

Секреты быстрого умножения и деления



1. Умножение и деление на 5, 50, 500 и т. д.

Умножение на 5, 50, 500 и т. д. заменяется умножением на 10, 100, 1000 и т. д. с последующим делением на 2 полученного произведения (или делением на 2 и умножением на 10, 100, 1000 и т. д.). (50 = 100: 2 и т.д.)

$$54*5=(54*10):2=540:2=270 \quad (54*5 = (54:2)*10= 270).$$

Чтобы число разделить на 5, 50, 500 и т. д., надо это число разделить на 10, 100, 1000 и т. д. и умножить на 2.

$$10800 : 50 = 10800:100*2 =216$$

$$10800 : 50 = 10800*2:100 =216$$

2. Умножение и деление на 25, 250, 2500 и т. д.

Умножение на 25, 250, 2500 и т. д. заменяется умножением на 100, 1000, 10000 и т. д. и полученный результат разделить на 4. ($25 = 100 : 4$)

$$542 * 25 = (542 * 100) : 4 = 13550 \quad (248 * 25 = 248 : 4 * 100 = 6200)$$

(если число делится на 4, то выполнение умножения не занимает времени, любой ученик может выполнить).

Чтобы выполнить деление числа на 25, 250, 2500 и т. д. это число надо разделить на 100, 1000, 10000 и т. д. и умножить на 4

$$31200 : 25 = 31200 : 100 * 4 = 1248.$$

3. Умножение и деление на 125, 1250, 12500 и т. д.

Умножение на 125, 1250 и т. д. заменяется умножением на 1000, 10000 и т. д. и полученное произведение нужно делить на 8. ($125 = 1000 : 8$)

$$72 * 125 = 72 * 1000 : 8 = 9000$$

Если число делится на 8, то сначала выполним деление на 8, а потом умножение на 1000, 10000 и т. д.

$$48 * 125 = 48 : 8 * 1000 = 6000$$

Чтобы разделить число на 125, 1250 и т. д., надо это число разделить на 1000, 10000 и т. д. и умножить на 8.

$$7000 : 125 = 7000 : 1000 * 8 = 56.$$

4. Умножение и деление на 75, 750 и т. д.

Чтобы число умножить на 75, 750 и т. д. надо это число разделить на 4 и умножить на 300, 3000 и т.д. ($75 = 300 : 4$)

$$48 * 75 = 48 : 4 * 300 = 3600$$

Чтобы число разделить на 75, 750 и т. д. надо это число разделить на 300, 3000 и т.д. и умножить на 4

$$7200 : 75 = 7200 : 300 * 4 = 96.$$

5. Умножение на 15, 150.

При умножении на 15, если число нечетное, умножают его на 10 и прибавляют половину полученного произведения:

$$23 \times 15 = 23 \times (10 + 5) = 230 + 115 = 345;$$

если же число четное, то поступаем еще проще — к числу прибавляем его половину и результат умножаем на 10:

$$18 \times 15 = (18 + 9) \times 10 = 27 \times 10 = 270.$$

При умножении числа на 150 пользуемся тем же приемом и умножаем результат на 10, т.к. $150 = 15 \times 10$:

$$24 \times 150 = ((24 + 12) \times 10) \times 10 = (36 \times 10) \times 10 = 3600.$$

Точно так же быстро умножить двузначное число (особенно четное) на двузначное, оканчивающиеся на 5:

$$24 * 35 = 24 * (30 + 5) = 24 * 30 + 24 : 2 * 10 = 720 + 120 = 840.$$

6. Перемножение двузначных чисел, меньших, чем 20.

К одному из чисел надо прибавить количество единиц другого, эту сумму умножить на 10 и прибавить к ней произведение единиц данных чисел:

$$18 \times 16 = (18 + 6) \times 10 + 8 \times 6 = 240 + 48 = 288.$$

Описанным способом можно умножать двузначные числа, меньшие 20, а также числа, в которых одинаковое количество десятков: $23 \times 24 = (23 + 4) \times 20 + 4 \times 6 = 27 \times 20 + 12 = 540 + 12 = 562$.

Объяснение:

$$(10+a) \cdot (10+b) = 100 + 10a + 10b + a \cdot b = 10 \cdot (10+a+b) + a \cdot b = 10 \cdot ((10+a)+b) + a \cdot b .$$

7. Умножение двузначного числа на 101.

Пожалуй, самое простое правило: припишите ваше число к самому себе. Умножение закончено.

Пример:

$$57 * 101 = 5757 \quad 57 \rightarrow 5757$$

Объяснение: $(10a+b)*101 = 1010a + 101b = 1000a + 100b + 10a + b$

Аналогично производят умножение трехзначных чисел на 1001, четырехзначных - на 10001 и т.п.

8. Умножение числа на 11.

Следует "раздвинуть" цифры числа, умножаемого на 11, и в образовавшийся промежуток вписать сумму этих цифр, причем если эта сумма больше 9, то, как при обычном сложении, следует единицу перенести в старший разряд.

Пример:

$34 * 11 = 374$, так как $3 + 4 = 7$, семерку помещаем между тройкой и четверкой

$68 * 11 = 748$, так как $6 + 8 = 14$, четверку помещаем между семеркой (шестерка плюс перенесенная единица) и восьмеркой

Объяснение:

$10a+b$ - произвольное число, где a - число десятков, b - число единиц.

Имеем:

$(10a+b)*11 = 10a*11 + b*11 = 110a + 11b = 100a + 10a + 10b + b = 100a + 10*(a+b) + b$,

где мы имеем a сотен, $a+b$ десятков и b единиц. т.е. результат содержит $a*(a+1)$ сотен, два десятка и пять единиц.

$43625*11$

Составляем произведение: 5 единиц, $5+2=7$ десятки, $2+6=8$ сотни, $6+3=9$ тысячи, $3+4=7$ десятки тысяч, 4 сотни тысяч.

$43625*11=479875$.

Когда множимое заключается в пределах 1000 и 10000 (например, 7543), то можно применить следующий способ умножения на 11. Сначала разбить множимое 7543 на грани, по две цифры, затем найти произведение первой грани (75) слева на 11, как указано в умножении двузначного числа на 11. Полученное число ($75 \cdot 11 = 725$) даст сотни произведения, так как умножали сотни множимого. Потом надо умножить на 11 вторую грань (43), получим единицы произведения: $43 \cdot 11 = 473$. Наконец, полученные произведения сложим: 825 сот. + 473 = 82739. Следовательно, $7543 \cdot 11 = 82739$.

Рассмотрим ещё пример: $8324 \cdot 11$.

$83 \cdot 11 = 913$ сот.

$24 \cdot 11 = 264$; 913 сот. + 264 = 91564. Следовательно, $8324 \cdot 11 = 91564$.

9. Умножение на 22, 33, ..., 99.

Чтобы двузначное число умножить 22, 33, ..., 99, надо этот множитель представить в виде произведения однозначного числа на 11.

Выполнить умножение сначала на однозначное число, а потом на 11:

$$15 * 33 = 15 * 3 * 11 = 45 * 11 = 495.$$

10. Умножение двузначных чисел на 111.

Сначала возьмём множимым такое двузначное число, сумма цифр которого меньше 10. Поясним на числовых примерах:

$$45 * 111.$$

Так как $111 = 100 + 10 + 1$, то $45 * 111 = 45 * (100 + 10 + 1)$. При умножении двузначного числа, сумма цифр которого меньше 10, на 111, надо в середину между цифрами вставить два раза сумму цифр (т.е. чисел, ими изображаемых) его десятков и единиц $4 + 5 = 9$. $4500 + 450 + 45 = 4995$.

Следовательно, $45 * 111 = 4995$. Когда сумма цифр двузначного множимого больше или равна 10, например $68 * 11$, надо сложить цифры множимого ($6 + 8$) и в середину между цифрами 6 и 8 вставить 2 раза единицы полученной суммы. Наконец, к составленному числу 6448 прибавить 1100.

$$\text{Следовательно, } 68 * 111 = 7548.$$

11. Умножение на 37.

При умножении числа на 37, если данное число кратно 3, его делят на 3 и умножают на 111.

$$27*37=(27:3)*(37*3)=9*111=999$$

Если же данное число не кратно 3, то из произведения вычитают 37 или к произведению прибавляют 37.

$$23*37=(24-1)*37=(24:3)*(37*3)-37=888-37=851.$$

12. Возведение в квадрат любого двузначного числа.

Если запомнить квадраты всех чисел от 1 до 25, то легко найти и квадрат любого двузначного числа, превышающего 25.

Для того чтобы найти квадрат любого двузначного числа, надо разность между этим числом и 25 умножить на 100 и к получившемуся произведению прибавить квадрат дополнения данного числа до 50 или квадрат избытка его над 50-ю.

Рассмотрим пример:

$$37^2 = 12 * 100 + 13^2 = 1200 + 169 = 1369$$

$$(M-25) * 100 + (50-M)^2 = 100M - 2500 + 2500 - 100M + M^2 = M^2 .$$

13. Умножение чисел, близких к 100.

При увеличении (уменьшении) одного из множителей на несколько единиц умножаем полученное целое число и прибавленные (отнятые) единицы на другой множитель и из первого произведения вычитаем второе произведение (полученные произведения складываем)

$$98 \cdot 8 = (100 - 2) \cdot 8 = 100 \cdot 8 - 2 \cdot 8 = 800 - 16 = 784.$$

Данный прием представления одного из сомножителей в виде разности позволяет легко умножать на 9, 99, 999.

Для этого достаточно умножить число на 10 (100, 1000) и из полученного целого числа вычесть число, которое умножали:

$$154 \times 9 = 154 \times 10 - 154 = 1540 - 154 = 1386.$$

Но еще проще ознакомить детей с правилом — «чтобы умножить число на 9 (99, 999) достаточно вычесть из этого числа число его десятков (сотен, тысяч), увеличенное на единицу, и к полученной разности приписать дополнение его цифры единиц до 10 (дополнение до 100 (1000) числа, образованного двумя (тремя) последними цифрами этого числа):

$$154 \times 9 = (154 - 16) \times 10 + (10 - 4) = 138 \times 10 + 6 = 1380 + 6 = 1386$$

14. Умножение двузначных чисел, у которых сумма единиц равна 10.

Пусть даны два двузначных числа, у которых сумма равна 10:

$M=10m + n$, $K=10a + 10 - n$. Составим их произведение.

$$M * K = (10m+n) * (10a + 10 - n) = 100am + 100m - 10mn + 10an + +10n - n^2 = m * (a + 1) * 100 + n * (10a + 10 - n) - 10mn = (10m) * * (10 * (a + 1)) + n * (K - 10m).$$

Рассмотрим несколько примеров:

$$17 * 23 = 10 * 30 + 7 * 13 = 300 + 91 = 391;$$

$$33 * 67 = 30 * 70 + 3 * 37 = 2100 + 111 = 2211.$$

15 . Умножение на число, записанное одними девятками.

Для того чтобы найти произведение числа написанного одними девятками на число имеющее с ним одинаковое количество цифр надо от множителя отнять единицу и к получившемуся числу приписать другое число все цифры которого дополняют цифры указанного получившегося числа до 9.

$$8 * 9 = 72;$$

$$46 * 99 = 4554;$$

$$137 * 999 = 136863;$$

$$3562 * 9999 = 35616438.$$

Наличие такого способа усматривается из следующего приёма решения приведённых примеров: $8 * 9 = 8 * (10 - 1) = 80 - 8 = 72$,

$$46 * 99 = 46 * (100 - 1) = 4600 - 54 = 4554.$$

16. Возведение в квадрат числа, оканчивающегося на 5.

Число десятков умножаем на следующее число десятков и прибавляем 25.

$$15*15 = 225 = 10*20 + 25 \quad (\text{или } 1*2 \text{ и приписываем справа } 25)$$

$$35*35 = 30*40 + 25 = 1225 \quad (3*4 \text{ и приписываем справа } 25)$$

$$65*65 = 60*70 + 25 = 4225 \quad (6*7 \text{ и приписываем справа } 25)$$