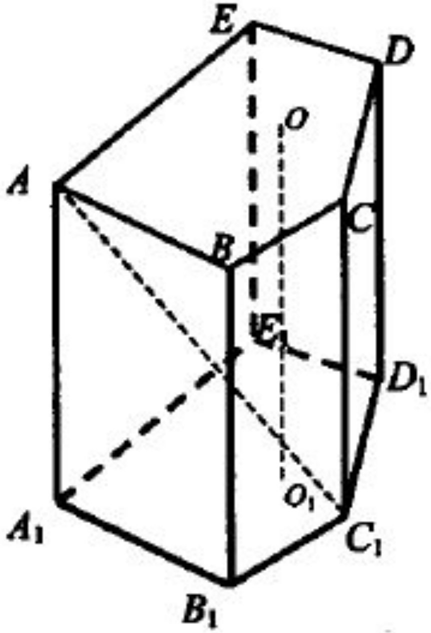
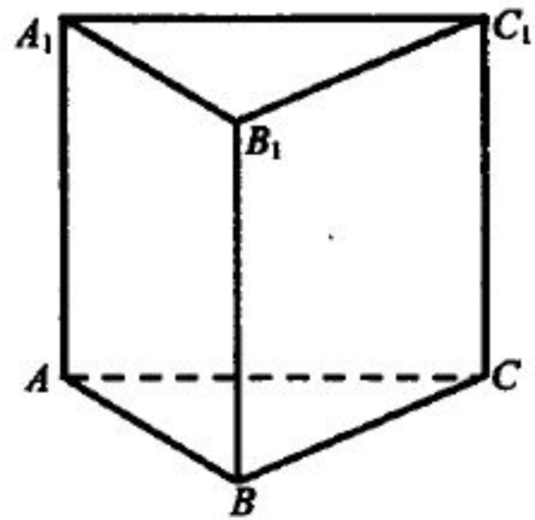
Решение задач на вычисление площади поверхности призмы

Таблица

Призма

1) n-угольники $ABCDE$, $A_1B_1C_1D_1E_1$ равны	$(AA_1 \perp ABC) \Leftrightarrow$ (прямая призма)
2) n = параллелограммов ABB_1A_1, …, EAA_1E_1	
	
$(OO_1 \perp ABC)$, $(OO_1 \perp A_1B_1C_1) \Leftrightarrow OO_1$ – высота призмы (AA_1 – наклонная к плоскости ABC) $\Leftrightarrow$ (наклонная призма)	(прямая призма, основание – правильный многоугольник) $\Leftrightarrow$ (правильная призма)

$S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}$ Свойства прямой призмы: 1. Боковые грани – прямоугольники. 2. $S_{\text{бок.}} = P \cdot h$, P – периметр основания; h – высота призмы.

Вопросы классу:

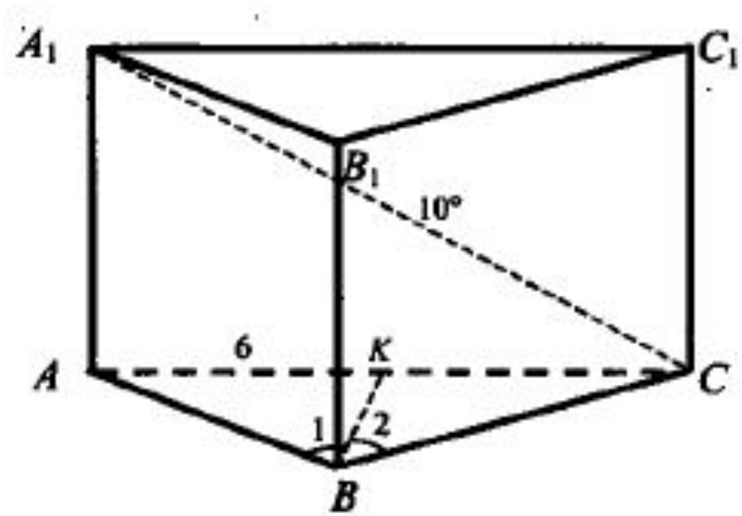
1. Укажите на таблице высоту призмы, диагональ призмы, диагональ грани призмы.
2. Сколько вершин, ребер, граней имеет шестиугольная призма?
3. Какое наименьшее число ребер, граней, вершин может иметь призма?
4. Как называется призма, у которой каждая грань может служить основанием?
5. Сколько диагоналей можно провести в четырехугольной призме; в треугольной призме?
6. Докажите, что все высоты призмы равны.
7. Докажите, что любое ребро основания прямой призмы перпендикулярно к любому боковому ребру.
8. Какой отрезок служит проекцией диагонали прямой призмы на плоскость основания? На плоскость боковой грани?

9. Определите вид призмы, если две ее боковые грани, имеющие общее ребро, являются прямоугольниками.
10. Может ли быть наклонной призма, основание которой – прямоугольник?
11. Может ли быть наклонной призма, две боковые грани которой – прямоугольники?
12. Все боковые грани призмы – квадраты. Является ли эта призма правильной, если ее основание – треугольник, четырехугольник?
13. Чему равны градусные меры двухгранных углов, образованных боковыми гранями правильной призмы, если эта призма:
    а) треугольная;
    б) четырехугольная;
    в) пятиугольная.
14. Докажите теорему о площади боковой поверхности прямой призмы. Можно использовать таблицу.
15. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 1 м, 2 м, 3 м. Найдите площадь его полной поверхности. Найдите площадь его боковой поверхности, если боковые ребра:
    а) больше ребер основания:
    б) меньше ребер основания.

Задача 1

Прочитайте условие задачи и разберите ее решение.

В основании прямой призмы лежит равнобедренный треугольник с основанием, равным 6 см, и углом при вершине 120°. Диагональ боковой грани, содержащей основание равнобедренного треугольника, равна 10 см. Найдите площадь боковой поверхности.



Дано: $ABCA_1B_1C_1$ – прямая призма; ΔABC – равнобедренный; $\angle ABC = 120°$; AC = 6 см, AC = 10 см.

Найти: $S_{б.п.}$.

Решение:

1. В плоскости $\alpha = (A, B, C)$ рассмотрим ΔABC. Проведем $BK \perp AC$.
2. $AK = KC$; $\angle 1 = \angle 2$ (свойство высоты равнобедренного треугольника).

3. Рассмотрим ΔAKB – прямоугольный; $\dfrac{AK}{AB} = \sin 60°$; $AB = \dfrac{AK}{\sin 60°}$;

$AB = 3 : \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ (см).

4. Рассмотрим ΔAA_1C – прямоугольный, $AA_1 = \sqrt{A_1C^2 - AC^2}$ (по теореме Пифагора), $AA_1 = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ (см).

5. $S_{\text{б.п.}} = P_{\Delta ABC} \cdot AA_1 = (2AB + AC) \cdot AA_1$; $S_{\text{б.п.}} = (2 \cdot 2\sqrt{3} + 6) \cdot 8 = 32\sqrt{3} + 48$ (см^2).

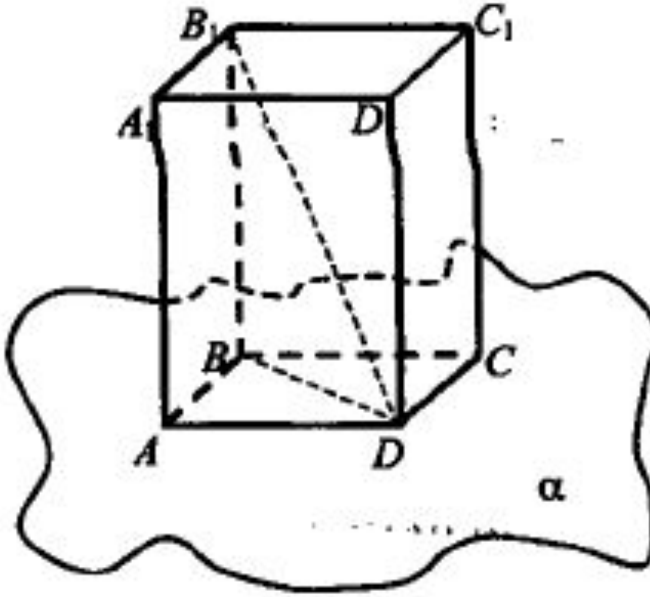
(*Ответ*: $S_{\text{б.п.}} = (32\sqrt{3} + 48)$ (см^2).)

II уровень

Карточка № 2

Прочитайте условие задачи и приведите в приведенном решении нужные обоснования.

В правильной четырехугольный призме диагональ, равная 6 см, образует с плоскостью основания угол, равный 30°. Найдите высоту призмы и ее объем.



Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – правильная призма; $B_1D = 6$ см; $\angle(B_1D, \alpha) = 30°$.

Найдите: а) B_1B; б) $V_{пр.}$.

Решение:

1. $BD = \text{пр}_\alpha B_1D \Rightarrow \angle B_1DB$ – угол между диагональю B_1D и плоскостью основания (по определению). $\angle B_1DB = 30°$.
2. ΔB_1DB – прямоугольный, так как …
3. B_1B – катет, лежащий против угла 30°. $B_1B = \frac{1}{2} B_1D$, так как …

4. $BD = B_1D \cdot \cos 30^\circ$, так как …

5. $ABCD$ – квадрат, так как …

6. ΔABD – равнобедренный и прямоугольный, $BD^2 = 2AD^2$, так как …

$$AD^2 = \frac{BD^2}{2}; \; AD = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} = 1{,}5\sqrt{6} \text{ см.}$$

7. $V_{\text{пр.}} = abc$; $V_{\text{пр.}} = S_{\text{осн.}} \cdot CB_1 = \dfrac{BD^2}{2} BB_1$; $V_{\text{пр.}} = \dfrac{27}{2} \cdot 3 = 40{,}5$ (см^3).

(*Ответ*: $BB_1 = 3$ см; $V_{\text{пр.}} = 40{,}5$ см^3.)

Решите задачи с учебника:

- №235
- №234
- №236
- №238
- №298