

Специальная теория относительности

Она же релятивистская
механика

Классическая механика и принцип относительности



ИСО \Rightarrow 1 закон Ньютона уравнивает все СО, движущиеся прямолинейно и равномерно относительно \forall ИСО = принцип относительности Галилея.

Для теоретиков он звучит так:

Основные законы физики формулируются одинаково

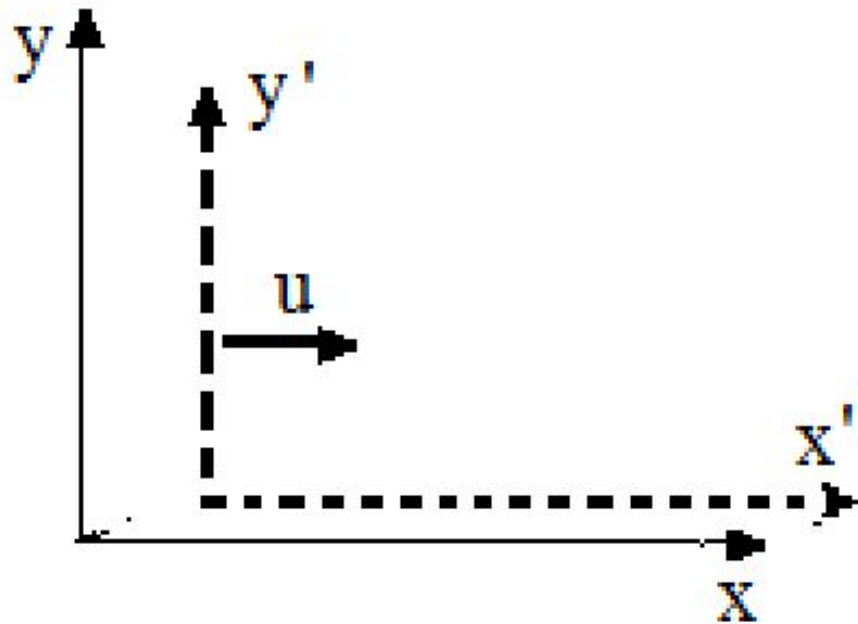
для всех СО, которые равномерно и прямолинейно движутся друг относительно друга.

Экспериментаторы понимают его так:

Нельзя, наблюдая за физическими явлениями в ИСО, обнаружить абсолютное движение или покой этой СО.

Преобразования Галилея

Необходимый элемент классической механики:



$$x' = x - u t; \quad y' = y; \quad z' = z$$

Подразумевается: $t' = t$

(время одно и то же во всех точках любых ИСО).

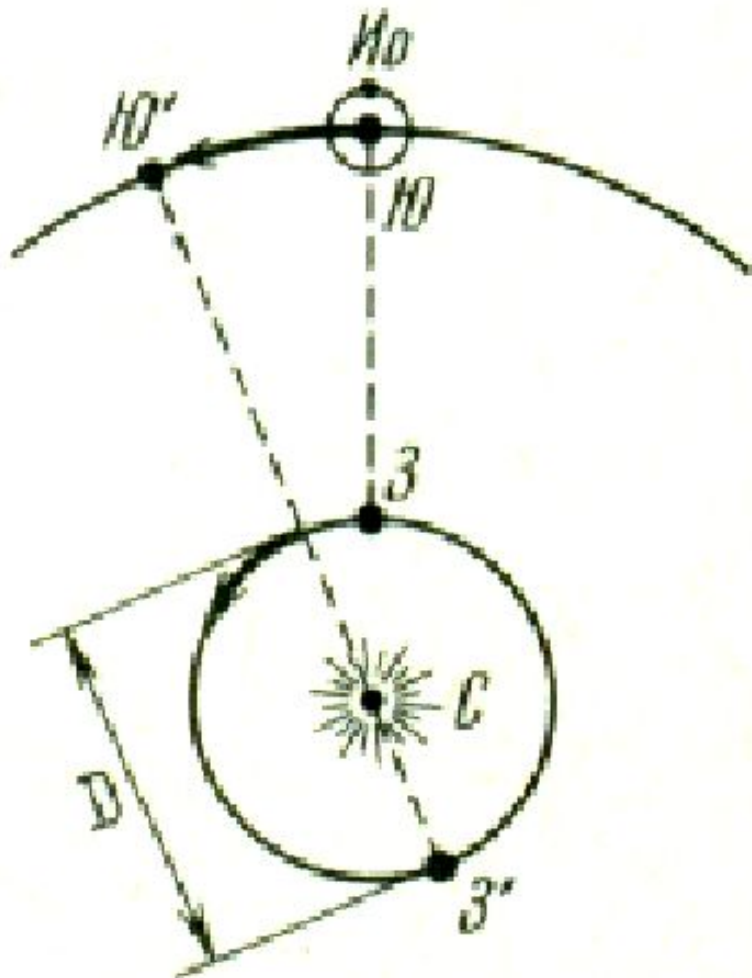
Для скоростей и ускорений получаются соотношения:

$$v_{x'} = v_x - u; \quad v_{y'} = v_y; \quad v_{z'} = v_z$$

$$w_{x'} = w_x; \quad w_{y'} = w_y; \quad w_{z'} = w_z$$

Но Максвелл: в \forall ИСО скорость ЭМВ = скорости света $\Rightarrow c - u = c$

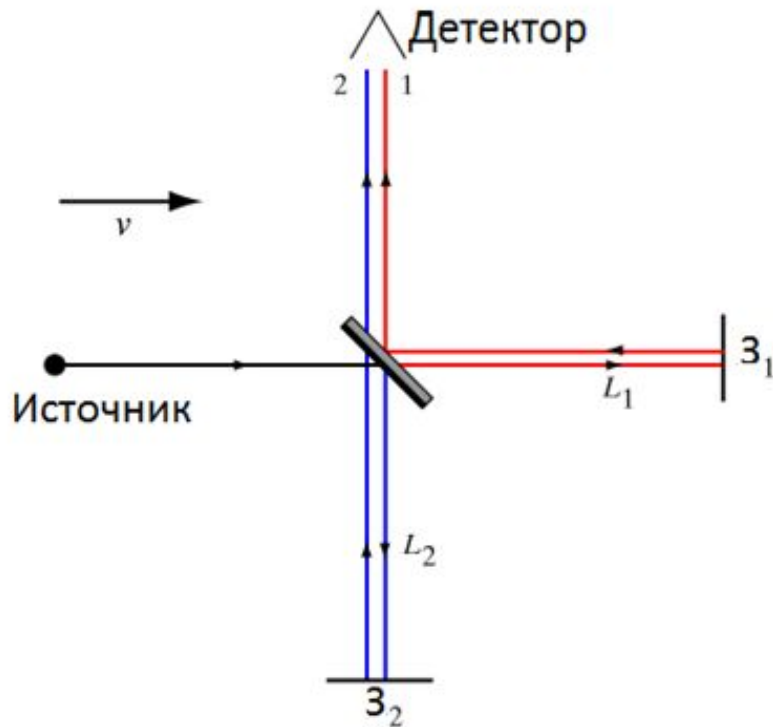
Скорость света



Оле Ремер (XVII век)
Наблюдение за спутниками
Юпитера:
время появления Ио из-за диска
Юпитера в двух конфигурациях
планет отличается на 20 мин. =
время прохождения светом
диаметра орбиты Земли.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

Опыт Майкельсона



Скорость движения Земли вокруг Солнца $v = 30$ км/с

$$L_1 = L_2$$

На участке L_1 направо

$\lambda = (c - v) / \nu_0$, и уложится $L_1 \nu_0 / (c - v)$ длин волн

На участке L_1 налево

$\lambda = (c + v) / \nu_0$, и уложится $L_1 \nu_0 / (c + v)$ длин волн

Полное их число:

$$L_1 \nu_0 / (c - v) + L_1 \nu_0 / (c + v) = 2 L_1 \nu_0 c / (c^2 - v^2)$$

Не обнаружена разность хода \Rightarrow движение источника не влияет на скорость света: $c = \text{invar}$

Выводы из опыта Майкельсона

Результат Майкельсона \Rightarrow 2 совершенно противоположных вывода:

- принцип относительности не верен, т.к. не действует правило сложения скоростей, которое из него следует;
- принцип относительности верен, т.к. измерения скорости света не позволяют выделить какую-либо ИСО.

В связи с этим возникли 2 проблемы:

- оставлять или отбросить принцип относительности?
- чем заменить преобразования Галилея?

Преобразования Лоренца

Для координат:

$$x' = (x - u t) / (1 - \beta^2)^{1/2}; \quad y' = y; \quad z' = z$$

Для времени (новое преобразование):

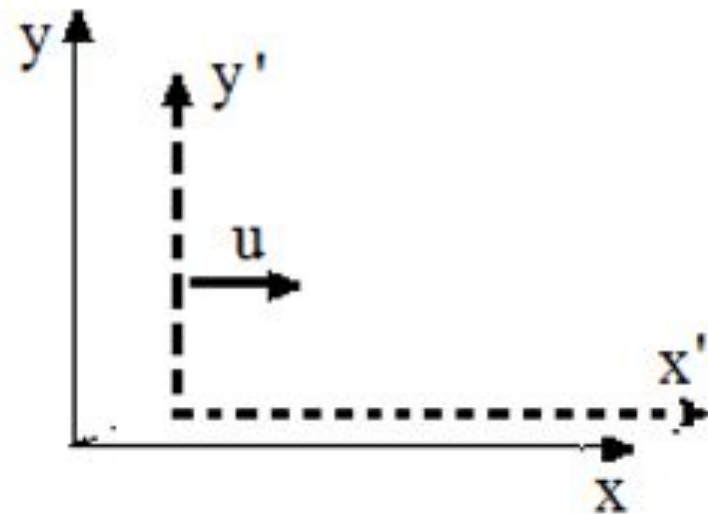
$$t' = (t - ux/c^2) / (1 - \beta^2)^{1/2}$$

Для скоростей:

$$v_x' = (v_x - u) / (1 - uv_x/c^2);$$

$$v_y' = (v_y / (1 - uv_x/c^2)) (1 - \beta^2)^{1/2};$$

$$v_z' = (v_z / (1 - uv_x/c^2)) (1 - \beta^2)^{1/2}$$



Основные следствия из преобразований Лоренца

1. лоренцово сокращение
продольных размеров тел.

$$l = l_0 (1 - \beta^2)^{1/2}$$

l_0 – длина линейки, неподвижной отн. наблюдателя в ЛСО, *собственная длина*;
 l – длина такой же линейки, движущейся со скор. u вдоль своего направления.

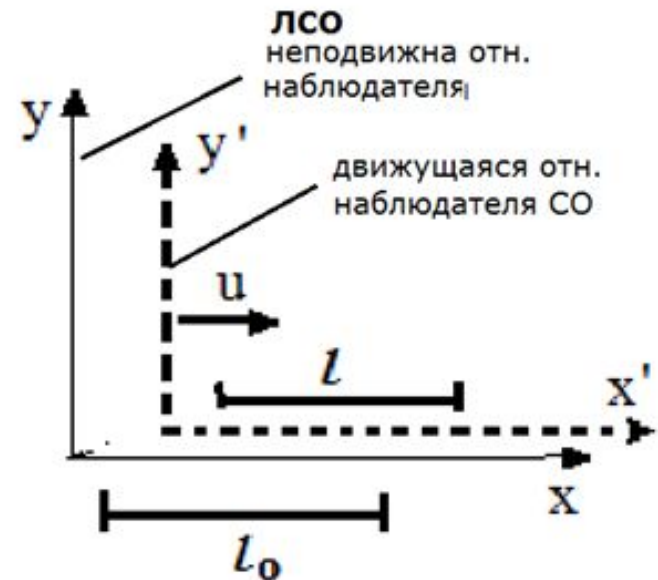
2. лоренцово замедление хода часов

$$\Delta t = \Delta t_0 / (1 - \beta^2)^{1/2}$$

Δt_0 – время между 2 событиями, произошедшими с телом, по часам, покоящимся относительно этого тела, *собственное время*; Δt – время между теми же событиями по движущимся часам (движущиеся часы «замедляют» ход).

3. скорость света не зависит от движения источника

Если $v_x = c$, то $v_{x'} = (c - u) / (1 - uc/c^2) = (c - u) / (1 - u/c) = c$



Постулаты Эйнштейна (постулаты СТО)

1. принцип относительности – никакими опытами внутри ИСО нельзя установить, движется она или покоится, все ИСО эквивалентны (формально \equiv принципу относительности Галилея, но относит не только к механическим явлениям, но к любым);

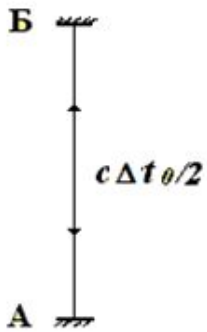
2. принцип постоянства скорости света – скорость света в пустоте одна и та же в любых условиях.

(не нужно объяснять следствие 3)

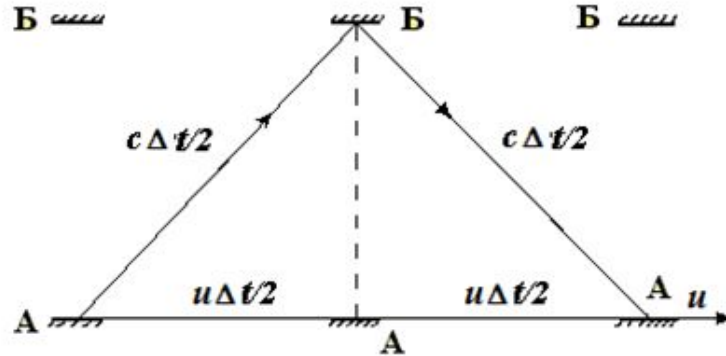
Световые часы и замедление их хода



2 зеркала, расположенных параллельно друг другу на расстоянии $l_0 \Rightarrow \Delta t_0 = 2l_0/c$.



часы в ЛСО



движущиеся часы

2 экз. световых часов с равными базами l_0 . Один находится в ЛСО, наблюдатель видит их собств. период колебаний $\Delta t_0 = 2l_0/c$.

Второй движется со

скор. u , наблюдатель из ЛСО обнаружит:

$$S = 2(l_0^2 + (u \Delta t/2)^2)^{1/2}$$

Δt – период колебаний светового пакета в движущихся часах:

$$\Delta t = S/c = (2(l_0^2 + (u \Delta t/2)^2)^{1/2})/c = ((2l_0/c)^2 + (u/c)^2 \Delta t^2)^{1/2} = (\Delta t_0^2 + \beta^2 \Delta t^2)^{1/2}$$

$$\Delta t^2 = \Delta t_0^2 + \beta^2 \Delta t^2 \rightarrow \Delta t_0^2 = (1 - \beta^2) \Delta t^2 \rightarrow$$

$\Delta t = \Delta t_0 / (1 - \beta^2)^{1/2}$ - движущиеся часы замедляют ход (и \forall другие, иначе нарушается принцип относительности)

Наблюдатель, движущийся вместе с часами, обнаружит замедление хода часов, оставшихся в ЛСО.

Лоренцово сокращение и световые часы (самостоятельно)

Для объяснения лоренцова сокращения в движущейся СО нужно двое одинаковых часов с базами \parallel и \perp направлению скорости. Длину базы вертикальных часов можно измерять по штрихам на стенке в ЛСО. База горизонтальных часов равна ей в неподвижном состоянии. Если часы начинают двигаться, то горизонтальные часы должны иметь период колебаний тот же, что и вертикальные,

$$\text{т.е.: } \Delta t = \Delta t_0 / (1 - \beta^2)^{1/2} = 2l_0 / c(1 - \beta^2)^{1/2}$$

Для горизонтальных часов он равен сумме отрезков времени, затраченных пакетом на движение направо $\Delta t_{\text{пр}}$ и обратно, налево $\Delta t_{\text{обр}}$. При движении направо зеркала успеют переместиться на $u \Delta t_{\text{пр}}$, и путь пакета равен $s_{\text{пр}} = l + u \Delta t_{\text{пр}}$, значит:

$$\Delta t_{\text{пр}} = (l + u \Delta t_{\text{пр}}) / c = l/c + (u/c) \Delta t_{\text{пр}}$$

Отсюда: $\Delta t_{\text{пр}} = (l/c) / (1 - \beta)$.

Здесь l длина движущейся базы (не равна l_0).

При движении обратно левое зеркало переместится на $u \Delta t_{\text{обр}}$ навстречу пакету, и получится:

$$\Delta t_{\text{обр}} = (l/c) / (1 + \beta)$$

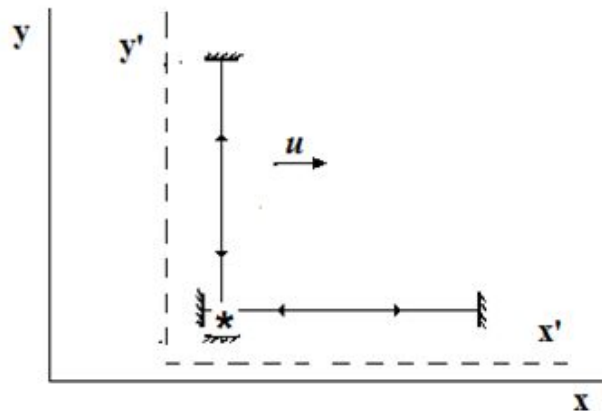
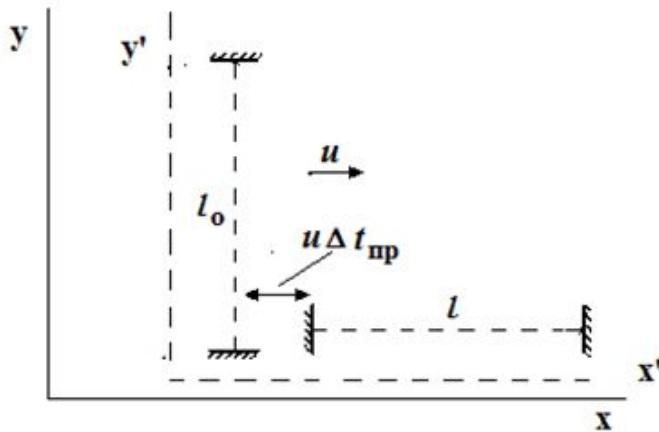
$$\Delta t = \Delta t_{\text{пр}} + \Delta t_{\text{обр}} = (2l/c) / (1 - \beta^2)$$

Приравниваем периоды вертикальных и горизонтальных часов:

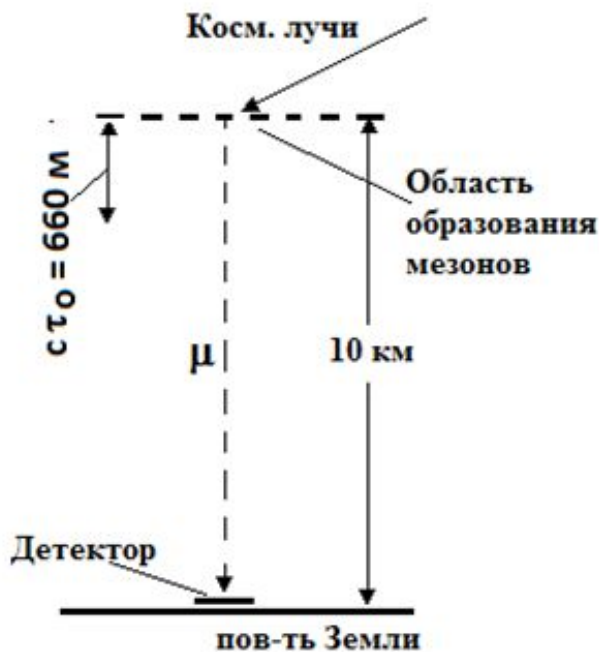
$$2l_0 / c(1 - \beta^2)^{1/2} = (2l/c) / (1 - \beta^2)$$

$$l = l_0 (1 - \beta^2)^{1/2}$$

Поперечные размеры тел при движении остаются неизменными.



Экспериментальное наблюдение «замедления времени»



Космические лучи образуют в атмосфере на высотах > 10 км (ниже не проникают) μ -мезоны – частицы с массой в 200 раз больше, чем у электрона. Их можно получать в лабораторных условиях, но там их скорости малы. μ -мезоны нестабильны, их время жизни, измеренное на лабораторных мезонах, равно $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с. Мезоны, даже двигаясь со скоростью света, не должны пролетать расстояние больше $ct_0 \approx 660$ м. Однако детекторы регистрируют их у поверхности Земли. Скорость

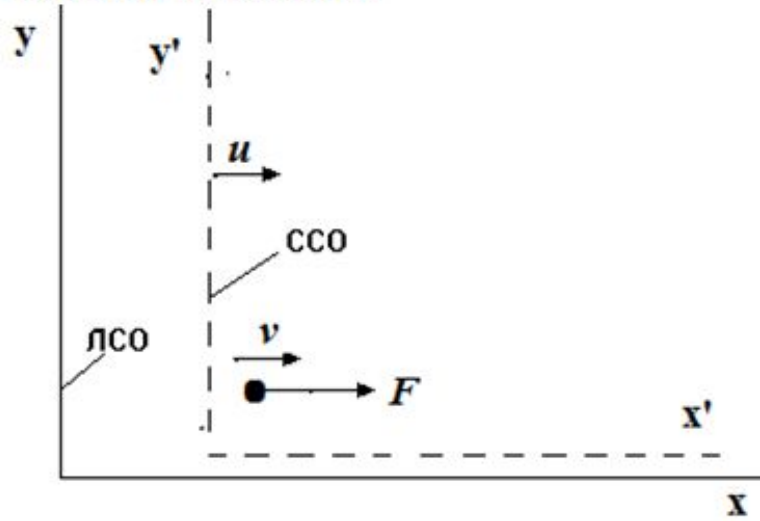
«космических» μ -мезонов \approx скорости света. Благодаря этому их время жизни в ЛСО увеличивается:

$$\tau = \tau_0 / (1 - \beta^2)^{1/2}$$

Если принять длину пробега μ -мезонов ct равной 10 км, то получится $u = 0.996$ с.

Модификация 2 закона Ньютона в СТО

Если нельзя превзойти скорость света, то $\Delta v \rightarrow 0$ за \forall промежуток времени Δt при \forall силе и $w = 0$. 2 закон Ньютона $dv/dt = F/m$ следует видоизменить.



Тело движется со скоростью v вдоль оси x ЛСО, и к нему приложена сила F в том же направлении. Прямо применить 2 закон Ньютона нельзя. Но можно перейти в другую ИСО, кот. наз. *сопровождающей СО* (ССО) и кот. движется отн. ЛСО со скоростью $u = v(t_0)$. В ССО можно применить к этому телу 2 закон Ньютона вблизи

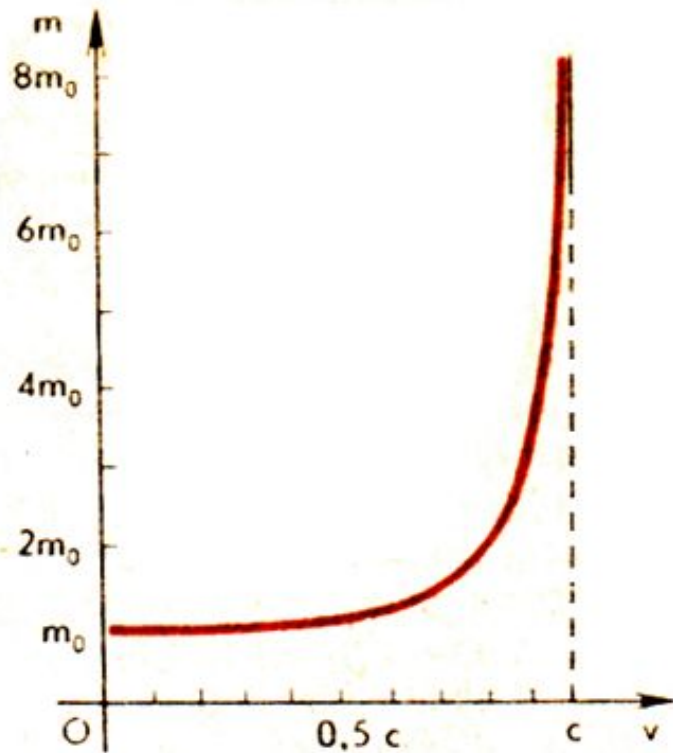
t_0 , т.к. $v'(t_0') = 0$.

$$v'(t_0' + \Delta t') = \Delta v' = (F/m_0) \Delta t'$$

После преобразований:

$$w = F / (m_0 / (1 - \beta^2)^{1/2})$$

Релятивистская масса



$$w = F / (m_0 / (1 - \beta^2)^{1/2})$$

инертность тела определяется не m_0 , которая наз. *массой покоя*, а величиной $m = m_0 / (1 - \beta^2)^{1/2}$ - *релятивистской массой* тела.

Релятивистская масса зависит от скорости тела, равна массе покоя при малых скоростях и $\rightarrow \infty$ при $v \rightarrow c$.

Нельзя разогнать тело с $m_0 \neq 0$ до скорости $v > c$ - при приближении к ней стремится к ∞ инертность тела, его способность сопротивляться ускорению.

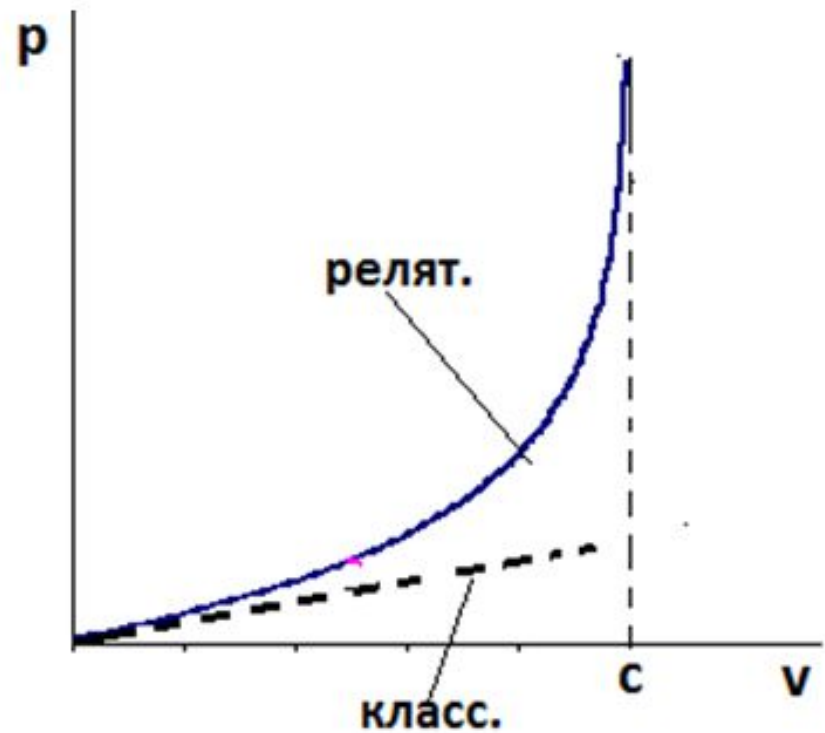
Основное уравнение динамики и релятивистский импульс

Основное уравнение динамики в СТО выглядит так же, как в классической механике:

$$d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}$$

но релятивистский импульс p определяется при этом как:

$$p = mv = m_0v/(1 - \beta^2)^{1/2}$$



КЭ тела, движущегося с большой скоростью

Следующий вопрос: энергия тела движущегося с релятивистскими скоростями.

$$dK/dt = F v = (dp/dt)(p/m) = (1/m)(pdp/dt)$$

Прямое интегрирование невозможно, т.к. $m = m(t)$ и не получается $K = p^2/2m$.

Обходной путь - рассмотрим комбинацию:

$$m^2 c^4 = m_0^2 c^4 / (1 - \beta^2) = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

$$m c^2 = (m_0^2 c^4 + p^2 c^2)^{1/2}$$

$$d(m c^2)/dt = \frac{1}{2} (2p(dp/dt)c^2 / (m_0^2 c^4 + p^2 c^2)^{1/2}) = dK/dt$$

Это соотношение означает, что:

$$K = m c^2 + \text{const}$$

Константу интегрирования можно найти из условия: $K = 0$ при $v = 0, m = m_0 \rightarrow \text{const} = -m_0 c^2$

$$K = m c^2 - m_0 c^2$$

Формула Эйнштейна и принцип эквивалентности массы и энергии

$$mc^2 = K + m_0c^2$$

Вел-на m_0c^2 - добавка к КЭ, а их сумма называется *полной релятивистской энергией E*, а m_0c^2 - *энергией покоя*.

$$E = mc^2$$

Энергия покоя - аналог ПЭ, но не зависит от координат, а существует всегда, где бы тело ни находилось.

Полная энергия появилась в соотношении:

$$m^2c^4 = m_0^2c^4 + p^2c^2$$

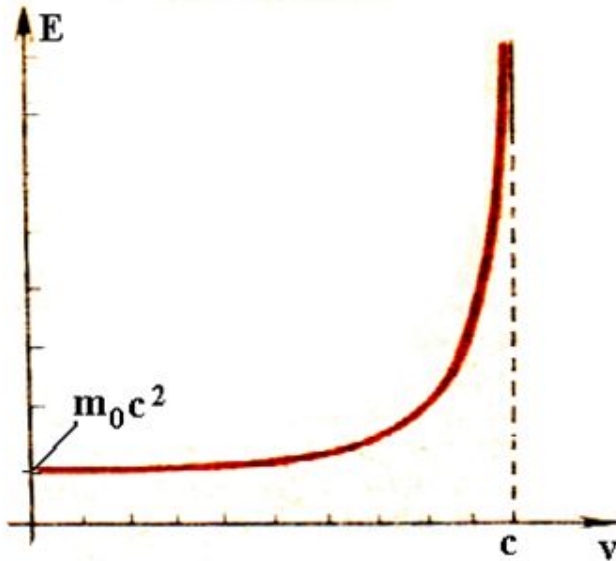
Оно преобразуется к виду: $E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4$

ПЧ не зависит от скорости тела, а в ЛЧ находится комбинация зависящих от нее величин, которая называется *релятивистским инвариантом*.

$E = mc^2$ (формула Эйнштейна) - *принцип эквивалентности массы и энергии*.

Каждое $\uparrow\downarrow$ энергии тела приводит к $\uparrow\downarrow$ его массы и наоборот:

$$\Delta E = \Delta mc^2$$



Эквивалентность массы-энергии и дефект

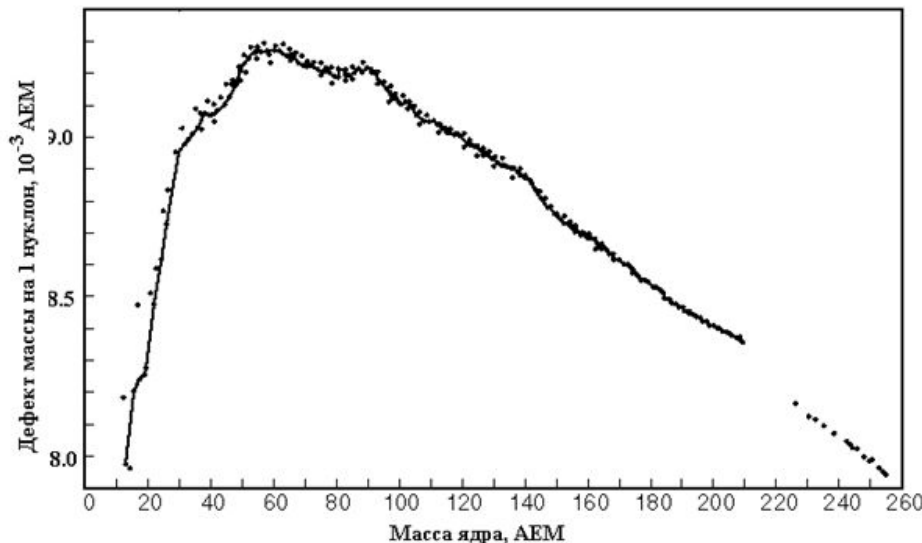
МАССЫ

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

Массу можно выражать в ед. энергии, но для больших тел это неудобно – $1 \text{ г} \leftrightarrow 9 \cdot 10^{13} \text{ Дж}$. Этот прием распространен в атомной и ядерной физике, а в качестве единицы используется электронвольт.

$1 \text{ эВ} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ – энергия, которую получает электрон ЭП с разностью потенциалов 1 В .

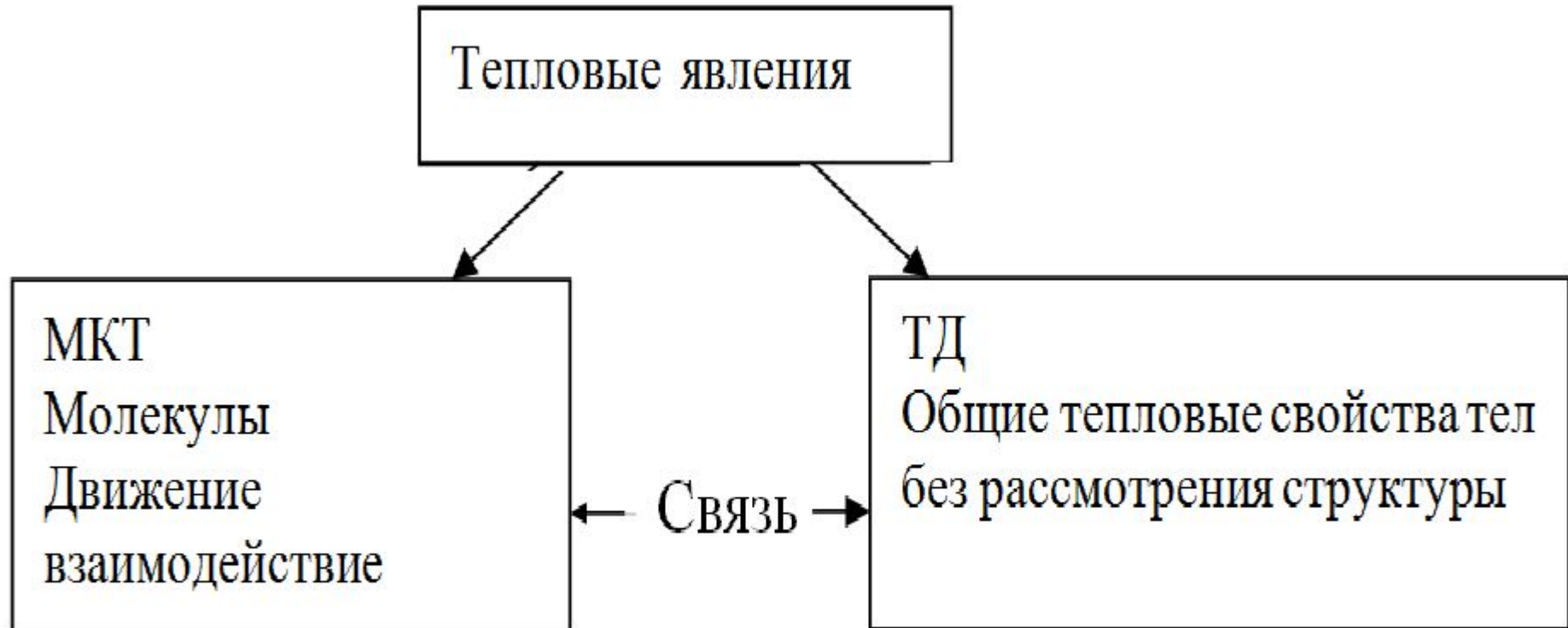
Напр., для электрона $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \rightarrow m_e c^2 = 0.51 \text{ МэВ}$, для протона $m_p = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ и $m_p c^2 \approx 940 \text{ МэВ}$, $1 \text{ АЕМ} = (1/12) m_{C-12} \rightarrow m_{C-12} c^2 \approx 940 \text{ МэВ}$.



Эквивалентность массы и энергии очевидна при расщеплении и синтезе ядер. Когда нейтроны и протоны сливаются в ядра, выделяется энергия и масса ядра оказывается $<$ массы составляющих нейтронов и протонов – *дефект массы*. Это явление

обнаруживается с помощью масс-спектрометрии. Самый большой дефект массы приходится на ядра с массой 50-60 АЕМ. Поэтому при расщеплении тяжелых ядер дефект массы \uparrow , что и приводит к выделению энергии.

Подходы к изучению тепловых явлений



МКТ

1. все тела состоят из молекул;
2. молекулы находятся в непрерывном движении;
3. они притягиваются на больших расстояниях и отталкиваются на малых.

Переход к статистическому методу

- На основе этой гипотезы можно сделать 2 противоположных вывода:
- во-1, принципиально возможно найти траектории и скорости всех молекул и таким образом с помощью механики объяснить все тепловые явления;
- во-2, практически невозможно определить эти траектории и скорости, т.к. любое макроскопическое состоит из очень большого числа молекул из-за их малых размеров и масс.
- Масса атома Н $1.66 \cdot 10^{-27}$ кг
- Масса молекулы Н₂ $3.3 \cdot 10^{-27}$ кг
- Масса 1 л Н₂ в норм. усл. $0.09 \text{ г} = 9 \cdot 10^{-5}$ кг
- Масса 1 мм³ Н₂ в норм. усл. $9 \cdot 10^{-11}$ кг
- Число молекул Н₂ в 1 мм³ при норм. усл. $9 \cdot 10^{-11} \text{ кг} / 3.3 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 3 \cdot 10^{16}$
- Решить $3 \cdot 3 \cdot 10^{16}$ уравнений невозможно, но в этом и нет необходимости. При таком количестве молекул вклад каждой из них в свойства тела незначителен. Важно знать не скорость каждой молекулы, а число молекул, имеющих скорости вблизи определенного значения, иначе говоря, вероятность иметь такую скорость. Такой подход в отличие от ТД называется *статистическим*.