

практика № 5 (5117)

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ

Была задана домашняя работа (на отдельных листах)

1) Найти A^{-1} - обратную матрицу(и сделать проверку) для матрицы A из задачи 1 своего варианта РГР .

из лекции
№3

Дома сделать
проверку.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 6/15 & -3/15 & 0 \\ -3/15 & -1/15 & 5/15 \\ 3/15 & 11/15 & -10/15 \end{pmatrix}$$

из практики №
4

Дома сделать
проверку.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 7/4 & -9/4 & 5/4 \\ 3/2 & -5/2 & 3/2 \end{pmatrix};$$

Проверк

а:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 7/4 & -9/4 & 5/4 \\ 3/2 & -5/2 & 3/2 \end{pmatrix} = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix};$$

$$c_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 7/4 \\ 3/2 \end{pmatrix} = 1 \cdot (-1) + 2 \cdot \frac{7}{4} + (-1) \cdot \frac{3}{2} = -1 + \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = \frac{-2 + 7 - 3}{2} = \frac{2}{2} = 1;$$

$$c_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -9/4 \\ -5/2 \end{pmatrix} = 1 \cdot 2 + 2 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) + (-1) \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = 2 - \frac{9}{2} + \frac{5}{2} = \frac{4 - 9 + 5}{2} = \frac{0}{2} = 0;$$

$$c_{13} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 5/4 \\ 3/2 \end{pmatrix} = 1 \cdot (-1) + 2 \cdot \frac{5}{4} + (-1) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = -1 + \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = \frac{-2 + 5 - 3}{2} = \frac{0}{2} = 0;$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 7/4 & -9/4 & 5/4 \\ 3/2 & -5/2 & 3/2 \end{pmatrix} = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix};$$

$$c_{21} = (3 \ 0 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 7/4 \\ 3/2 \end{pmatrix} = 3 \cdot (-1) + 0 \cdot \frac{7}{4} + 2 \cdot \frac{3}{2} = -3 + 0 + 3 = 0;$$

$$c_{22} = (3 \ 0 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -9/4 \\ -5/2 \end{pmatrix} = 3 \cdot 2 + 0 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) + 2 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = 6 + 0 - 5 = 1;$$

$$c_{23} = (3 \ 0 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 5/4 \\ 3/2 \end{pmatrix} = 3 \cdot (-1) + 0 \cdot \frac{5}{4} + 2 \cdot \frac{3}{2} = -3 + 0 + 3 = 0;$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 7/4 & -9/4 & 5/4 \\ 3/2 & -5/2 & 3/2 \end{pmatrix} = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix};$$

$$c_{31} = (4 \ -2 \ 5) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 7/4 \\ 3/2 \end{pmatrix} = 4 \cdot (-1) + (-2) \cdot \frac{7}{4} + 5 \cdot \frac{3}{2} = -4 - \frac{7}{2} + \frac{15}{2} = \frac{-8 - 7 + 15}{2} = 0;$$

$$c_{32} = (4 \ -2 \ 5) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -9/4 \\ -5/2 \end{pmatrix} = 4 \cdot 2 + (-2) \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) + 5 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = 8 + \frac{9}{2} - \frac{25}{2} = \frac{16 + 9 - 25}{2} = 0;$$

$$c_{33} = (4 \ -2 \ 5) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 5/4 \\ 3/2 \end{pmatrix} = 4 \cdot (-1) + (-2) \cdot \frac{5}{4} + 5 \cdot \frac{3}{2} = -4 - \frac{5}{2} + \frac{15}{2} = \frac{-8 - 5 + 15}{2} = \frac{2}{2} = 1;$$

ОТВЕ

Т:

$C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ - единичная матрица, поэтому обратная матрица найдена верно.

Решение систем уравнений с помощью обратной матрицы

Запишем систему линейных уравнений:
с помощью матриц:

$$3 \cdot (-1) + 0 \cdot \frac{7}{4} + 2 \cdot \frac{3}{2} =$$

$$6 + 0 - 5 =$$

$$1;$$

$$3 \cdot 2 + 0 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) + 2 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) =$$

Тогда система уравнений в матричной форме будет выглядеть:

$$3 \cdot (-1) + 0 \cdot \frac{5}{4} + 2 \cdot \frac{3}{2} =$$

$$C_{22} = 0;$$

$$C_{23} = (4 \ -2 \ 5) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 7/4 \\ 3/2 \end{pmatrix} =$$

По определению обратной матрицы

$$(4 \ -2 \ 5) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -9/4 \\ -5/2 \end{pmatrix} = ,$$

поэтому

$$(4 \ -2 \ 5) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 5/4 \\ 3/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 7/4 & -9/4 & 5/4 \\ 3/2 & -5/2 & 3/2 \end{pmatrix} = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

так как при умножении на единичную матрица не изменяется, то

$$0;$$

и уравнение принимает вид:

$$4 \cdot (-1) + (-2) \cdot \frac{7}{4} + 5 \cdot \frac{3}{2} =$$

$$-3 + 0 + 3 =$$

Пример решения системы с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 3 \\ x + 4y + 2z = 1 \\ 2x + 5y + z = -1 \end{cases}$$

Матрица системы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$;

столбец неизвестных $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$;

столбец правых частей $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$;

Обратная матрица A^{-1} найдена
в лекции №3

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 6/15 & -3/15 & 0 \\ -3/15 & -1/15 & 5/15 \\ 3/15 & 11/15 & -10/15 \end{pmatrix};$$

Домашняя работа (на отдельных листах)

1) Решить задачу 3 своего варианта

РГР .

2) Решить **одну** систему из задачи 3 своего варианта

РГР

с помощью обратной матрицы.