Муниципальное автономное образовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №2»

Решение тригонометрических уравнений при помощи формулы понижения степени.

Авторы:
учащиеся 10 класса НОЦ
Карманова Екатерина,
Шуфаев Никита
Руководитель: Лунева С. В.

г.Чернушка 2013

Гипотеза

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

На уроках математики мы прошли тригонометрические формулы, а так же рассмотрели методы решения тригонометрических уравнений, среди которых были уравнения содержащие *sin* и *cos* в больших степенях. А можно ли использовать формулы понижения степени для приведения таких уравнений к более простому виду?

Цель

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Исследовать решения тригонометрических уравнений с помощью формул понижения степени.

Задачи

1) Найти материал по данной теме.
2) Прорешать уравнения данным способом.
3) Показать примеры решения уравнений данным способом.
4) Посмотреть другие способы решения тригонометрических уравнений.
5) Поделиться с классом.
6) Исследовать рациональность решения тригонометрических уравнений с помощью формул понижения степени.

Этапы работы

I. этап: Найти материал

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Откуда появилось такое название?

Причина, видимо, в том, что в левой части обоих тождеств содержится вторая степень *cos x* или *sin x*, а в правой части – первая степень *cos x* (степень понизилась). Но при применении этих формул надо быть внимательным: степень понижается, зато аргумент удваивается.

Эти формулы называют также ***формулами половинного аргумента***, поскольку они позволяют, зная значение $\cos x$, найти значение синуса и косинуса половинного аргумента $\frac{x}{2}$.

Формулы

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2},$$

$$\mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha},$$

$$\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$$

1 2 4 5

II. этап: Найти уравнения

1. $3\cos 2x - \sin 2x = 0$
2. $2\sin 2x + 3\sin x - 2 = 0$
3. $4\cos 2x + 16\sin 2x - 11 = 0$
4. $2\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x = 5$
5. $3\cos 2x = 7\sin x.$
6. $2\sin^2 x + \cos^2 x = {}^3/_2 \sin 2x$
7. $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}({}^{\pi}/_4 + x) = -2.$

8. $1 + \cos x + \sin x = 0$

9. $\cos 2x = \cos 6x.$

10. $\cos 4x \cos 2x = \cos 5x \cos x$

11. $\cos^2 x + 3 \cos^2 {}^{x}/_{2} = 2.$

12. $\left(\cos\frac{\pi x}{8} + \sin\frac{\pi x}{8}\right)\left(\cos^3\frac{\pi x}{8} - \sin^3\frac{\pi x}{8}\right)$

13. $\sin x + \sin 3x = 0.$

14. $\sin^2 4x + 7\cos^2 6x + {}^{1}/_{2} \cos 8x = 5.$

15. $\cos 7x \bullet \cos 3x = \cos 4x.$

16. $\mathrm{Cos}^2 3x + \mathrm{Cos}^2 5x + \mathrm{Cos}^2 4x = \frac{3}{2}$

17. $\mathrm{Sin}^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$

- $Cos^2 3x + Cos^2 5x + Cos^2 4x = \frac{3}{2}$

$$\frac{1+cos6x}{2}+\frac{1+cos10x}{2}+\frac{1+cos8x}{2}=\frac{3}{2}$$

- $3 + cos\ 6x + cos\ 10x + cos\ 8x = 3$
- $cos\ 6x + cos\ 10x + cos\ 8x = 0$
- $cos\ 6x + cos\ 10x = 2\ cos\ 8x\ cos\ 2x$
- $2\ cos\ 8x\ cos\ 2x + cos\ 8x = 0$
- $cos\ 8x\ (2\ cos\ 2x + 1) = 0$
- $2\ cos\ 2x = -1$
- $cos\ 2x = -\ \frac{1}{2}$
- $2x = \left[\begin{array}{l} \frac{2\pi}{3}+2\pi n \\ \frac{4\pi}{3}+2\pi n \end{array}\right.$ $\qquad x = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{3}+2\pi n \\ \frac{4\pi}{3}+2\pi n \end{array}\right.$

- $\text{Sin}^4x + \cos^4x = \frac{5}{8}$
- $(\text{Sin}^2x)^2 = \left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^2 = \frac{1+\cos^2 2x}{4}$
- $(\text{Cos}^2x)^2 = \left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^2 = \frac{1+\cos^2 2x}{4}$
- $1 + \cos^2 2x + 1 + \cos^2 2x = 2\frac{1}{2}$
- $2\cos^2 2x + 2 = 2\frac{1}{2}$
- $2\cos^2 2x = \frac{1}{4}$
- $\frac{1+\cos 4x}{2} = \frac{1}{4}$ (*2)

$1 + \cos 4x = \frac{1}{2}$

$\cos 4x = -\frac{1}{2}$

$$4x = \left[\begin{array}{l} \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \\ \frac{4\pi}{3} + 2\pi n \end{array}\right.$$

$$x = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ \frac{\pi}{3} + 2\pi n \end{array}\right.$$

III. этап: Поделиться с классом

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

На одном из элективов мы рассказывали классу про способ решения уравнений с применением формулы понижения степени.

I. Изложили теоретический материал и повторили формулы.

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

II. Показали ряд примеров решения уравнений способом понижения степени.

$$2Cos^2\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)-2sin^2\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)+1=0$$

$$Cos^2\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)-sin^2\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}=0$$

$$x^3+2x^2-13x+10=0$$

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

III. Предложили классу решить самостоятельно несколько уравнений и помогали им справиться с заданиями.

$$3\cos^2 x - 2\sin^2 x + \sin^2 x = 0$$

$$4\sin^2 x - 2\cos^2 x - \sin x = 0$$

IV. Задали несколько уравнений на дом.

$$2\sin^4 x - 3tg^4 x - 4 = 0$$

$$2\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{3}{2}\sin 2x$$

$$\cos^6 x + 3\cos^6\frac{x}{2} = 2$$

IV. этап: сравнить другие способы решения

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Так же на элективах мы рассматривали другие методы решения тригонометрических уравнений.

V. этап: сделать вывод

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Способ хорош для решения некоторых тригонометрических уравнений, особенно таких в которых тригонометрическая функция в высокой степени.

Список литературы:

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- А.Г.Мордкович «Алгебра и начала математического анализа» учебник 10 класс профильный уровень;
- А.Г.Мордкович «Алгебра и начала математического анализа» задачник 10 класс профильный уровень;
- Ципкин – Пинский Справочное пособие по методам решения задач по математике.