
# Решение прикладных задач

**Студенты группы 03-11 нэо:**
**Медведева Е.В.**
**Дорофеева В.В.**
**Анисимова Е.О.**
**Фокина М.А.**
**Патрулина Н.О.**
**Деделькина Н.А.**

# Задача 1

**Условие:** Завод выпускает два вида строительных материалов: жидкое стекло и пенопласт. Трудозатраты на производство 1 т. стекла – 20 ч. , пенопласта – 10ч. На заводе работает 10 рабочих по 40 часов в неделю. Оборудование позволяет производить не более 15 т. стекла и 30 т. пенопласта в неделю. Прибыль от реализации 1 т. стекла – 50 руб., 1 т. пенопласта – 40 руб. Сколько материалов каждого вида необходимо произвести для того, чтобы получить максимальную прибыль?

| | Пенопласт | Жидкое стекло | Ограничения |
|---|---|---|---|
| Трудозатраты | 10 | 20 | ≤400 |
| Прибыль от реализации | 40 | 50 | мах |
| Количество продукции | ≤30 | ≤15 | |

# Решение:

Обозначим через $x_1$, $x_2$ выпуск жидкого стекла и пенопласта в тоннах в неделю, соответственно.

Оборудование позволяет производить не более 15 т. стекла и 30 т. пенопласта в неделю, следовательно, $x_1 \le 15$ и $x_2 \le 30$.

Трудозатраты на производство $x_1$ тонны жидкого стекла и $x_2$ тонны пенопласта составят $20x_1 + 10x_2$ часов, и так как на заводе работает 10 рабочих по 40 часов в неделю, то $20x_1 + 10x_2 \le 400$.

Прибыль от реализации 1 т. стекла – 50 руб., 1 т. пенопласта – 40 руб., поэтому $Z = 50x_1 + 40x_2 \to \max$.

Составим математическую модель

Необходимо составить такой план выпуска, при котором функция $Z = 50x_1 + 40x_2$ достигает максимума и будут выполнены ограничения

$$\begin{cases} 20x_1 + 10x_2 \le 400, \\ x_1 \le 15 \\ x_2 \le 30 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$$

или

$$Z = 50x_1 + 40x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 40, \\ x_1 \le 15 \\ x_2 \le 30 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$$

# Задача 2

**Условие:** Предприятие располагает ресурсами сырья и рабочей силы, необходимыми для производства двух видов продукции. Запас сырья составляет 120 т. , трудозатрат – 400 часов. На единицу первого продукта необходимо затратить 3 т. сырья, на единицу второго – 5 т. На единицу первого продукта тратится 14 ч.. второго – 12 ч. Прибыль от реализации единицы первого продукта равна  30тыс./т., второго продукта – 35 тыс./т. Чему равна максимальная прибыль?

| | **X 1** | **X2** | **Ограничение** |
|---|---|---|---|
| Сырье | 3 т | 5 т | 120 т |
| Рабочая сила | 14 ч | 12 ч | 400 ч |
| Прибыль | 30 тыс/т | 35 тыс/т | мах |

**Решение**: Обозначим через $x_1$, $x_2$ выпуск жидкого стекла и пенопласта в тоннах в неделю, соответственно.

Оборудование позволяет производить не более 15 т. стекла и 30 т. пенопласта в неделю, следовательно, $x_1 \le 15$ и $x_2 \le 30$.

Трудозатраты на производство $x_1$ тонны жидкого стекла и $x_2$ тонны пенопласта со ставят часов, и так как на заводе работает 10 рабочих по 40 часов в неделю, то $20x_1 + 10 x_2 \le 400$ .

Прибыль от реализации 1 т. стекла – 50 руб., 1 т. пенопласта – 40 руб., поэтому $F = 50 x_1 + 40 x_2 \to max$.

Необходимо составить такой план выпуска, при котором функция $F = 50 x_1 + 40 x_2$ достигает максимума и будут выполнены ограничения:

$$\begin{cases} 20x_1 + 10x_2 \le 400, \\ x_1 \le 15 \\ x_2 \le 30 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \ x_2 \ge 0$$

# Задача 3

**Условие:** Предприятие производит продукцию двух видов, используя для этого ресурсы трех видов. Известна технологическая матрица А и вектор ресурсов b. Элемент технологической матрицы ai,j соответствует ресурсу i, необходимому для производства единицы продукта j.

$$\text{Технологическая матрица } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{вектор } b = \begin{pmatrix} 90 \\ 50 \\ 80 \end{pmatrix}$$

**Решение:**

Обозначим $x_1$ , $x_2$ число единиц продукции 1-ого и 2-ого видов, запланированных к производству. Известна технологическая матрица A и вектор ресурсов b. Количество продукции $x_1$ и $x_2$ удовлетворяет системе ограничений:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \le \begin{pmatrix} 90 \\ 50 \\ 80 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 \le 90, \\ x_1 + x_2 \le 50, \\ 2x_1 \qquad \le 80, \end{cases}$$

# Задача 4

**Условие**:  Предприятие имеет ресурсы А и В в количестве 240 и 120 единиц соответственно. Ресурсы используются при выпуске двух видов изделий, причем расход на изготовление одного изделия первого вида составляет 3 единицы ресурса А и две единицы ресурса В, на изготовление одного изделия второго вида – 2 единицы ресурса А и 2 единицы ресурса В Прибыль от реализации одного изделия первого вида – 20 руб. , второго вида – 30 руб. Ресурс В должен быть использован полностью, изделий первого вида надо выпустить не менее, чем изделий второго вида.

| | x1 | x2 | Наличие |
|---|---|---|---|
| A | 3 ед | 2 ед | 240 ед |
| B | 2 ед | 2 ед | 120 ед |
| Прибыль | 20 руб | 30 руб | |

**Решение.** Обозначим $x_1$, $x_2$ число единиц продукции 1-ого и 2-ого видов, запланированных к производству. Для их изготовления потребуется $3x_1 + 2x_2$ единиц ресурса А и $2x_1 + 2x_2$ единиц ресурса В. Предприятие имеет ресурсы А и В в количестве 240 и 120 единиц соответственно.

Прибыль от реализации единицы первого продукта равна 20руб, второго продукта – 30 руб., следовательно, прибыль равна $Z = 20x_1 + 30x_2$.

Так как изделий первого вида надо выпустить не менее, чем изделий второго вида, то $x_1 \geq x_2$.

Сформулируем экономико-математическую модель задачи:

Найти такой план выпуска продукции $\bar{x} = (x_1, x_2)$, удовлетворяющий системе

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 240, \\ 2x_1 + 2x_2 = 120, \\ x_1 - x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

при котором функция $Z = 20x_1 + 30x_2$ принимает максимальное значение $(Z = 20x_1 + 30x_2 \to \max)$.

# Задача 5

**Условие:** Компания, занимающаяся добычей руды, имеет четыре карьера. Производительность карьеров соответственно 170, 130, 190, 200 тыс. т. ежемесячно. Руда направляется на три обогатительные фабрики, мощности которых соответственно 250, 150, 270 тыс. т. в месяц. Транспортные затраты на перевозку 1тыс. т. руды с карьеров на фабрики заданы таблично. Сформировать таблицу транспортных затрат самостоятельно. Составить математическую модель задачи.

Запишем таблицу транспортных затрат

$$C = \begin{pmatrix} 12 & 14 & 21 \\ 14 & 14 & 19 \\ 3 & 8 & 14 \\ 24 & 33 & 36 \end{pmatrix}$$

Обозначим через $x_{ij}$ количество руды (тыс. тонн) перевезённое с i-ого карьера на j-ую обогатительную фабрику.

Затраты на перевозку равны $Z = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{3} c_{ij}x_{ij}$ .

На карьерах добывается 170+130+190+200=690 тыс. т. руды.
Обогатительные фабрики перерабатывают 250+150+270=670 тыс. т руды, меньше чем добывают.
Сформулируем экономико-математическую модель задачи.

Необходимо найти минимум функции $Z = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{3} c_{ij}x_{ij}$ при ограничениях:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} \le 170, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \le 130, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} \le 190, \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} \le 200, \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 250, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 150, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 270, \end{cases}$$

$$x_{ij} \ge 0, \ \ i = 1, 2, 3, 4; \ \ j = 1, 2, 3;$$

# Задача 6

**Условие:** Компания, занимающаяся добычей руды, имеет четыре карьера. Производительность карьеров соответственно 170, 130, 190, 200 тыс. т. ежемесячно. Руда направляется на три обогатительные фабрики, мощности которых соответственно 250, 150, 270 тыс. т. в месяц. Транспортные затраты на перевозку 1тыс. т. руды с карьеров на фабрики заданы таблично. Сформировать таблицу транспортных затрат самостоятельно. Составить математическую модель задачи.

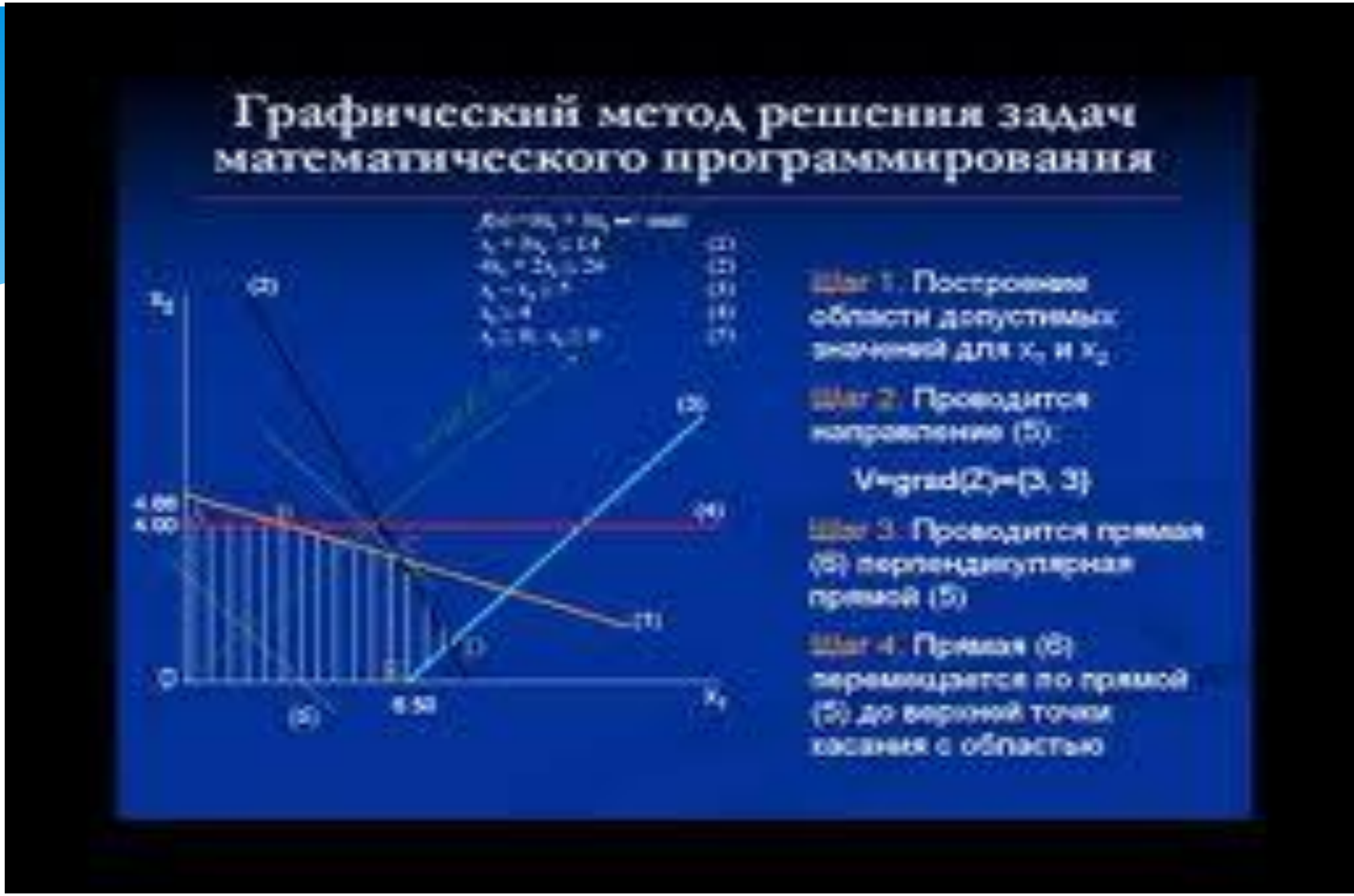
| | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | Max время работы станков |
|---|---|---|---|---|---|---|
| А станок | 3 | 5 | 11 | 10 | 5 | 100 |
| В станок | 5 | 10 | 15 | 3 | 2 | 250 |
| С станок | 4 | 8 | 6 | 12 | 10 | 180 |
| Время выполнения операции | 100 | 120 | 70 | 110 | 130 | |

Обозначим через $x_{ij}$ время (часов) затраченное i-ой группой станков на выполнение j-ой операции.
Так как время работы станков равно 100+250+180=530ч. и время выполнения всех операций составляет 100+120+70+110+130=530 ч., то должны выполняться ограничения:

$$\begin{cases} x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{15}=100, \\ x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}+x_{25}=250, \\ x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}+x_{35}=180, \\ x_{11}+x_{21}+x_{31}=100, \\ x_{12}+x_{22}+x_{32}=120, \\ x_{13}+x_{23}+x_{33}=70, \\ x_{14}+x_{24}+x_{34}=110, \\ x_{15}+x_{25}+x_{35}=130, \end{cases}$$

$$x_{ij}\ge 0,\ i=1,2,3;\ \ j=1,2,3,4,5;$$

Необходимо найти максимум функции $Z=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}a_{ij}x_{ij}$ при ограничениях приведённых выше.




# Спасибо за внимание!!!