

# Символы математической логики

## *Кванторы*

$\forall$  - общности

$\exists$  - существования

## *Связки*

$\wedge$  - конъюнкция (и)

$\vee$  - дизъюнкция (или)

$\rightarrow$  - импликация (если..., то...)

$\equiv$  - эквиваленция (если и только  
если..., то...)

$\neg$  - отрицание (неверно, что...)

# Понятие множества

Под *множеством* понимается совокупность некоторых объектов. Объекты, которые образуют множество, называются *элементами* или точками, этого множества.

Множества обозначаются прописными буквами, а их элементы – строчными.

$a \in A$  - принадлежит

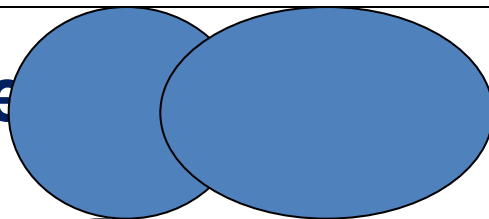
$a \notin A$  - не принадлежит

$A \subset B$  - подмножество

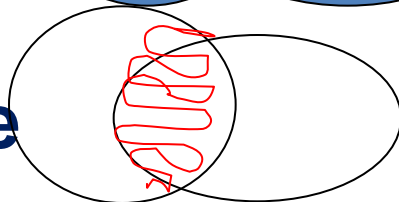
$\emptyset$  - пустое множество

# Операции над множествами

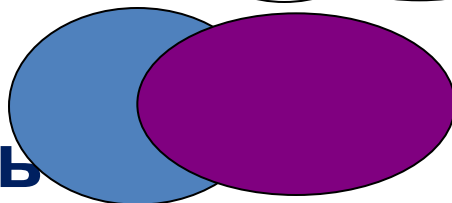
$A \cup B$  - объединение



$A \cap B$  - пересечение



$A \setminus B$  - разность



**Пример.** Даны множества  $A = \{1; 3; 6; 8\}$  и  $B = \{2; 4; 6; 8\}$

Найти объединение, пересечение и разность

множеств  $A$  и  $B$ .

# Последовательность. Предел последовательности.

- **Определение 1.** Если по некоторому закону каждому натуральному числу  $n \in \mathbb{N}$  поставлено в соответствие вполне определенное число  $a_n$ , то говорят, что дана числовая последовательность  $\{a_n\}$ :

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

словами, числовая последовательность эта функция натурального аргумента  $a_n = f(n)$ .

$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  называются членами последовательности, а число  $a_n$  — общим членом.

Пример.  $a_n = (-1)^n / (2n + 1)$ .

- **Определение 2.** Число  $A$  называется пределом числовой последовательности  $\{a_n\}$ , если для любого сколь угодно малого положительного числа  $\varepsilon > 0$ , найдется такой номер  $N$ , зависящий от  $\varepsilon$ ,  $N = N(\varepsilon)$ , что для всех членов последовательности с номерами  $n > N$  справедливо  $|a_n - A| < \varepsilon$ .

Предел числовой последовательности обозначается

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A \quad \text{или} \quad a_n \rightarrow \infty \quad \text{при} \quad n \rightarrow \infty.$$

Последовательность, имеющая предел, называется сходящейся, а в противном случае - расходящейся.

# Функция. Способы задания функции.

- **Определение 3.** Если каждому элементу  $x$  из множества  $X$  по некоторому правилу соответствует единственный элемент  $y$  из множества  $Y$ , то говорят, что на множестве  $X$  задана функция  $y = f(x)$  переменной  $x$ . При этом множество  $X$  называется областью определения функции, а множество  $Y$  – областью значений функции.  
 $x$ - называется независимой переменной или аргументом,  $y$  - зависимой переменной, буква  $f$  – обозначает закон соответствия.

Существует несколько способов задания функции.

- **Аналитический способ**, если функция задана формулой вида  $y = f(x)$ .
- **Табличный способ**, если функция задана в виде таблицы.
- **Графический способ**, если функция изображена в виде в виде графика-множества точек  $(x, y)$  плоскости, абсциссой которых есть значения аргумента  $x$ , а ординаты - соответствующие им значения функции  $y$ .
- **Словесный способ**, если функция описана правилом ее составления, например функция Дирихле:  $f(x) = 1$ , если  $x$  – рационально; и  $f(x) = 0$ , если  $x$  – иррационально.

- Функция может быть задана программой, вычисляющей ее значения с помощью компьютера.

## Основные свойства функций.

**1. Четность и нечетность.** Функция  $y = f(x)$  называется **четной**, если для любых значений  $x$  из любой области определения  $f(-x) = f(x)$ , и **нечетной**, если  $f(-x) = -f(x)$ .

Функция, не являющаяся ни четной, ни нечетной, называется функцией **общего вида**.

График четной функции симметричен относительно оси ординат.

График нечетной функции симметричен относительно начала координат.



- 2. Монотонность.** Функция  $y = f(x)$  называется возрастающей (убывающей) на промежутке  $X$ , если большему значению аргумента из этого промежутка соответствует большее (меньшее) значение функции.

Функции возрастающие или убывающие называются **монотонными**.
- 3. Ограниченность.** Функция  $y = f(x)$  называется **ограниченной** на промежутке  $X$ , если существует такое положительное число  $M > 0$ , то  $|f(x)| \leq M$  для любого  $x \in X$ .

В противном случае функция называется **неограниченной**.

- **4. Периодичность.** Функция  $y = f(x)$  называется **периодической** с периодом  $T \neq 0$ , если для любых  $x$  из области определения функции  $f(x + T) = f(x)$ .

# Основные элементарные функции

- 1) Степенная функция:  $y = x^\alpha$  , где

Ее область определения и множество значений зависят от  $\alpha$  .

Например:

а)  $y = x^2 : D(x^2) = (-\infty; +\infty), E(x^2) = [0; +\infty)$

б)  $y = \sqrt{x} : D(\sqrt{x}) = [0; +\infty), E(\sqrt{x}) = [0; +\infty)$

в)  $y = x^3 : D(x^3) = (-\infty; +\infty), E(x^3) = (-\infty; +\infty)$ .

- **2. Показательная функция:**  $a^x$ , где  $a > 0, a \neq 1$ ;  $D(a^x) = (-\infty; +\infty)$ ,  $E(a^x) = (0; +\infty)$ .

**3) Логарифмическая функция:**

$$y = \log_a x, \text{ где}$$

**4) Тригонометрические функции:**

а)  $y = \sin x$ :  $D(\sin x) = (-\infty; +\infty)$ ,  $E(\sin x) = [-1; 1]$ ;

б)  $y = \cos x$ :  $D(\cos x) = (-\infty; +\infty)$ ,  $E(\cos x) = [-1; 1]$ ;

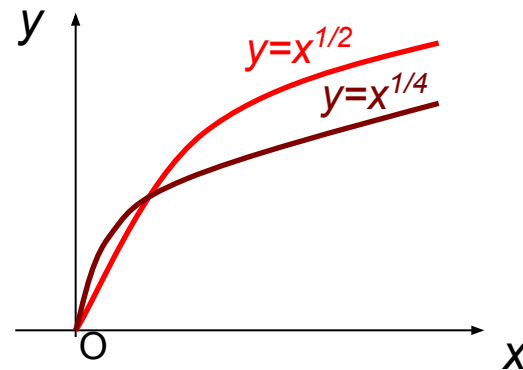
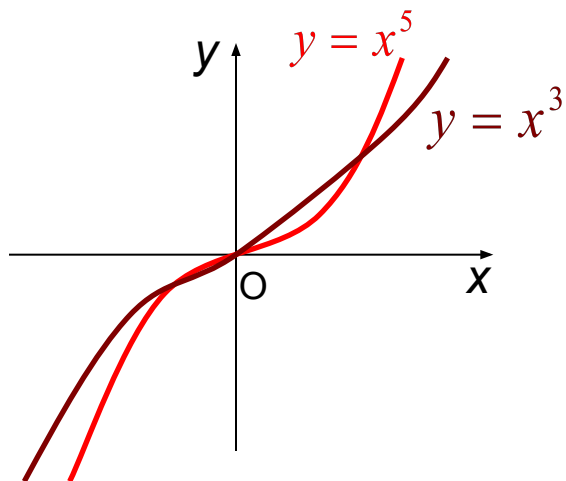
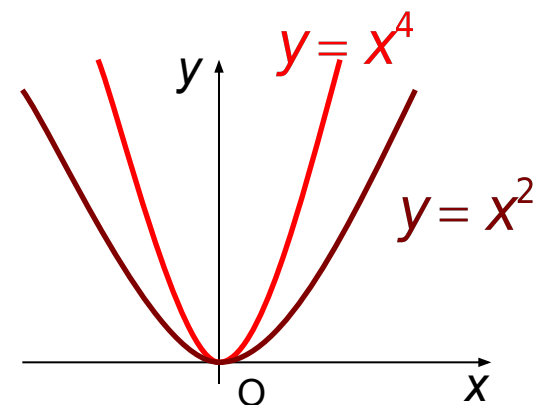
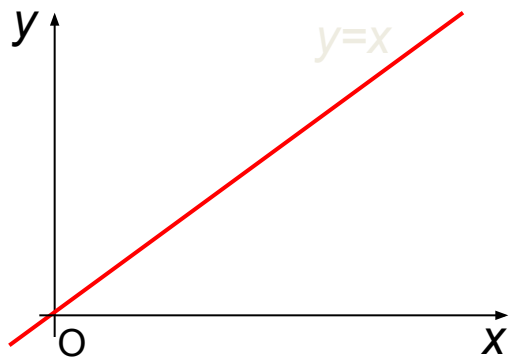
в)  $y = \operatorname{tg} x$ :  $D(\operatorname{tg} x) = \left\{ x \mid x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z \right\}$ ,  $E(\operatorname{tg} x) = R$ ;

г)  $y = \operatorname{ctg} x$ :  $D(\operatorname{ctg} x) = \left\{ x \mid x \neq \pi n, n \in Z \right\}$ ,  $E(\operatorname{ctg} x) = R$ .

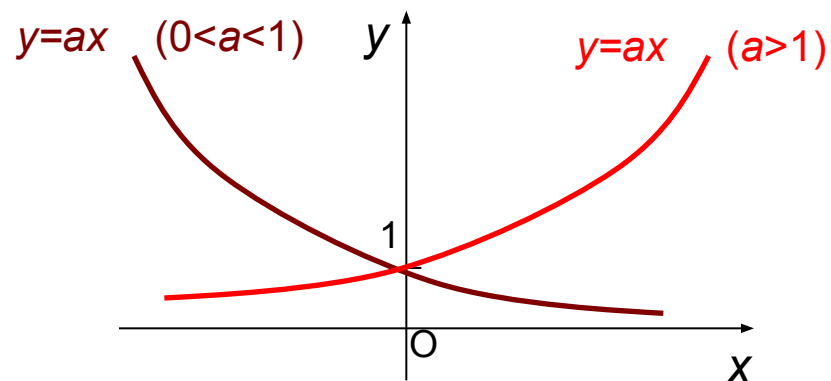
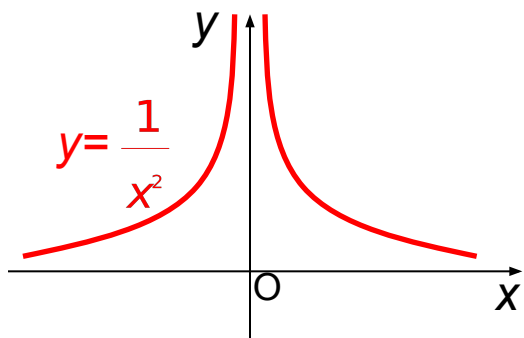
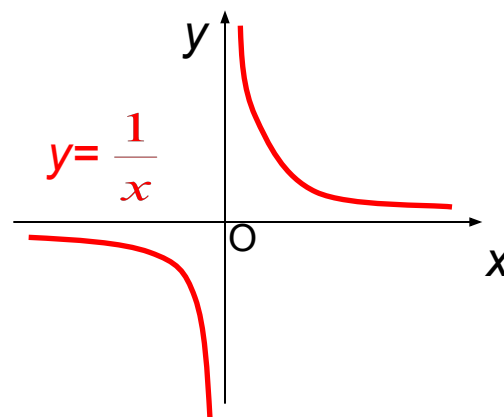
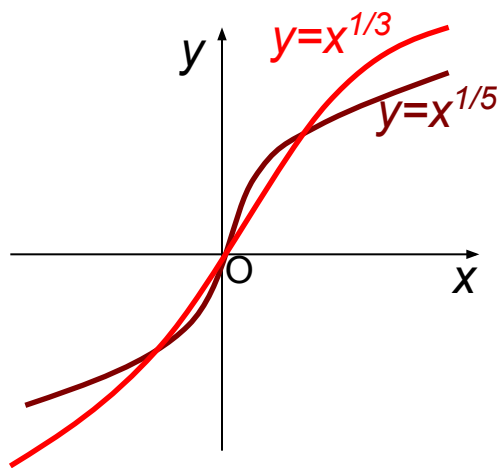
• 5) Обратные тригонометрические функции:

- а)  $y = \arcsin x: D(\arcsin x) = [-1; 1] \quad E(\arcsin x) = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right];$
- б)  $y = \arccos x: D(\arccos x) = [-1; 1] \quad E(\arccos x) = [0; \pi];$
- в)  $y = \operatorname{arctg} x: D(\operatorname{arctg} x) = (-\infty; +\infty) \quad E(\operatorname{arctg} x) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right);$
- г)  $y = \operatorname{arcctg} x: D(\operatorname{arcctg} x) = (-\infty; +\infty), \quad E(\operatorname{arcctg} x) = (0; \pi).$

- **Графики основных элементарных функций:**



- Графики основных элементарных функций:



# ФУНКЦИЯ. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

## 2. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

- Графики основных элементарных функций:

