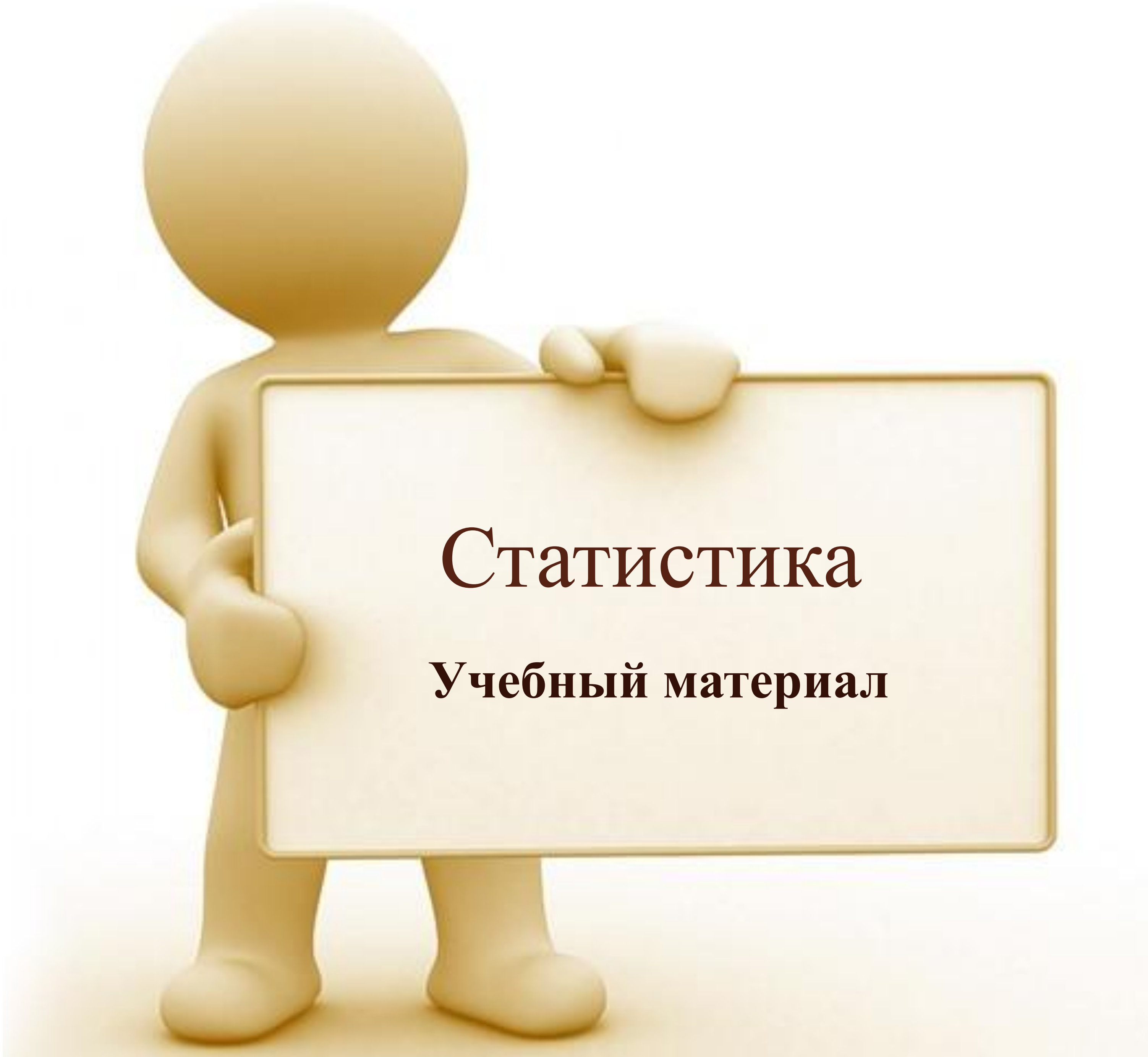


Статистика

Учебный материал

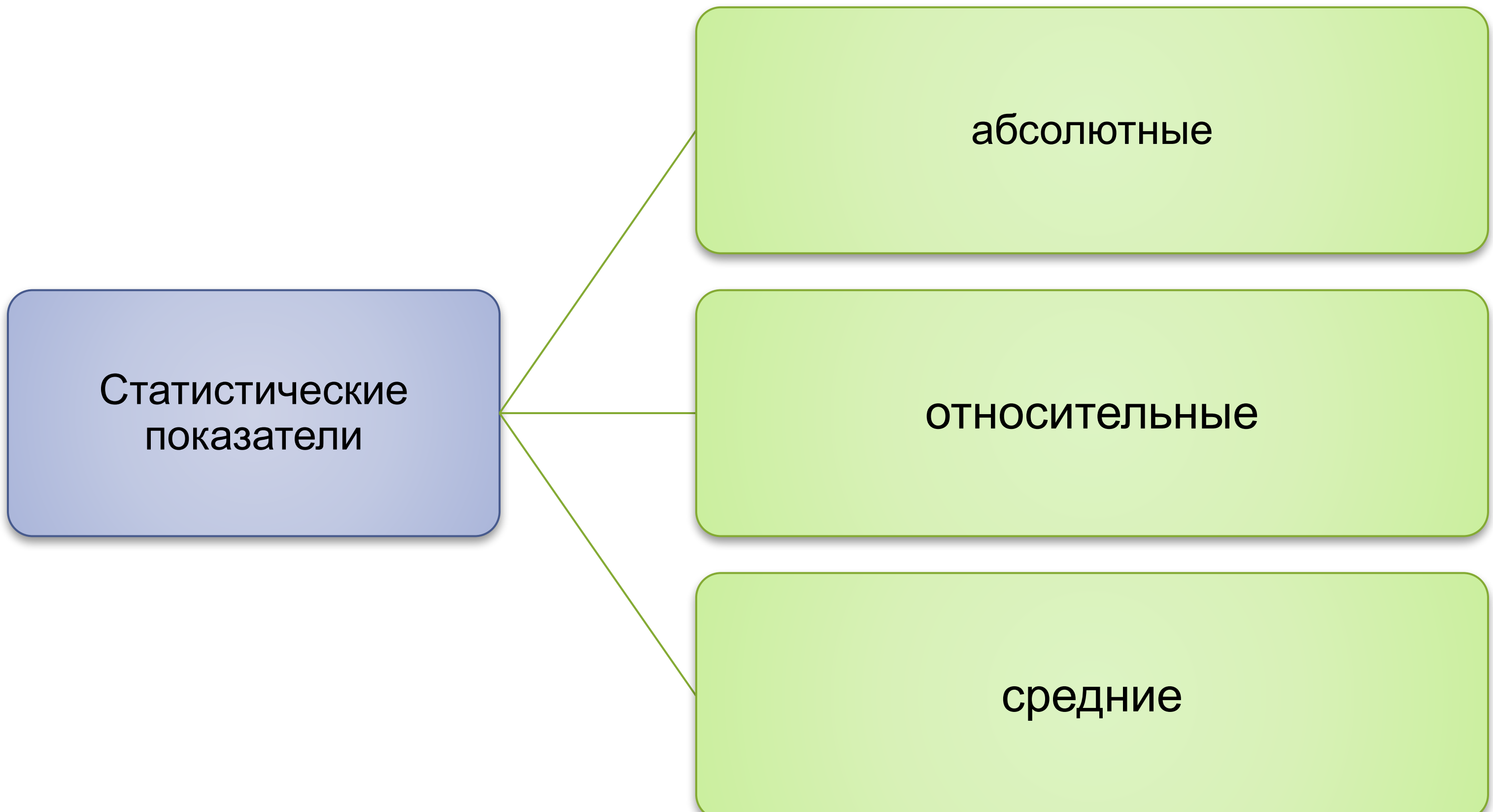
Тема 4
Абсолютные, относительные и средние статистические показатели

Статистические показатели и их система

Статистический показатель – количественная характеристика социально-экономических явлений и процессов в условиях качественной определённости.

Система статистических показателей – совокупность статистических показателей, всесторонне характеризующих социально-экономическое явление или процесс.

Классификация статистических показателей по форме выражения



Абсолютные статистические показатели

Абсолютные показатели получают путем непосредственного суммирования первичных данных. Они характеризуют численность совокупности и объем (размер) изучаемого явления (признака) в конкретных границах времени и места.

Абсолютные показатели всегда являются именованными числами, то есть имеют какую-либо единицу измерения.

Измерители абсолютных показателей

- Единицы измерения
  - натуральные (условно-натуральные)
  - стоимостные
  - трудовые (например, человеко-дни и человеко-часы)
  - демографические

Относительные статистические показатели

Относительный показатель представляет собой результат деления одного абсолютного показателя на другой и выражает соотношение между количественными характеристиками явлений и процессов.

Абсолютный показатель в числителе называется **текущим** или сравниваемым. Абсолютный показатель в знаменателе называется основанием или **базой** сравнения.

Измерители относительных показателей

- Единицы измерения
  - коэффициент
  - процент
  - промилле (за базу сравнения принимается 1000)
  - продецимилле (за базу сравнения принимается 10000)

Виды относительных показателей

- Относительный показатель
  - Относительный показатель динамики
  - Относительный показатель плана
  - Относительный показатель реализации плана
  - Относительный показатель структуры
  - Относительный показатель координации
  - Относительный показатель интенсивности
  - Относительный показатель сравнения

Относительные показатели динамики

Относительные показатели динамики – отношение уровня явления в более позднее время (текущий период) к уровню того же явления в более ранний (базисный) период.

Такие показатели называют **коэффициентами роста**. Коэффициент роста выражается в коэффициентах. Если этот показатель выразить в процентах, то получим **темп роста**.

Коэффициент роста показывает, во сколько раз текущий уровень превышает базисный.

Темп роста характеризует сколько процентов составляет текущий (отчетный) уровень по отношению к базисному показателю.

Коэффициент роста и темп роста с переменной базой

$$T_1 = \frac{y_2}{y_1} \cdot 100\%; T_2 = \frac{y_3}{y_2} \cdot 100\%; T_3 = \frac{y_4}{y_3} \cdot 100\%; \ldots; T_n = \frac{y_{n+1}}{y_n} \cdot 100\%$$

где T – относительный показатель динамики;

y_1 , y_2 , y_3 , y_4 , y_n , y_{n+1} – значения уровня изучаемого явления, соответственно, в 1, 2, 3, 4, n-ом и (n+1) периодах.

Коэффициент роста и темп роста с постоянной базой

$$T_1 = \frac{y_2}{y_k} \cdot 100\%; T_2 = \frac{y_3}{y_k} \cdot 100\%; T_3 = \frac{y_4}{y_k} \cdot 100\%; \ldots; T_n = \frac{y_{n+1}}{y_k} \cdot 100\%$$

где y_k – постоянная база сравнения.

Относительные показатели структуры

Относительные показатели структуры – характеризуют долю (удельный вес) части в целом. Например, отношение численности городского населения к общей численности населения региона, страны.

Относительные показатели структуры выражаются, как правило, в процентах или промилле.

Относительные показатели структуры (удельный вес)

$$w_i = \frac{y_i}{\sum y_i} \cdot 100\%,$$

где y_i – число единиц (или объем признака) по группе.

Пример

Таблица 9 – Состав и структура активов предприятия в 2013 году

Активы	Сумма, тыс. руб.	Удельный вес, %
внеоборотные активы	1650	55
оборотные активы	1260	42
убытки	90	3
Всего	3000	100

Относительные показатели достижения уровня

Относительные показатели достижения уровня – характеризуют отношения фактически наблюдаемых величин признака к его нормативным, плановым, оптимальным или максимально возможным величинам.

Наиболее известной разновидностью таких показателей являются **показатели выполнения плана**, рассчитываемые как отношение фактических показателей изучаемого периода к плановым показателям этого же периода.

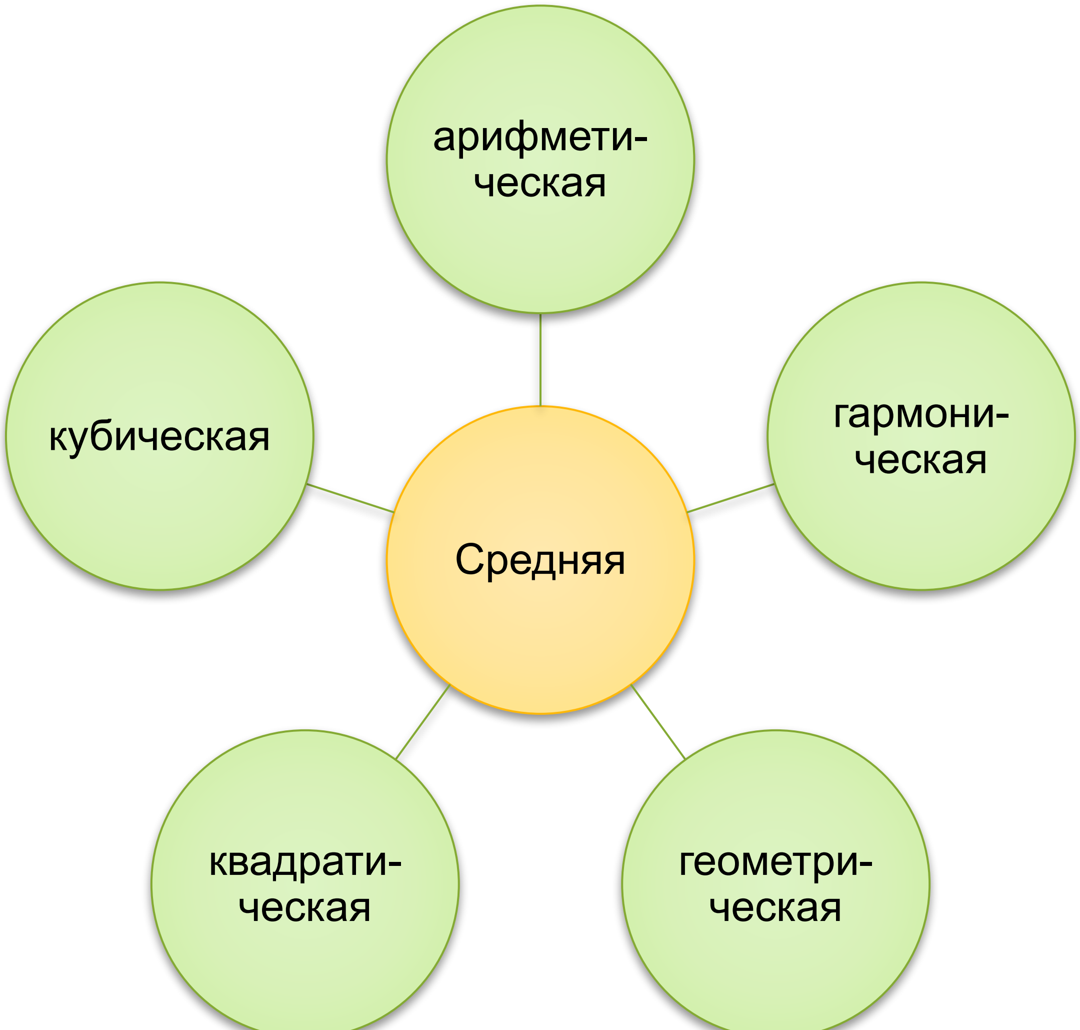
Средние статистические показатели

Средняя величина – это обобщенная количественная характеристика признака в статистической совокупности.

Она выражает характерную, типичную величину признака у единиц совокупности, образующуюся в конкретных условиях места и времени под влиянием всех факторов.

В средней величине признака взаимопогашаются индивидуальные различия признака, обусловленные действием случайных факторов.

Основные формы средних величин



Формулы различных видов степенных средних величин

Наименование средней	Формула средней простой	Формула средней взвешенной
Арифметическая	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$
Гармоническая	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$	$\bar{x} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}}$ $w_i = x_i f_i$
Геометрическая	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot \ldots \cdot x_n}$	$\bar{x} = \sqrt[\sum f]{x_1^{f_1} \cdot \ldots \cdot x_n^{f_n}}$

Условные обозначения

где $\bar{x}$ – среднее значение признака;

x_i – значения осредняемых признаков ($i = \overline{1,n}$);

f_i – вес *i*-го варианта.

Условия применения средней арифметической простой

Средняя арифметическая простая применяется в двух случаях: 1) когда данные статистического наблюдения не сгруппированы; 2) когда каждое значение признака встречается одинаковое количество раз.

Т.е. среднюю арифметическую простую можно использовать только тогда, когда точно установлено отсутствие весов или их равенство.

Условия применения средней арифметической взвешенной

Средняя арифметическая взвешенная используется в случае, когда статистические данные сгруппированы, и каждое значение признака встречается неодинаковое количество раз.

При расчете **средней арифметической для интервального ряда распределения** в качестве значений признака x_i используют серединные значения интервалов, которые рассчитываются как среднеарифметическая его границ. Если интервал имеет открытую границу (это может быть верхний или нижний интервал), то серединное значение определяется исходя из предположения о равенстве интервала соседнему. Весами являются показатели численности каждой из групп.

Условия применения средней гармонической взвешенной

Средняя гармоническая взвешенная используется, когда непосредственные данные о весах отсутствуют, а известны варианты осредняемого признака *x* и произведения значений вариантов на количество единиц, имеющих данное его значение *w* ($w=xf$). В качестве весов в этом случае применяется не количество единиц совокупности с данным значением признака, а произведение этого количества на значения признака (*w*)

Условия применения средней геометрической

Если при замене индивидуальных значений признака на среднее их значение необходимо сохранить неизменным произведение индивидуальных значений, то используется **средняя геометрическая**.

Средняя геометрическая чаще всего используется при определении средних темпов роста.

Структурные средние

Мода

- значение признака, которое чаще всего встречается в статистической совокупности.

Медиана

- значение признака, приходящееся на середину ранжированной (упорядоченной) совокупности.

Мода

В **дискретном ряду** мода определяется как значение признака с наибольшей частотой.

В **интервальном ряду** для определения моды сначала выявляется **модальный интервал** – интервал с наибольшей частотой. Внутри этого интервала находят точечную моду – условное значение признака, вблизи которого плотность распределения достигает максимума. Для расчета точечной моды используется формула:

$$M_o = x_o + i \cdot \frac{f_{M_O} - f_{M_O - 1}}{(f_{M_O} - f_{M_O - 1}) + (f_{M_O} - f_{M_O + 1})},$$

где x_0 – нижняя граница модального интервала;

i – величина модального интервала;

f_{M0} – частота модального интервала;

f_{M0-1} – частота интервала, предшествующего модальному;

f_{M0+1} – частота интервала, следующего за модальным.

Медиана

В **дискретном** ранжированном вариационном ряду с нечетным числом единиц совокупности медианой является значение признака в центре ряда. Если ранжированный ряд включает четное число единиц, то медиана определяется как средняя из двух центральных значений.

В **интервальном вариационном ряду** основой для расчета точечного значения медианы служит медианный интервал. **Медианный интервал** определяется как первый интервал, накопленная частота (то есть сумма частот всех предыдущих интервалов и данного интервала) которого превышает половину общей суммы частот. Для нахождения медианы применяется формула:

$$M_e = x_o + i \cdot \frac{(\sum \frac{f_i}{2}) - S_{Me}}{f_{Me}},$$

где x_0 – нижняя граница медианного интервала;

i – величина медианного интервала;

S_{Me} – накопленная частота интервала, предшествующего медианному интервалу;

f_{Me} – частота медианного интервала.

Тема 5

Статистические распределения и их основные характеристики

Вариация

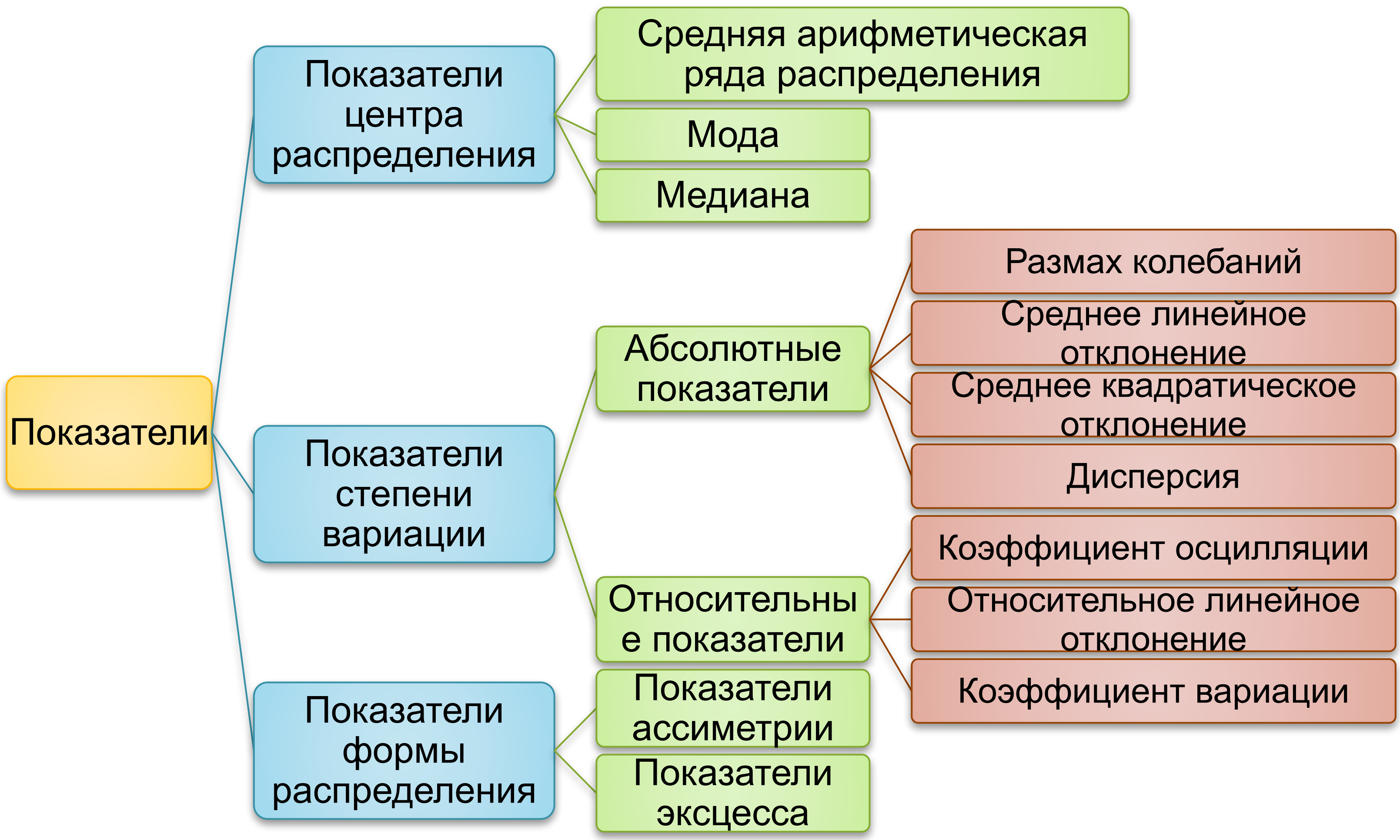
Различие значений признака у разных единиц совокупности в статистике называется **вариацией**.

Вариационный ряд – групповая таблица, построенная по количественному признаку, в сказуемом которой показывается число единиц в каждой группе.

Классификация признаков

- По характеру вариации значений
  - Признаки с прерывным изменением (дискретные)
  - Признаки с непрерывным изменением (непрерывные)

Показатели, используемые для анализа вариационных рядов



Абсолютные показатели степени вариации

- Размах колебаний:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

- Среднее линейное отклонение:
  - для несгруппированных данных:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

  - для сгруппированных данных:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i}$$

Абсолютные показатели степени вариации

- Среднее квадратическое отклонение (σ) и дисперсия (σ^2):
  - для несгруппированных данных

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

  - для сгруппированных данных

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$$

- Преобразованная формула дисперсии

$$\sigma^2 = \overline{X^2} - (\bar{X})^2$$

Относительные показатели степени вариации

- Коэффициент осцилляции

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} * 100\%$$

- Относительное линейное отклонение

$$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} * 100\%$$

- Коэффициент вариации

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} * 100\%$$

Сложение дисперсий изучаемого признака

- Общая дисперсия

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$$

- Межгрупповая дисперсия

$$\delta_x^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i}$$

- Средняя внутригрупповая дисперсия

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i}$$

- Взаимосвязь дисперсий – правило сложения дисперсий

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta_x^2$$

Вариации альтернативного признака

Альтернативный признак – качественный признак, имеющий две взаимоисключающие разновидности.

Он имеет только два значения:

- 1 – наличие признака;
- 0 – отсутствие признака

Среднее значение альтернативного признака: $\overline{\mathrm{X}} = p$

Дисперсия альтернативного признака: $\sigma^2 = p \cdot q$

где p – доли единиц, обладающих признаком

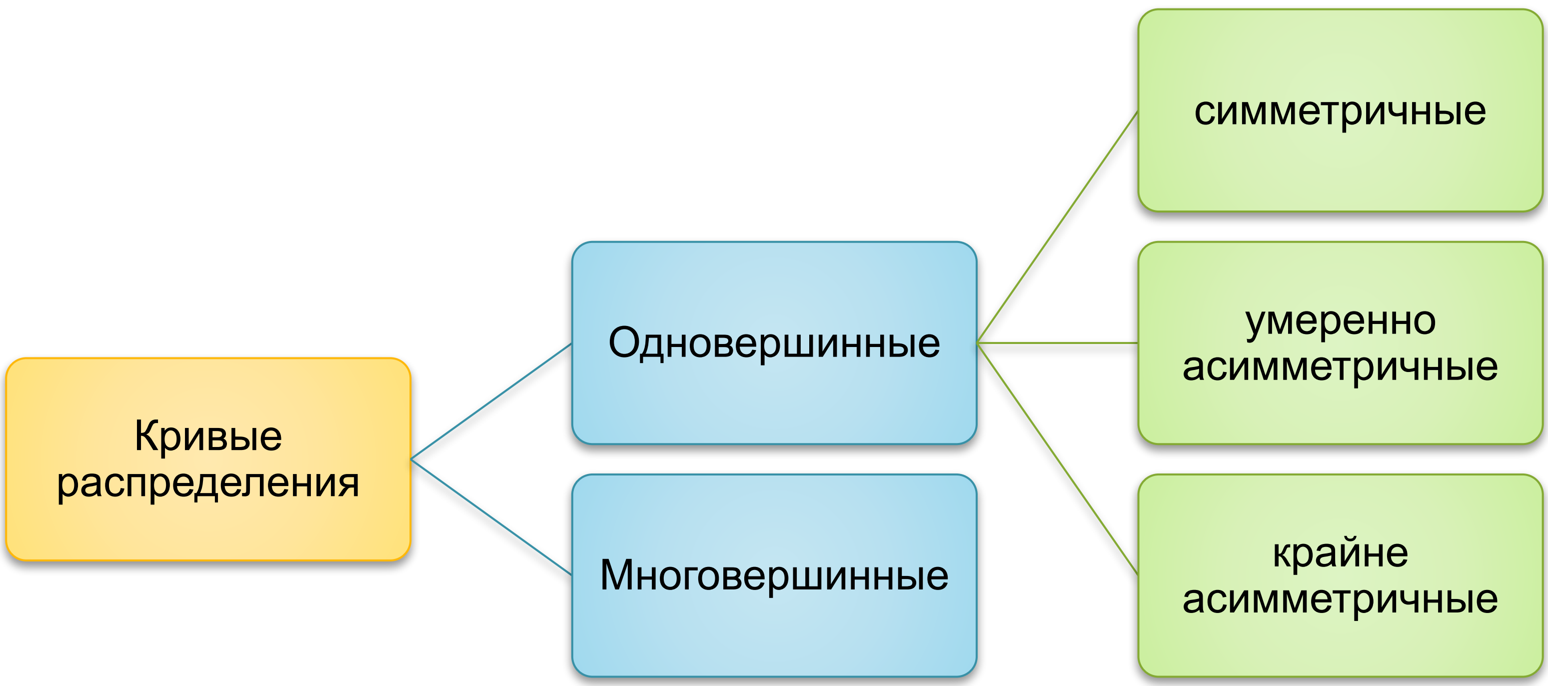
q – доли единиц, не обладающих признаком

Изучение форм распределения

Закономерность распределения – закономерное изменение частот в вариационных рядах.

Кривая распределения – графическое изображение в виде непрерывной линии изменения частот в вариационном ряду, функционально связанного с изменением вариант.

Разновидности кривых распределения



Показатели формы распределения

- Относительный показатель асимметрии:

$$(1)\ As = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma}$$

$$(2)\ As = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \qquad \mu_3 = \frac{\sum (x-\bar{x})^3 * f}{\sum f}$$

- Коэффициент асимметрии (средняя квадратическая ошибка):

$$\sigma_{A_s} = \sqrt{\frac{6\cdot(n-1)}{(n+1)\cdot(n+3)}}$$

$$\frac{|As|}{\sigma_{As}} \rangle 3,\ \text{ассиметрия существенна.} \quad \frac{|As|}{\sigma_{As}} \langle 3,\ \text{ассиметрия несущественна.}$$

- Показатель ассиметрии по Линдбергу: $As = П - 50$

Показатели формы распределения

- Показатель эксцесса (островершинности):

$$E_x = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 \qquad \mu_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4 \cdot f}{\sum f}$$

- Среднеквадратическая ошибка эксцесса:

$$\sigma_{E_x} = \sqrt{\frac{24 \cdot n \cdot (n-2) \cdot (n-3)}{(n-1)^2 \cdot (n+3) \cdot (n+5)}}$$

- Величина эксцесса по Линдбергу:

$$E_x = П - 38,29$$

Теоретическая частота нормального распределения

$$f_t^{/} = \frac{n \cdot i}{\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-t^2}{2}}$$

- нормальное(стандартизированное) отклонение

$$t = \frac{x - \overline{x}}{\sigma}$$

- ордината кривой нормального распределения – определяется по таблице значений функции

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-t^2}{2}}$$

Критерии согласия

- критерий Пирсона

$$\chi^2 = \sum \frac{(f - f^{/})^2}{f^{/}}$$

- критерий Романовского

$$C = \frac{\chi^2 - (m-3)}{\sqrt{2 \cdot (m-3)}}$$

- критерий Колмогорова

$$\lambda = \frac{D}{\sqrt{n}}$$