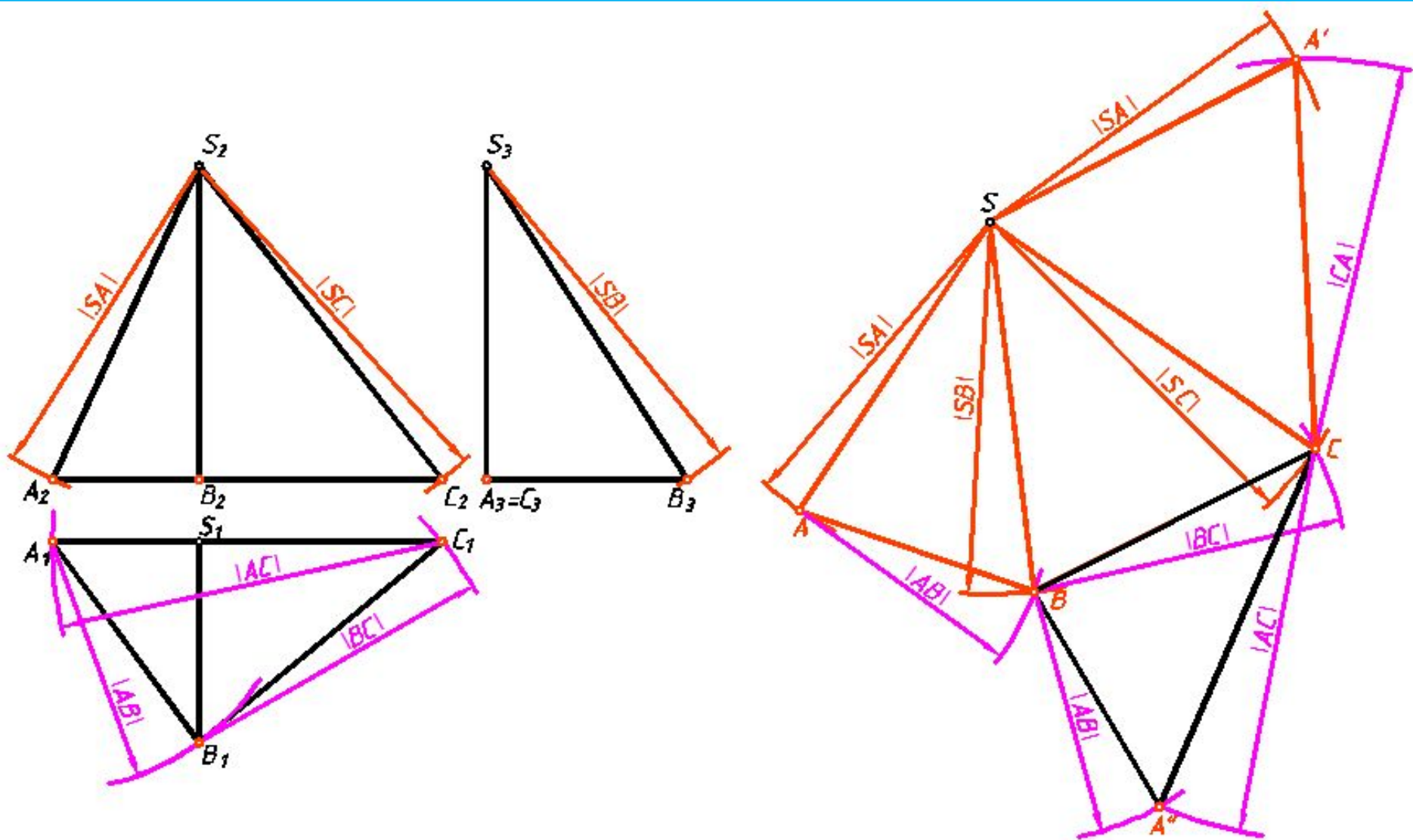


Построение развертки пирамиды

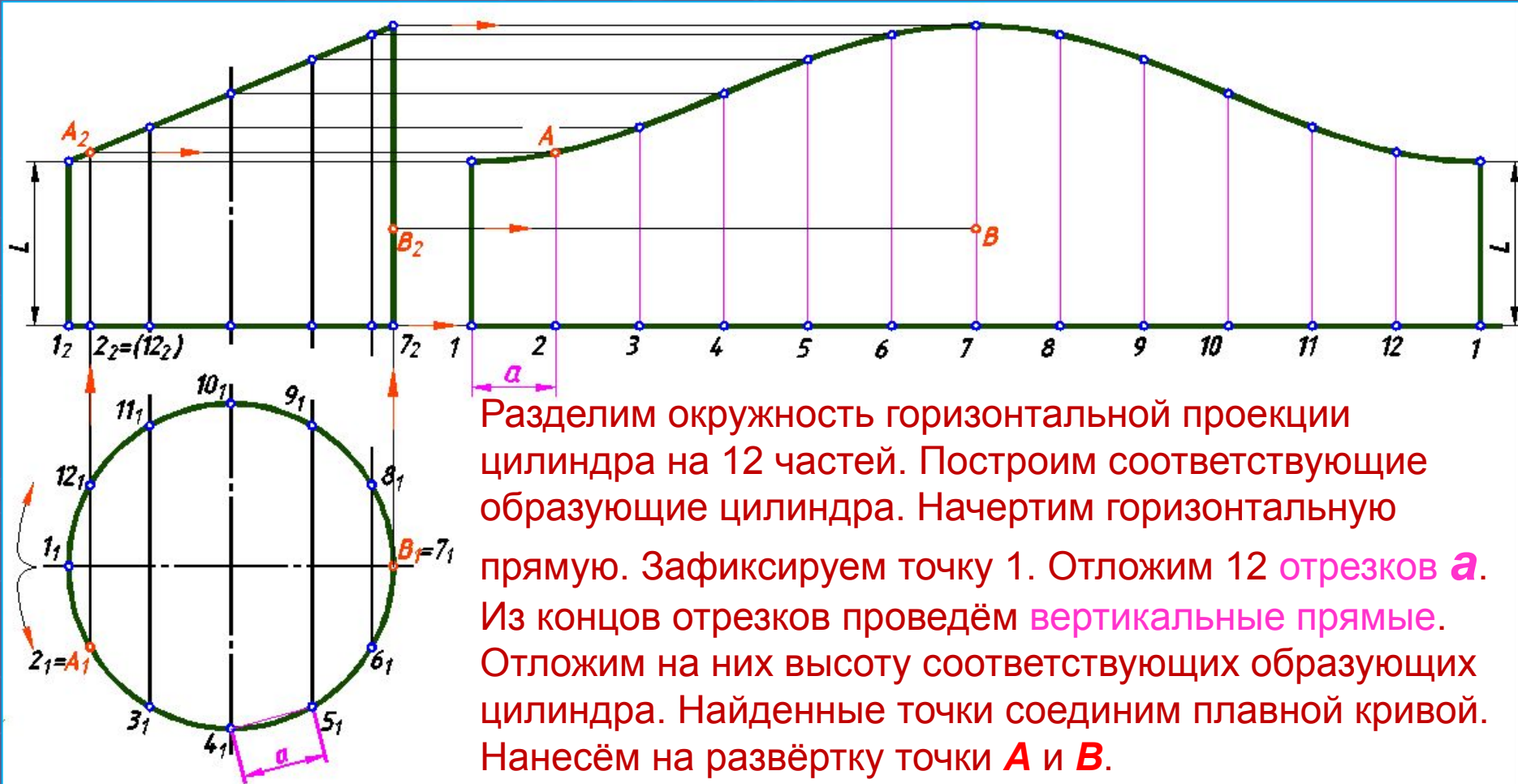


Задача. Построить развертку пирамиды.

Построение развертки пирамиды

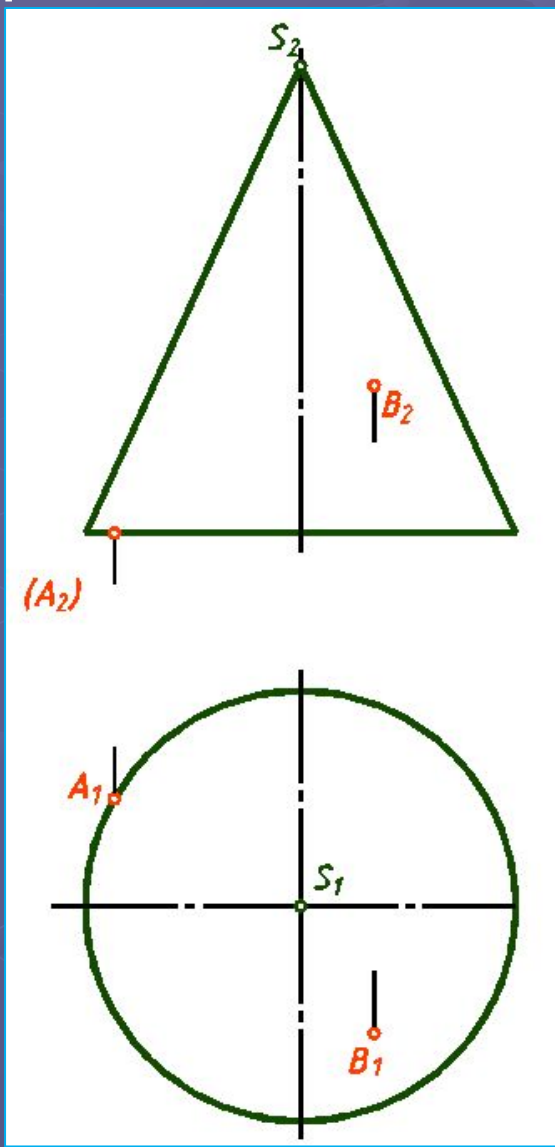


Задача. Построить боковую развертку усеченного цилиндра и нанести на нее точки **A** и **B**, принадлежащие поверхности цилиндра.



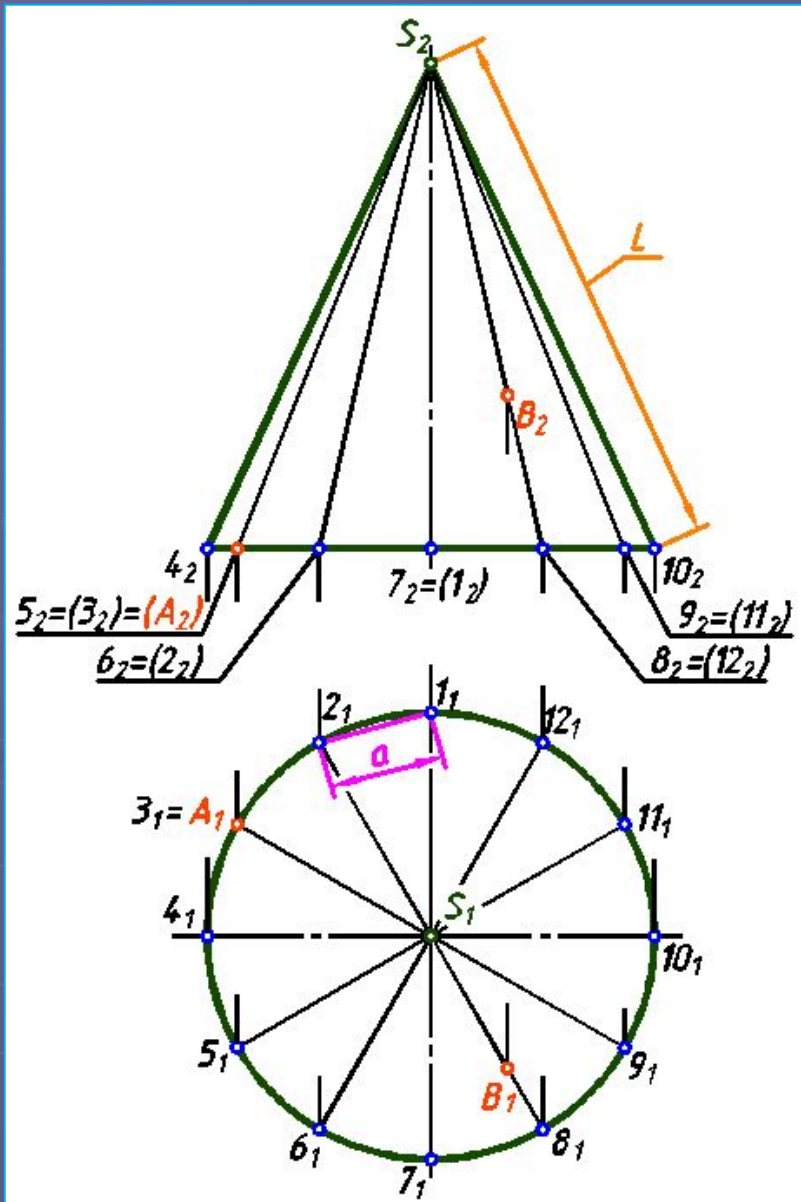
Разделим окружность горизонтальной проекции цилиндра на 12 частей. Построим соответствующие образующие цилиндра. Начертим горизонтальную прямую. Зафиксируем точку 1. Отложим 12 отрезков **a**. Из концов отрезков проведём вертикальные прямые. Отложим на них высоту соответствующих образующих цилиндра. Найденные точки соединим плавной кривой. Нанесём на развёртку точки **A** и **B**.

Задача. Определить кратчайшее расстояние между точками **A** и **B** по поверхности конуса. Построить проекции линии, соединяющей точки **A** и **B**.



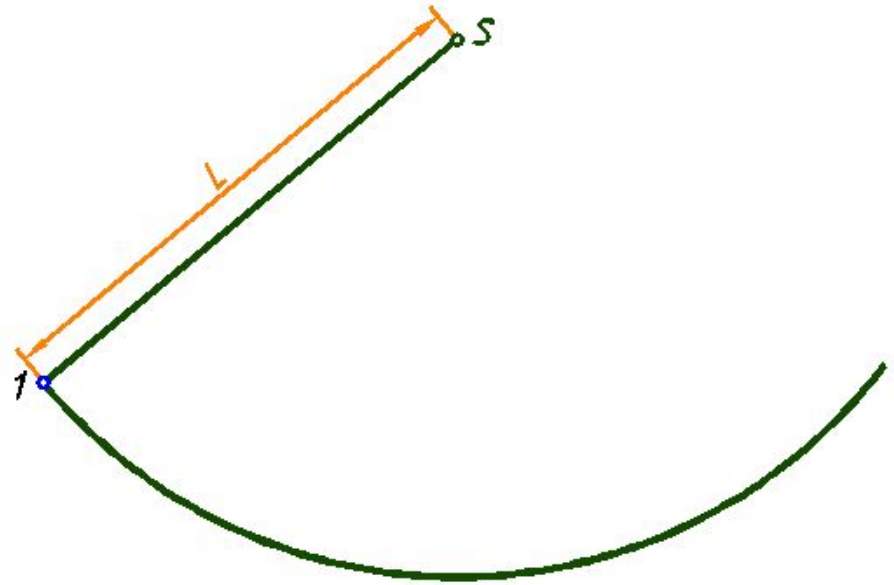
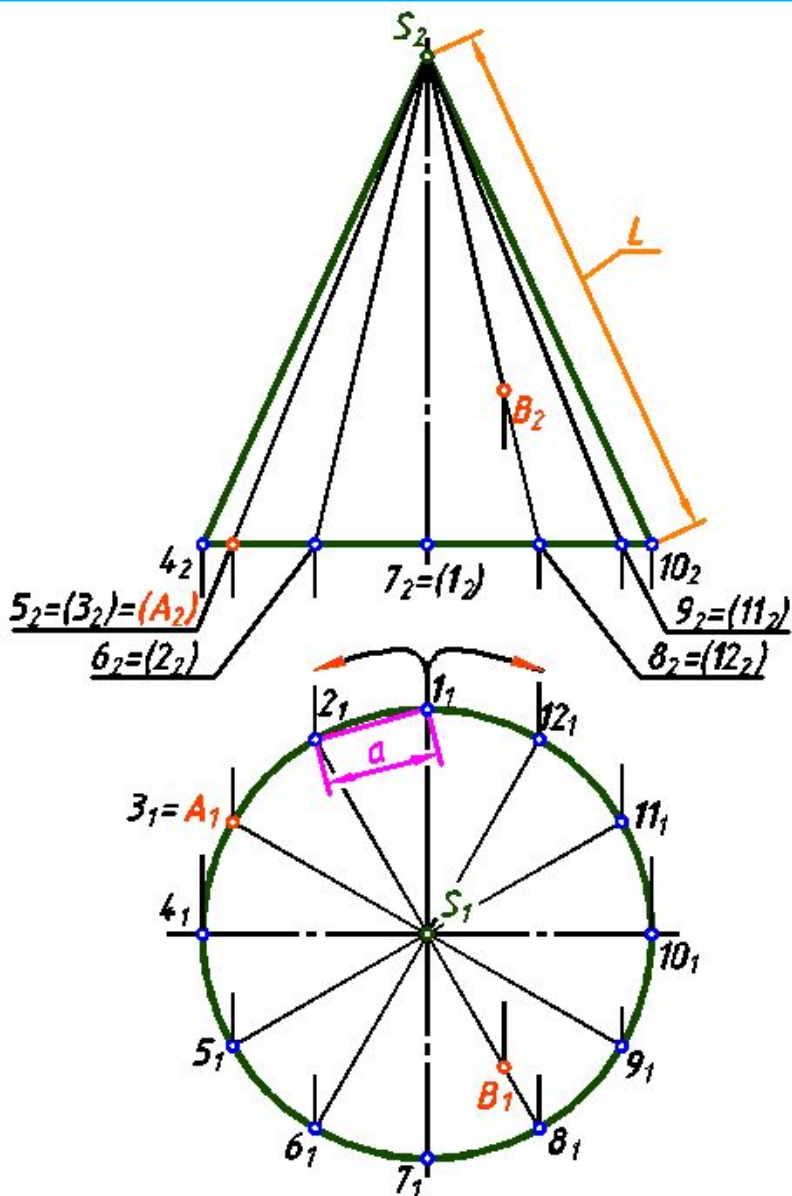
- Кратчайшее расстояние между точками на поверхности конуса равно длине отрезка **AB** на развёртке.
- Следует построить ту часть развёртки, на которой будет расположен отрезок **[AB]**.
- Расстояние от точки **A** до точки **B**, измеренное **против часовой стрелки короче**, чем по часовой.

Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



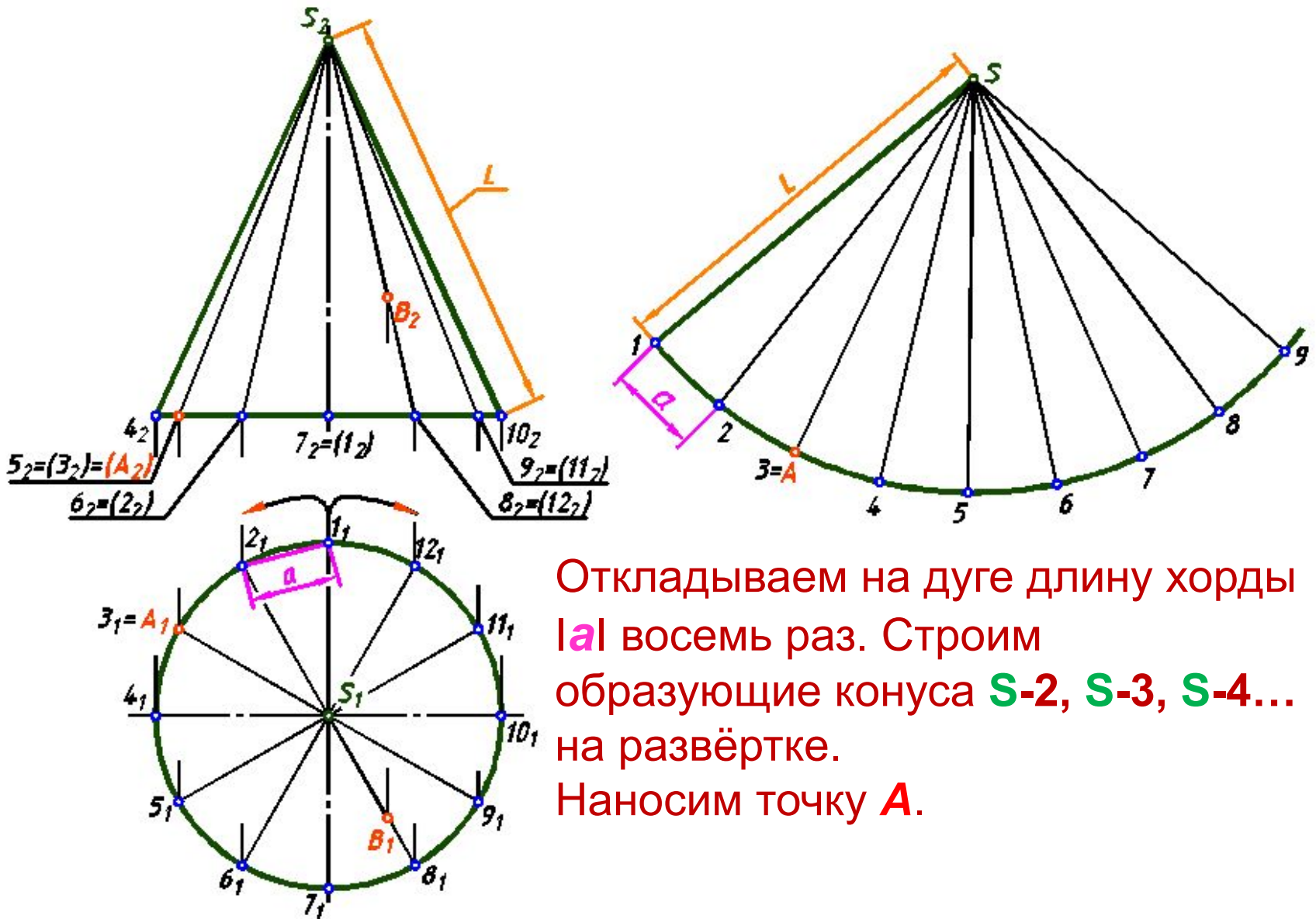
- **Делим** окружность основания конуса на достаточное количество частей (чем больше, тем точнее развертка), например, на двенадцать.
- **Строим** соответствующие образующие конуса.

Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



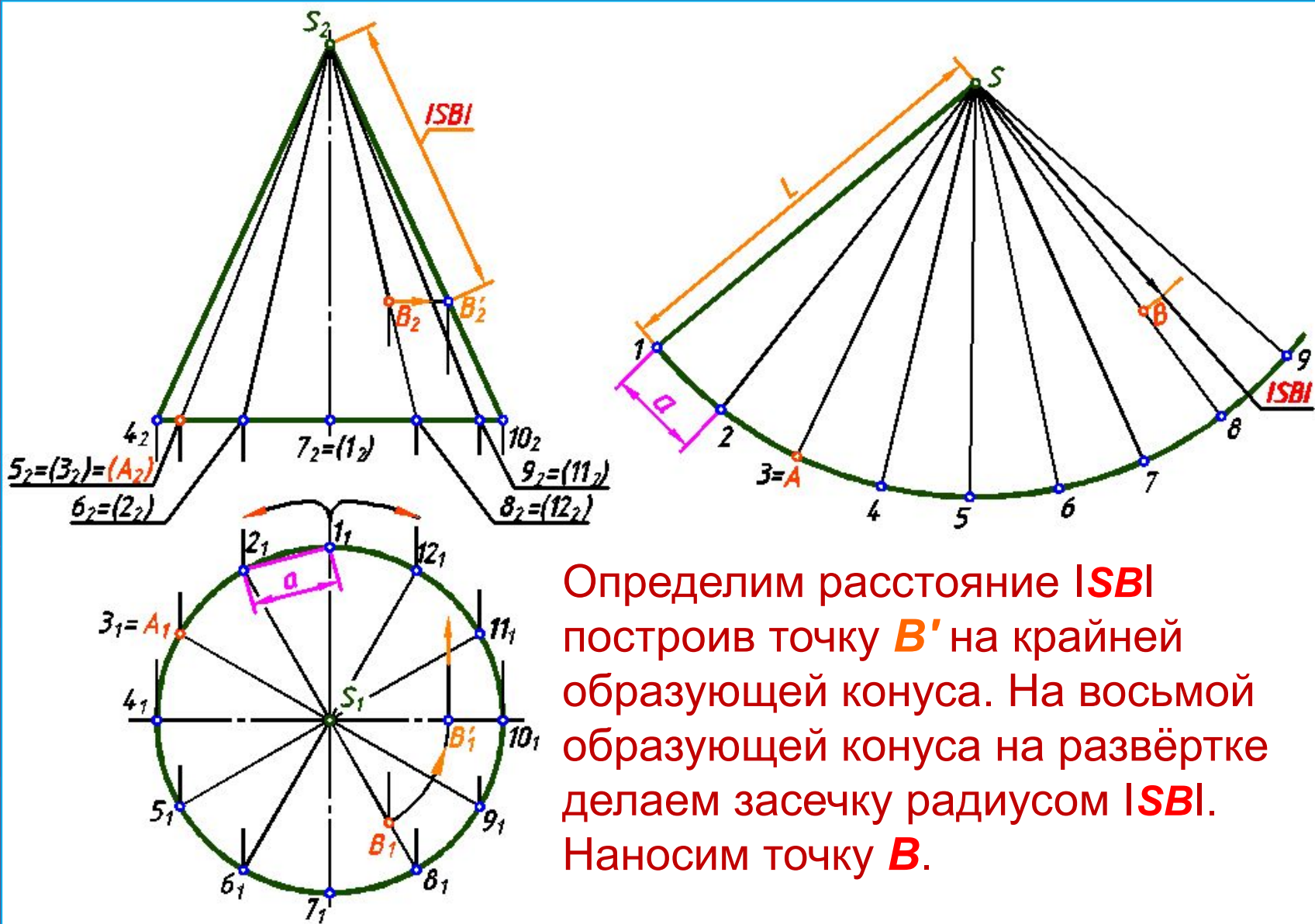
Построение развертки.
Из точки S радиусом L проводим дугу. Фиксируем точку 1 .
Строим образующую $S-1$, длина L которой равна длине очерковой образующей на Π_2 .

Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса

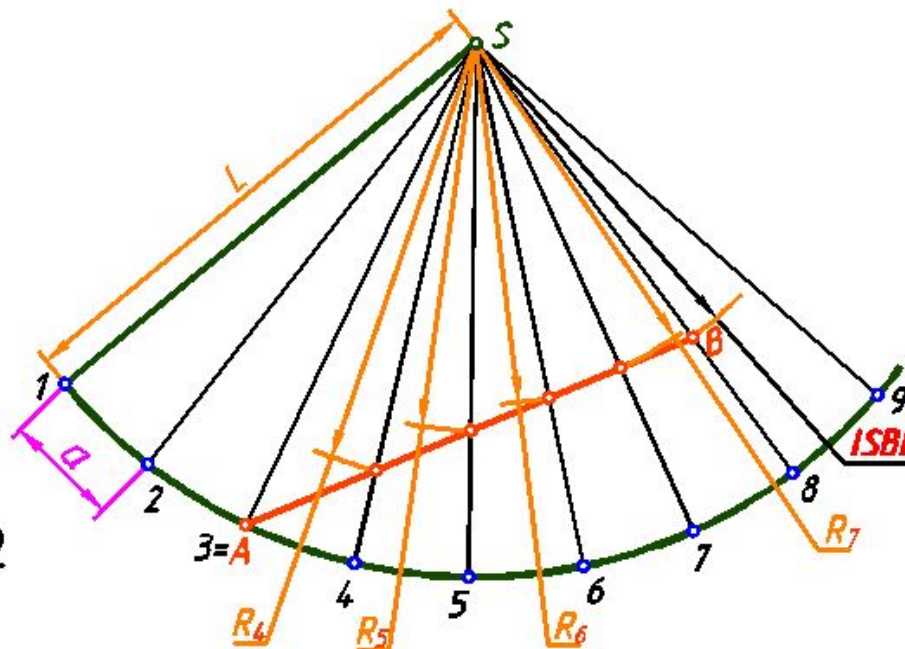
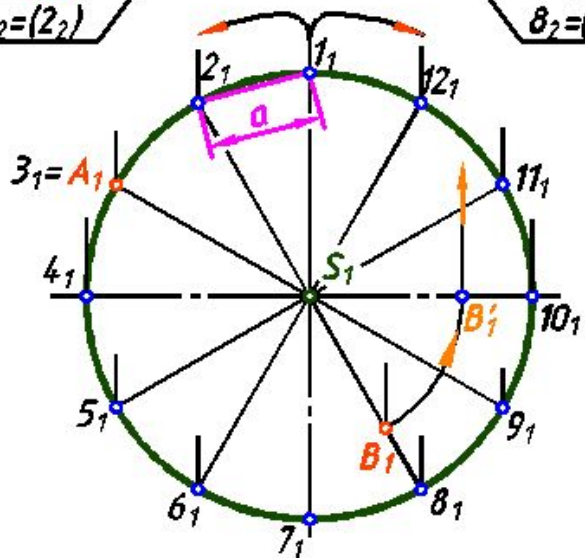
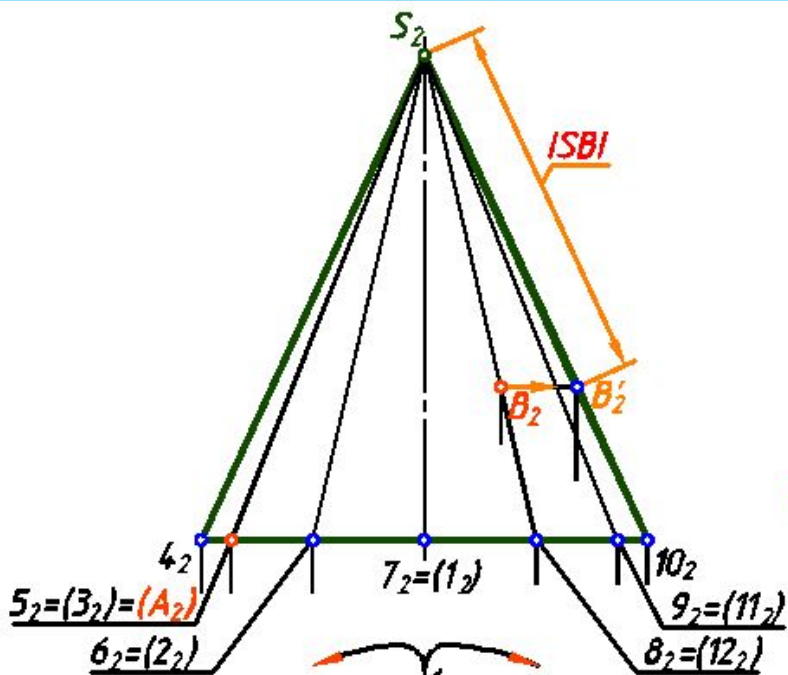


Откладываем на дуге длину хорды $|a|$ восемь раз. Строим образующие конуса **S-2, S-3, S-4...** на развёртке. Наносим точку **A**.

Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса

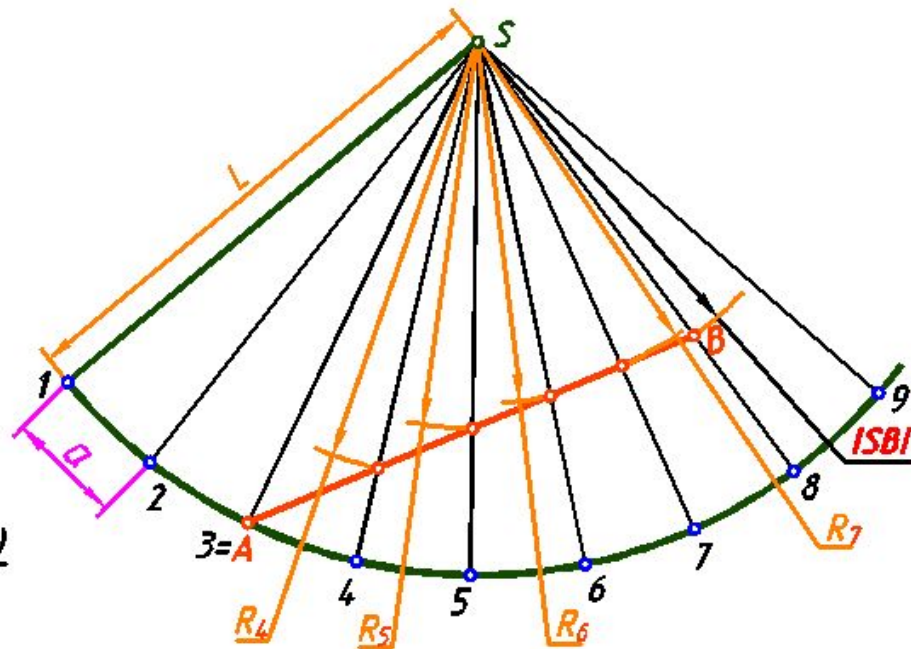
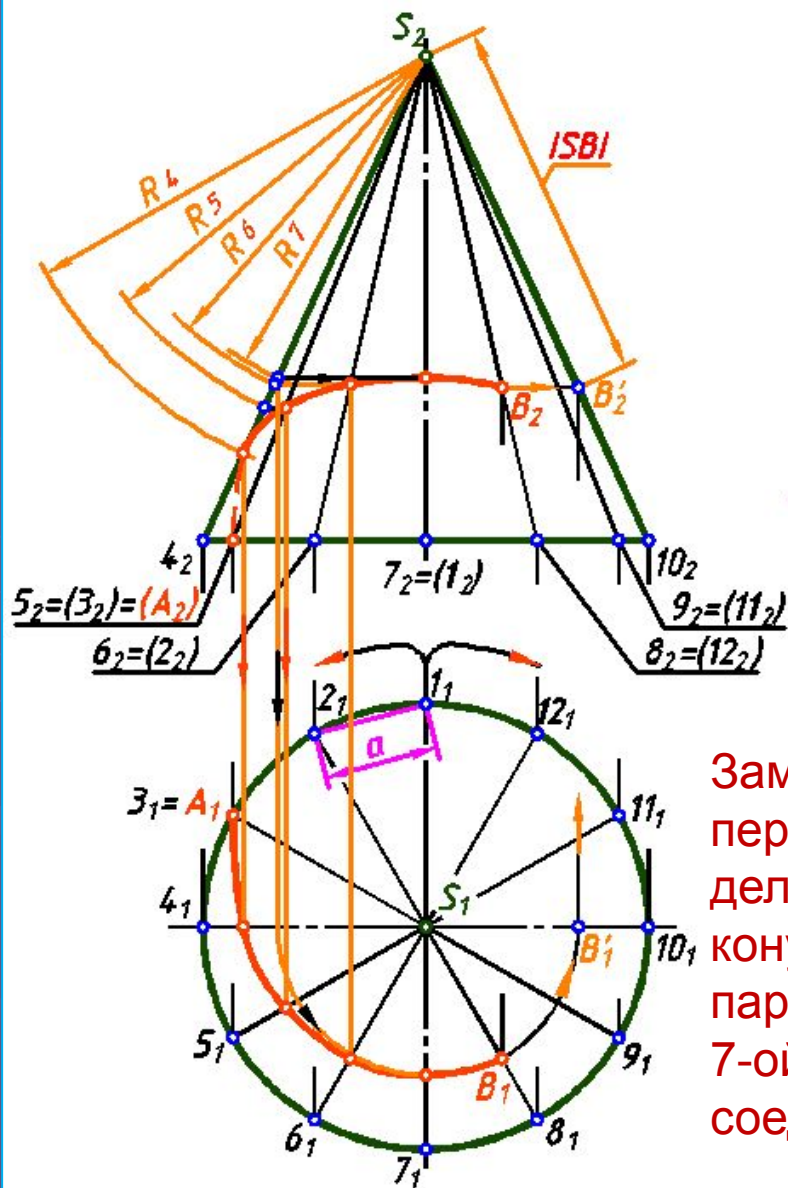


Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



Соединив точки **A** и **B** получим отрезок **IASBI** - кратчайшее расстояние между точками **A** и **B** по поверхности конуса. Для построения проекций этого отрезка определим точки пересечения образующих конуса с отрезком **[AB]** на развёртке.

Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



Замеряем расстояние от точки **S** до точки пересечения, например, R_7 . Этим радиусом делаем засечку на крайней образующей конуса. Из этой точки проводим отрезок, параллельный основанию до пересечения с 7-ой образующей и т. д. Полученные точки соединим плавной кривой.

Спасибо за
внимание!