Элементы комбинаторики в школьном курсе математики

Содержание

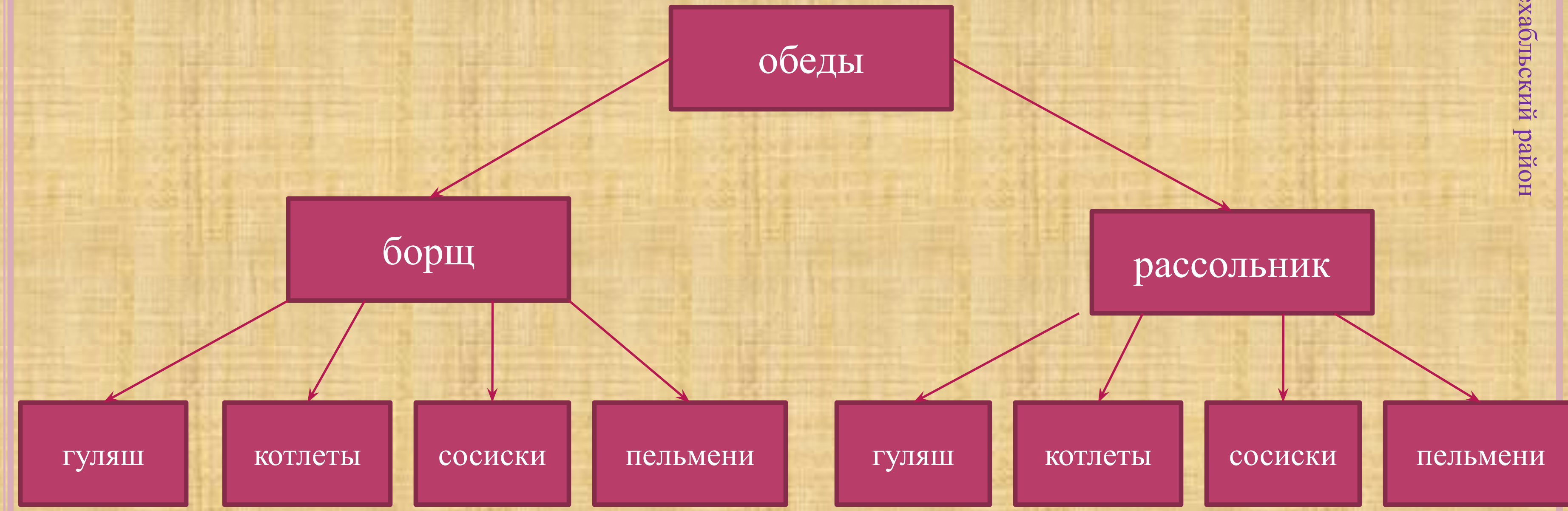
25.09.2010

Кошехабльский район

Дерево возможностей

Задача

В кафе предлагают два первых блюда: борщ и рассольник, а также четыре вторых блюда: гуляш, котлеты, сосиски, пельмени. Укажите все обеды из двух блюд, которые может заказать посетитель.



Дерево возможностей помогает решать разнообразные задачи, касающиеся перебора вариантов происходящих событий.

Немного истории

Комбинаторика – ветвь математики , изучающая комбинации перестановки предметов .Еще комбинаторику можно понимать как перебор возможных вариантов.

Комбинаторика возникла в 17 веке. Комбинаторные навыки оказались полезными в часы досуга. В таких играх как нарды, карты, шашки, шахматы приходилось рассматривать различные сочетания фигур и выигрывал тот, кто их лучше изучил, знал выигрышные комбинации и умел избегать проигрышные.

Еще с давних пор дипломаты стремясь к тайне переписке, изобретали сложные шифры, а секретные службы пытались эти шифры разгадать.

Методы комбинаторики находят широкое применение в физике, химии, биологии, экономике и др. областях.

В науке и практике часто встречаются задачи, решая которые приходится составлять различные комбинации из конечного числа элементов и подсчитывать число комбинаций. Такие задачи получили название комбинаторных задач.

В частности, одним из видов комбинаторных задач являются задачи на соединения

Виды соединений

- перестановки
- размещения
- сочетания

В задачах по комбинаторике часто применяется такое понятие как факториал (в переводе с английского « factor» – множитель)

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1)n$$

Перестановки.

Опр. Перестановкой из n элементов называется последовательность, состоящая из всех элементов некоторого n-элементного множества, причем число элементов этой последовательности равно n.

Формула (число размещений «из эн по эм»):

$$P_n = n!$$

Задача: В расписании сессии 3 экзамена (история, геометрия, алгебра). Сколько может быть вариантов расписаний?

Решение. (***обратить внимание на его оформление!***)

Основное множество: {история, геометрия, алгебра} ⇒ $n = 3$

Соединение – вариант расписания сессии

Проверим, важен ли порядок:

{история, геометрия, алгебра} и {геометрия, история, алгебра} – варианты расписания сессии для разных групп ⇒ порядок важен ⇒ это последовательность ⇒ это перестановка из трех элементов.

$$P_3 = 3! = 6$$

Ответ: 6 вариантов

Размещения

Опр. Размещением из n элементов по m ($m \le n$) называется последовательность, состоящая из m различных элементов некоторого n элементного множества.

Формула (число размещений «из эн по эм»):

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Задача: Сколько существует двузначных чисел, в которых цифра десятков и цифра единиц различны и нечетны?

Решение (***обратить внимание на его оформление!***)

Основное множество: {1, 3, 5, 7, 9} – нечетные цифры ⇒ $n = 5$

Соединение – двузначное число ⇒ $m = 2$

Проверим, важен ли порядок: $13 \neq 31$ -разные двузначные числа ⇒ -порядок важен ⇒ это последовательность ⇒ это размещение «из пяти по два».

$$A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = 4 \cdot 5 = 20$$ двузначных чисел

Ответ: 20 чисел.

25.09.2010

Кошехабльский район

Сочетания

Опр. Сочетанием из n элементов по m ($m \le n$) называется m- элементное подмножество некоторого n элементного множества.

Формула (число размещений «из эн по эм»):

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!\, m!}$$

Задача: Сколькими способами можно составить букет из 3 цветов, если в вашем распоряжении 5 цветов: мак, роза, тюльпан, лилия, гвоздика?

Решение. (***обратить внимание на его оформление!***)

Основное множество: {мак, роза, тюльпан, лилия, гвоздика} ⇒ $n = 5$

Соединение – букет из трех цветков ⇒ $m = 3$

Проверим, важен ли порядок:

{тюльпан, лилия, гвоздика} и {лилия, тюльпан, гвоздика} – один и тот же букет ⇒ порядок неважен ⇒ это подмножество ⇒ это сочетание «из пяти по три».

$$C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!\, 3!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

Ответ: 10 букетов

Существенные признаки понятия

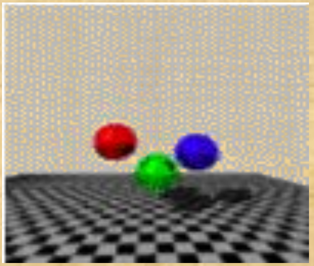
Перестановки	Размещения	Сочетания
1. Задано некоторое множество из n элементов. 2. Составляется последовательность из всех элементов этого множества. 3. Эта последовательность содержит n элементов.	1. Задано некоторое множество из n элементов. 2. Выделена последовательность элементов из этого множества. 3. Эта последовательность содержит m элементов. 4. Эти элементы различны.	1. Заданы два множества. 2. Одно из множеств являетс подмножеством другого. 3. Основное множество содержит n элементов. 4. Подмножество содержит m элементов.

Перестановки — Размещения

Сходства - это последовательности элементов n- элементного подмножества. В них имеет значение порядок следования элементов последовательности.

Различия - в размещении могут участвовать не все элементы исходного множества. В перестановке участвуют все элементы исходного множества.

Сочетания — Размещения



Различия - сочетание – это подмножество, содержащее m элементов из n. Размещение – это последовательность, содержащая m элементов из n.

При формировании последовательности важен порядок следования Элементов, а при формировании подмножества порядок не важен.

Решение задач

1. Пять мальчиков и четыре девочки хотят сесть на девятиместную скамейку так, чтобы каждая девочка сидела между двумя мальчиками. Сколькими способами они могут это сделать?
2. В библиотеке читателю предложили на выбор из новых поступлений 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?
3. Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различные и первая цифра отлична от нуля?
4. Сколько различных трехзначных чисел (без повторения цифр) можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, таких, которые являются: а) четными; б) кратными 5 ?