

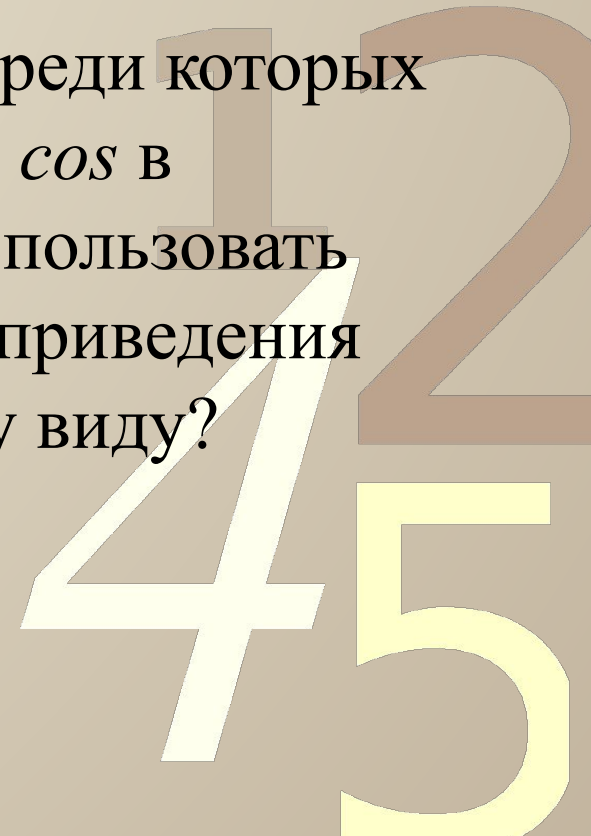
Решение тригонометрических уравнений при помощи формулы понижения степени.

Авторы:
учащиеся 10 класса НОЦ
Карманова Екатерина,
Шуфаев Никита
Руководитель: Лунева С. В.

Гипотеза

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

На уроках математики мы прошли тригонометрические формулы, а так же рассмотрели методы решения тригонометрических уравнений, среди которых были уравнения содержащие \sin и \cos в больших степенях. А можно ли использовать формулы понижения степени для приведения таких уравнений к более простому виду?



Цель

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Исследовать решения тригонометрических уравнений с помощью формул понижения степени.

1 2
4 5



Задачи

- 1) Найти материал по данной теме.
- 2) Прорешать уравнения данным способом.
- 3) Показать примеры решения уравнений данным способом.
- 4) Посмотреть другие способы решения тригонометрических уравнений.
- 5) Поделиться с классом.
- 6) Исследовать рациональность решения тригонометрических уравнений с помощью формул понижения степени.



Этапы работы

I. этап: Найти материал

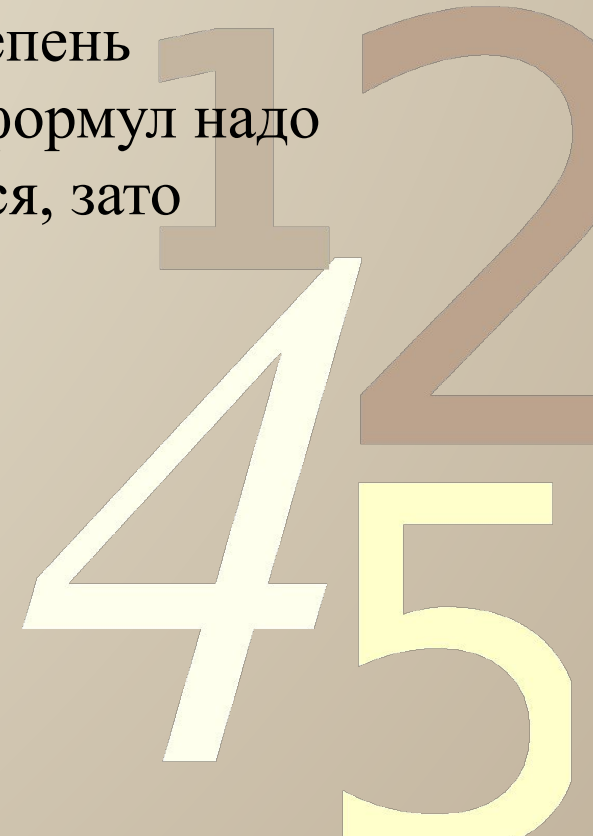
0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011



Откуда появилось такое название?

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Причина, видимо, в том, что в левой части обоих тождеств содержится вторая степень $\cos x$ или $\sin x$, а в правой части – первая степень $\cos x$ (степень понизилась). Но при применении этих формул надо быть внимательным: степень понижается, зато аргумент удваивается.



0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Эти формулы называют также ***формулами половинного аргумента***, поскольку они позволяют, зная значение $\cos x$, найти значение синуса и косинуса половинного аргумента $\frac{x}{2}$.



Формулы

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2},$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha},$$

$$\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



II. этап: Найти уравнения

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

1. $3\cos 2x - \sin 2x = 0$

2. $2\sin 2x + 3\sin x - 2 = 0$

3. $4\cos 2x + 16\sin 2x - 11 = 0$

4. $2\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x = 5$

5. $3\cos 2x = 7\sin x.$

6. $2\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{3}{2}\sin 2x$

7. $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + x \right) = -2.$



$$8. \quad 1 + \cos x + \sin x = 0$$

$$9. \quad \cos 2x = \cos 6x.$$

$$10. \quad \cos 4x \cos 2x = \cos 5x \cos x$$

$$11. \quad \cos^2 x + 3 \cos^2 \frac{x}{2} = 2.$$

$$12. \quad \left(\cos \frac{\pi x}{8} + \sin \frac{\pi x}{8} \right) \left(\cos^3 \frac{\pi x}{8} - \sin^3 \frac{\pi x}{8} \right)$$

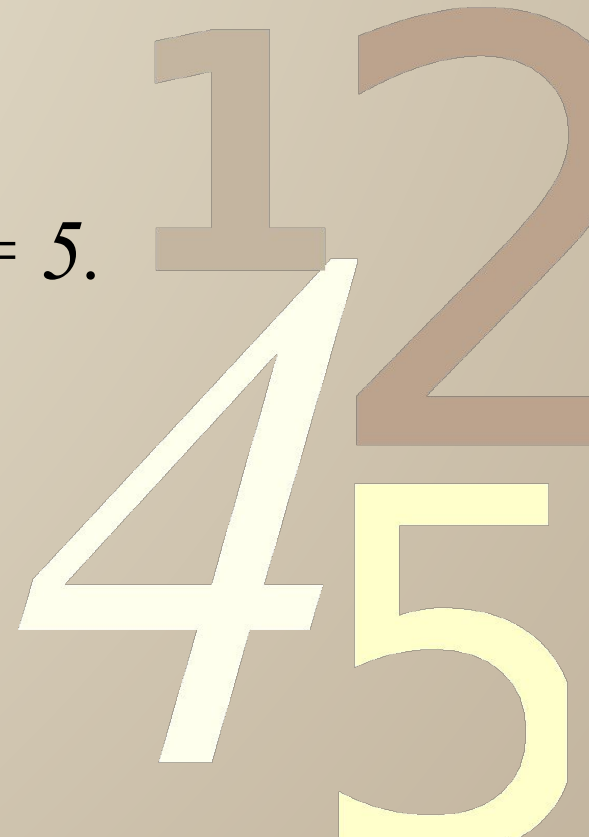
$$13. \quad \sin x + \sin 3x = 0.$$

$$14. \quad \sin^2 4x + 7 \cos^2 6x + \frac{1}{2} \cos 8x = 5.$$

$$15. \quad \cos 7x \cdot \cos 3x = \cos 4x.$$

$$16. \quad \cos^2 3x + \cos^2 5x + \cos^2 4x = \frac{3}{2}$$

$$17. \quad \sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$$



- $\cos^2 3x + \cos^2 5x + \cos^2 4x = \frac{3}{2}$

$$\frac{1 + \cos 6x}{2} + \frac{1 + \cos 10x}{2} + \frac{1 + \cos 8x}{2} = \frac{3}{2}$$

- $3 + \cos 6x + \cos 10x + \cos 8x = 3$
- $\cos 6x + \cos 10x + \cos 8x = 0$
- $\cos 6x + \cos 10x = 2 \cos 8x \cos 2x$
- $2 \cos 8x \cos 2x + \cos 8x = 0$
- $\cos 8x (2 \cos 2x + 1) = 0$
- $2 \cos 2x = -1$
- $\cos 2x = -\frac{1}{2}$
- $2x =$

$$\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$

$$\frac{4\pi}{3} + 2\pi n$$

$$x = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{3} + 2\pi n \\ \frac{4\pi}{3} + 2\pi n \end{array} \right.$$



0011

- $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$

- $(\sin^2 x)^2 = \left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right)^2 = \frac{1 + \cos^2 2x}{4}$

- $(\cos^2 x)^2 = \left(\frac{1 + \cos 2x}{2}\right)^2 = \frac{1 + \cos^2 2x}{4}$

- $1 + \cos^2 2x + 1 + \cos^2 2x = 2\frac{1}{2}$

- $2 \cos^2 2x + 2 = 2\frac{1}{2}$

- $2 \cos^2 2x = \frac{1}{4}$

- $\frac{1 + \cos 4x}{2} = \frac{1}{4} \quad (*2)$

$$1 + \cos 4x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 4x = -\frac{1}{2}$$

$$4x = \left[\begin{array}{l} \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \\ \frac{4\pi}{3} + 2\pi n \end{array} \right]$$

$$x = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ \frac{\pi}{3} + 2\pi n \end{array} \right]$$

1 2

4 5

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011



III. этап: Поделиться с классом

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

На одном из элективов мы рассказывали классу про способ решения уравнений с применением формулы понижения степени.



0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

I. Изложили теоретический материал и повторили формулы.

1 2
4 5



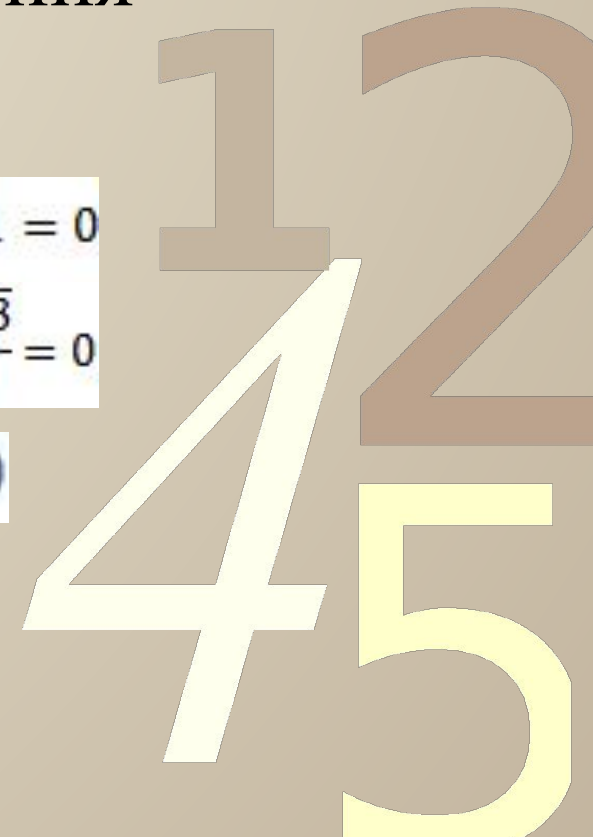
0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

II. Показали ряд примеров решения уравнений способом понижения степени.

$$2\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) + 1 = 0$$

$$\cos^2\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin^2\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$x^3 + 2x^2 - 13x + 10 = 0$$



0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

III. Предложили классу решить самостоятельно несколько уравнений и помогали им справиться с заданиями.

$$3 \cos^2 x - 2 \sin^2 x + \sin^2 x = 0$$

$$4 \sin^2 x - 2 \cos^2 x - \sin x = 0$$



0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

IV. Задали несколько уравнений на дом.

$$2 \sin^4 x - 3 \operatorname{tg}^4 x - 4 = 0$$

$$2 \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{3}{2} \sin 2x$$

$$\cos^6 x + 3 \cos^6 \frac{x}{2} = 2$$



IV. этап: сравнить другие способы решения

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Так же на элективах мы рассматривали другие методы решения тригонометрических уравнений.



V. этап: сделать вывод

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Способ хорош для решения некоторых тригонометрических уравнений, особенно таких в которых тригонометрическая функция в высокой степени.



Список литературы:

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- ❖ А.Г.Мордкович «Алгебра и начала математического анализа» учебник 10 класс профильный уровень;
- ❖ А.Г.Мордкович «Алгебра и начала математического анализа» задачник 10 класс профильный уровень;
- ❖ Ципкин – Пинский Справочное пособие по методам решения задач по математике.

45