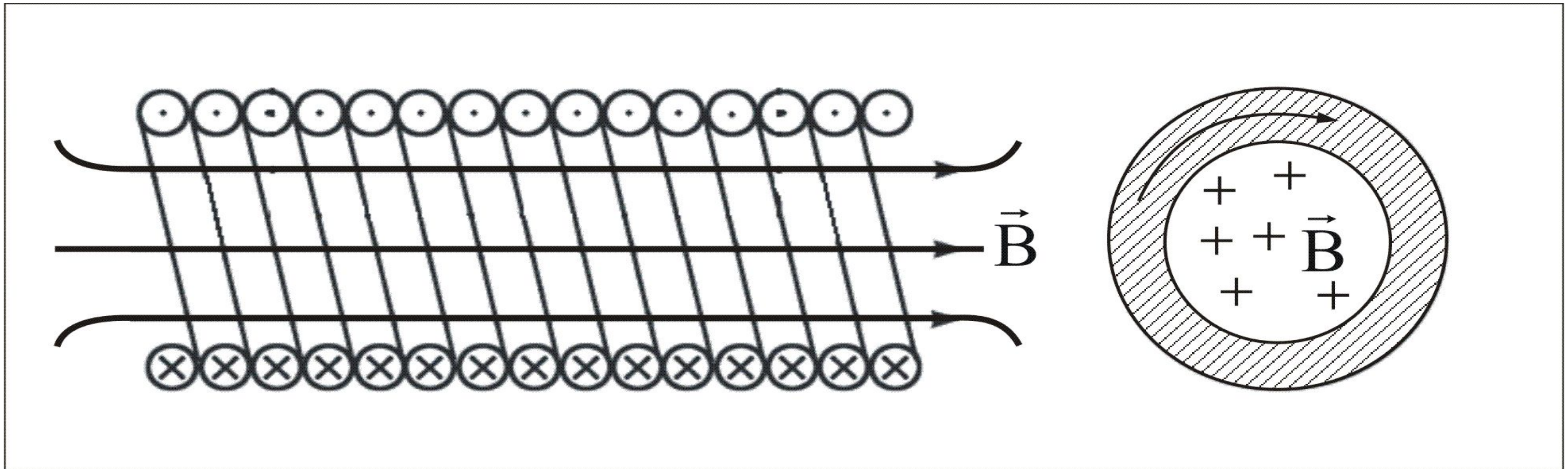
# Тема 12. САМОИНДУКЦИЯ И ВЗАИМНАЯ ИНДУКЦИЯ.

# 12.1. Явление самоиндукции

До сих пор мы рассматривали изменяющиеся магнитные поля не обращая внимание на то, что является их источником. На практике, чаще всего магнитные поля создаются с помощью различного рода соленоидов, т.е. многовитковых контуров с током.

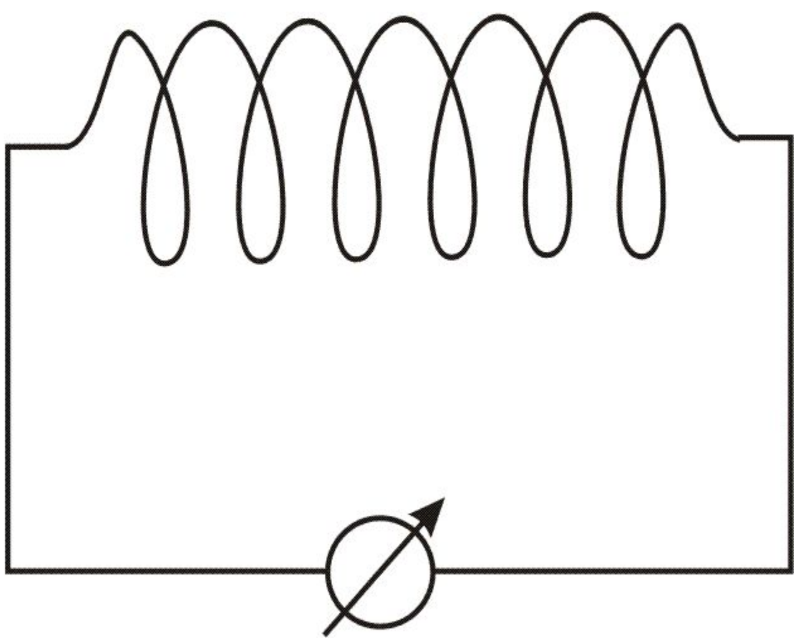


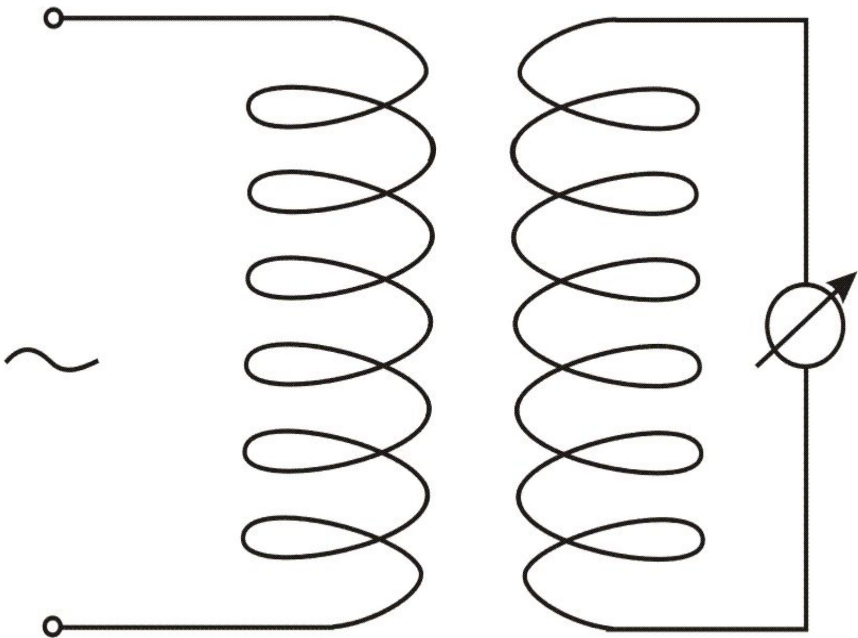
Здесь возможны **два случая**:

***при изменении тока в контуре изменяется магнитный поток,***

***пронизывающий:***

***а) этот же контур, б) соседний контур.***





- *ЭДС индукции, возникающая в самом же контуре называется* ***ЭДС самоиндукции,*** *а само явление –* ***самоиндукция.***

- *Если же ЭДС индукции возникает в соседнем контуре, то говорят о явлении* ***взаимной индукции****.*

- Ясно, что **природа явления одна и та же**, а разные названия – чтобы подчеркнуть место возникновения ЭДС индукции.
- *Явление самоиндукции* открыл американский ученый **Дж. Генри** в 1831 г.

**созеф. Генри (1797 – 1878г)**

Национальной АН США

Работы посвящены электро-

му.

Кроме принципа магнитной

укции Генри изобрел

электромагнитное реле, построил электродвигатель, телеграф

на территории колледжа в Пристоне.

**Явление самоиндукции:**

***Ток I, текущий в любом контуре создает магнитный поток Ψ, пронизывающего этот же контур. При изменении I, будет изменятся Ψ , следовательно в контуре будет наводится ЭДС индукции.***

Т.к. магнитная индукция ***B*** пропорциональна току ***I*** ($\boldsymbol{B = \mu\mu_0 nI}$), следовательно

$$\Psi = LI,$$

где ***L*** – коэффициент пропорциональности, названный ***индуктивностью контура***.

***L*** = const, если внутри контура нет ферромагнетиков, т.к. $\boldsymbol{\mu} = f(I) = f(H)$

Индуктивность контура ***L зависит от геометрии контура: числа витков, площади витка контура.***

***За единицу индуктивности в СИ принимается индуктивность такого контура, у которого при токе $I = 1A$ возникает полный поток $\Psi = 1Вб$.***

***Эта единица называется Генри (Гн).***

Размерность индуктивности $\left[L\right] = Гн$

$$\left[L\right] = \frac{\Psi}{\left[I\right]} = \frac{Вб}{A} = \frac{В \cdot с}{A} = Ом \cdot с = 1Гн$$

Вычислим **индуктивность соленоида *L***.

Если длина соленоида $l$ гораздо больше его диаметра $d$ $(l >> d)$, то к нему можно применить формулы для бесконечно длинного соленоида.

Тогда

$$B = \mu\mu_0 I \frac{N}{l} \qquad (12.1.1)$$

Здесь $N$ – число витков.

Поток через каждый из витков $\boldsymbol{\Phi = BS}$

Потокосцепление

$$\Psi = NBS = \mu\mu_0 I \frac{N}{l} NS = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} I \qquad (12.1.2)$$

Мы знаем, что $\Psi = LI$, тогда индуктивность соленоида

(12.1.3)

где $n$ – число витков на единицу длины, т.е.

$$L_{сол} = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu\mu_0 n^2 l S$$

$V$ – объем соленоида, значит

$$n = N/l,\ lS = V$$

$$L_{сол} = \mu\mu_0 n^2 V$$

Можно найти **размерность для $\mu_0$**

$$[\mu_0]=\frac{[L][l]}{[S]}=\frac{Гн\cdot м}{м^2}=\frac{Гн}{м}$$

***При изменении тока в контуре в нем возникает ЭДС самоиндукции, равная***

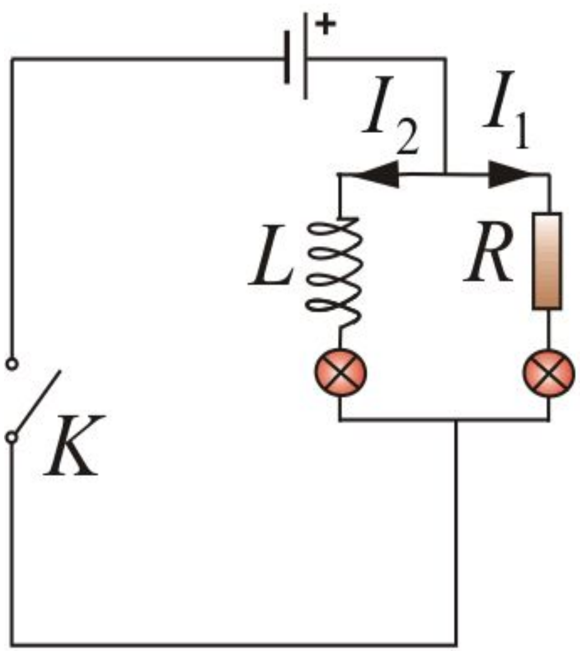
$$\mathcal{E}_i=-\frac{d\Psi}{dt}=-\frac{d}{dt}(IL)=-L\frac{dI}{dt} \quad (12.1.5)$$

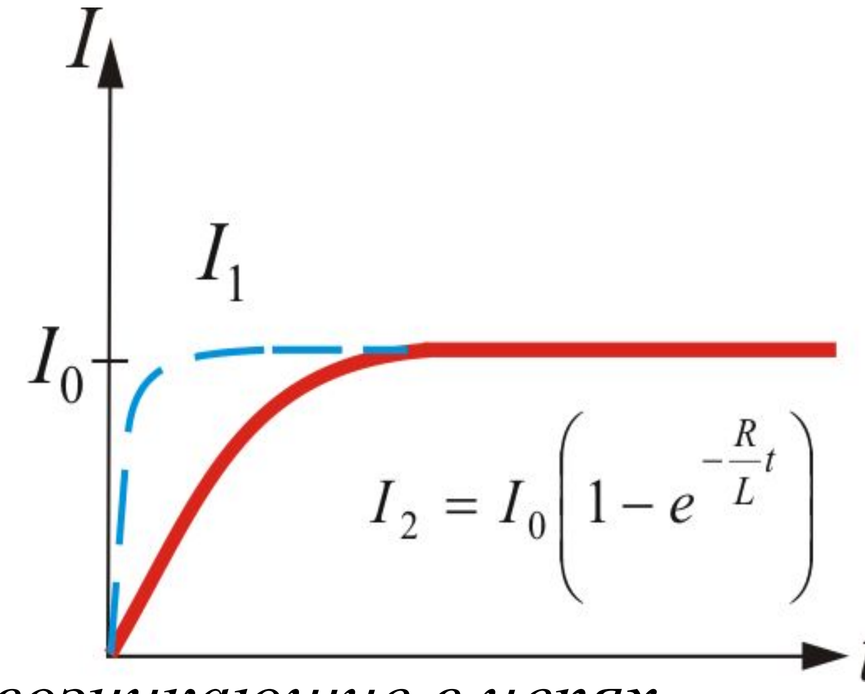
Знак минус в этой формуле обусловлен правилом Ленца.

$$\mathcal{E}_i=-L\frac{dI}{dt}$$

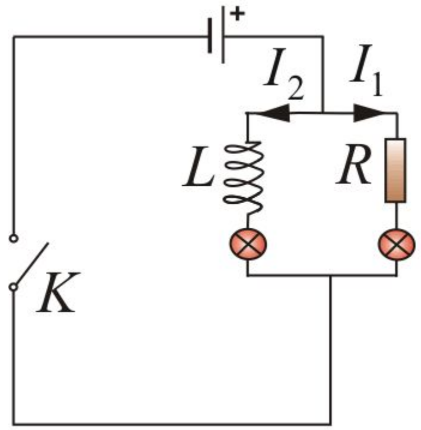
# 12.2. Влияние самоиндукции на ток при размыкании и замыкании цепи, содержащей индуктивность

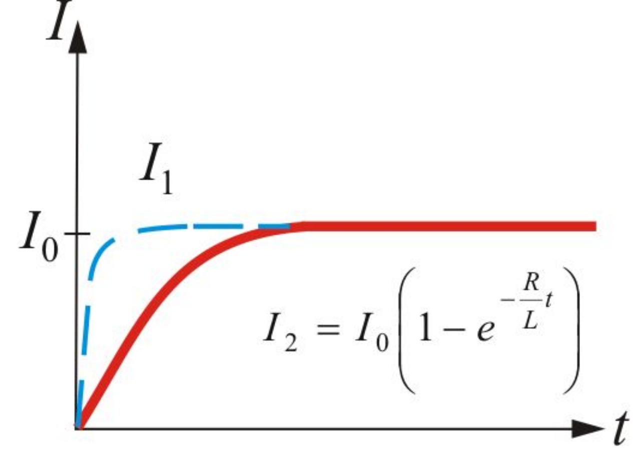
Случай 1.




***По правилу Ленца***, *токи возникающие в цепях вследствие самоиндукции всегда направлены так, чтобы препятствовать изменению тока, текущего в цепи.*




Это приводит к тому, что при замыкании ключа $K$ установление тока $I_2$ в цепи содержащей индуктивность $L$ ,будет происходить не мгновенно, а постепенно.

***Сила тока*** в этой цепи будет удовлетворять уравнению

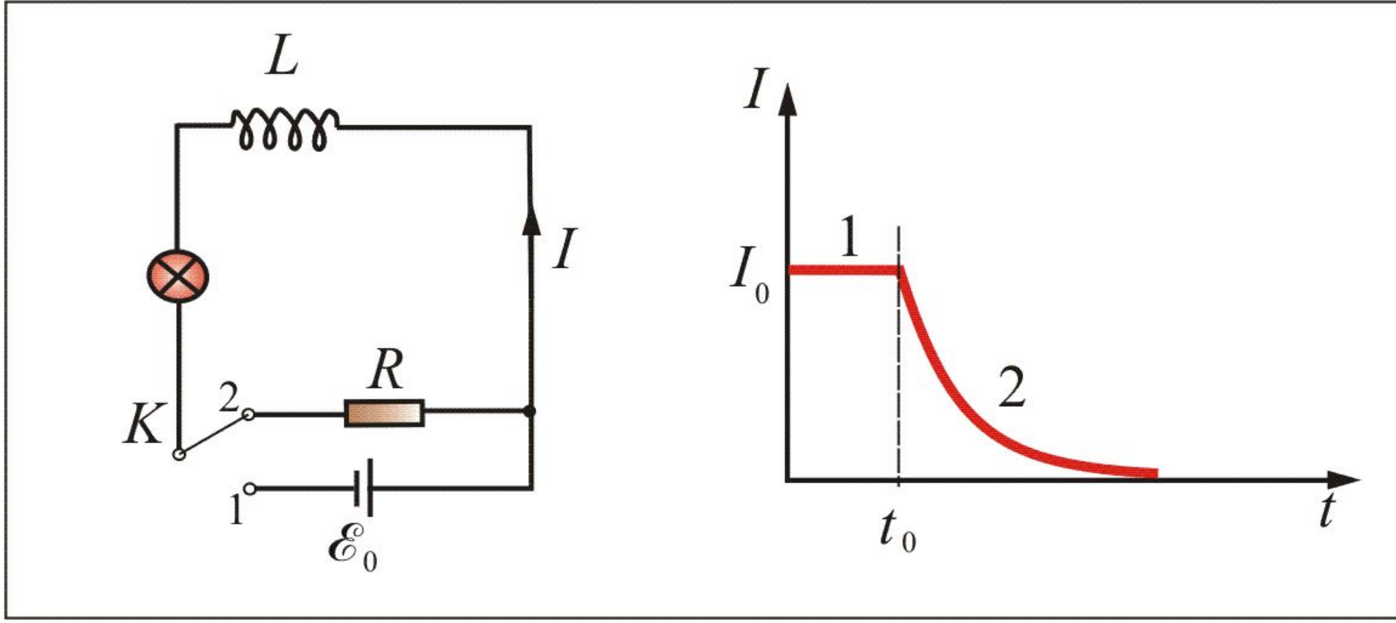
$$I_2 = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \qquad (12.2.1)$$

Скорость возрастания тока будет характеризоваться ***постоянной времени цепи***

$$\tau = \frac{L}{R} \qquad (12.2.2)$$

В цепи, содержащей только активное сопротивление $R$ ток $I_1$ установится практически мгновенно.

## Случай 2.

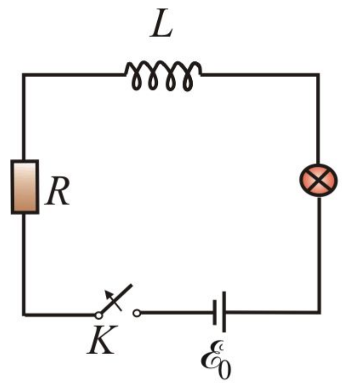


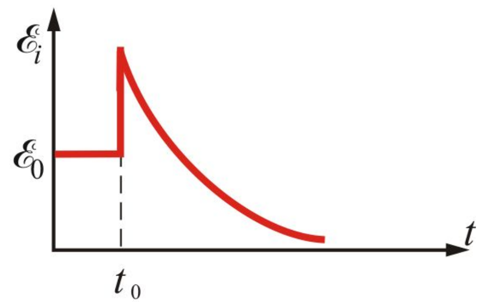

**При переводе ключа из положения 1 в 2 в момент времени $t_0$, ток начнет уменьшаться но ЭДС самоиндукции будет поддерживать ток в цепи, т.е. препятствовать резкому уменьшению тока. В этом случае убывание тока в цепи можно описать уравнением**

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \qquad (12.2.3)$$

Оба эти случая говорят, что ***чем больше индуктивность цепи L и чем меньше сопротивление R, тем больше постоянная времени τ и тем медленнее изменяется ток в цепи.***

## Случай 3. Размыкание цепи содержащей индуктивность $L$




Т.к. цепь разомкнута, ток не течёт, поэтому рисуем зависимость $\mathcal{E}_i(t)$ .

При размыкании цепи в момент времени $t_0$ $R \to \infty$

Это приводит к ***резкому возрастанию ЭДС индукции, определяемой по формуле***

$$\mathcal{E}_i = -L\frac{dI}{dt}.$$

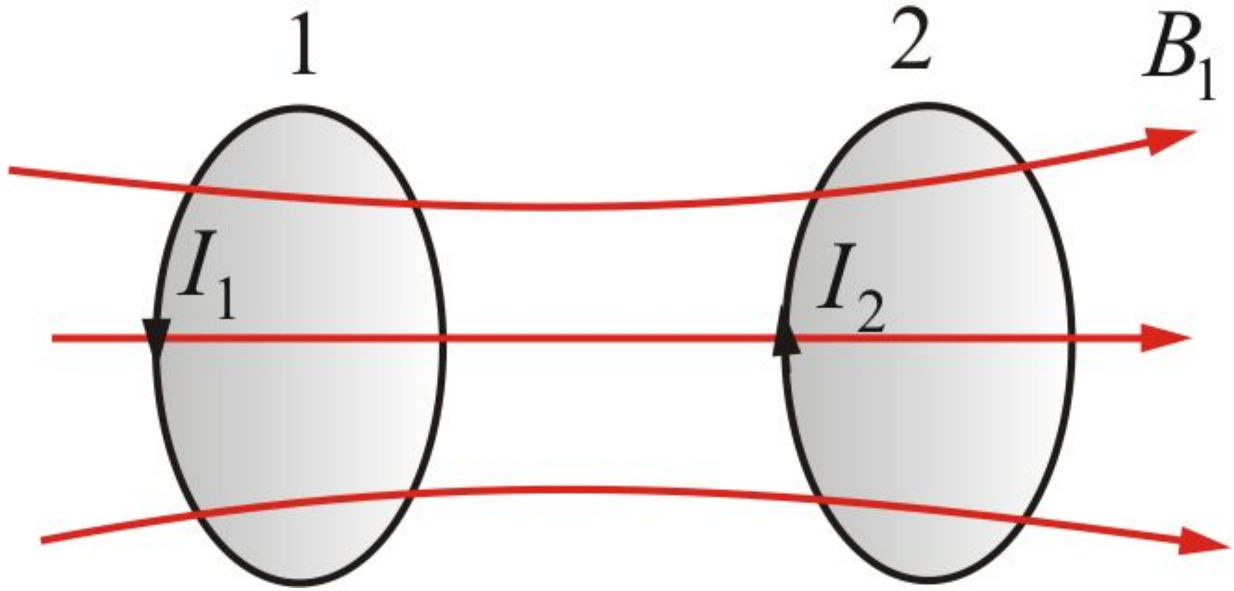
Происходит этот скачок вследствие большой величины скорости изменения тока $\frac{dI}{dt}$.

$E_i$ резко возрастает по сравнению с $E_0$ и даже может быть в несколько раз больше $E_0$.

Нельзя резко размыкать цепь, состоящую из трансформатора и других индуктивностей.

# 12.3. Взаимная индукция

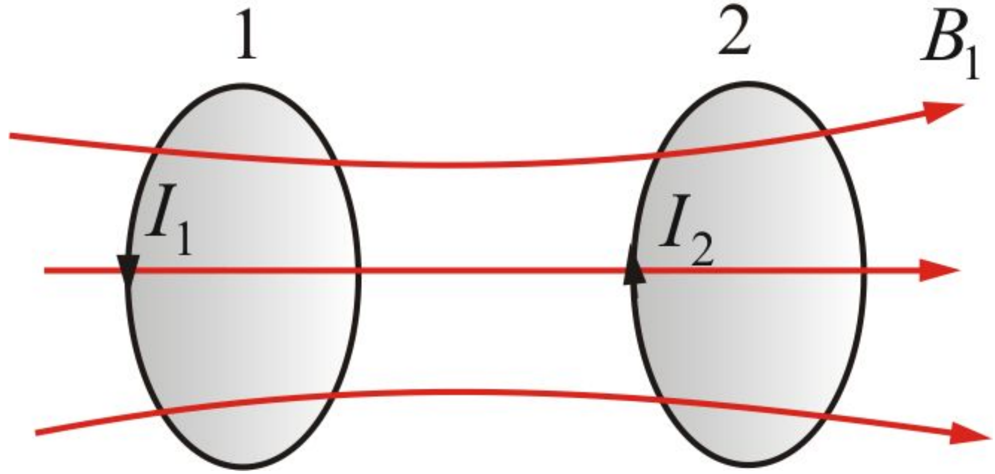
Возьмем два контура, расположенные недалеко друг от друга




В первом контуре течет ток $I_1$.

Он создает магнитный поток, который пронизывает и витки второго контура.

$$\Psi_2 = L_{21} I_1 \qquad (12.3.1)$$




При изменении тока $I_1$ во втором контуре наводится ЭДС индукции

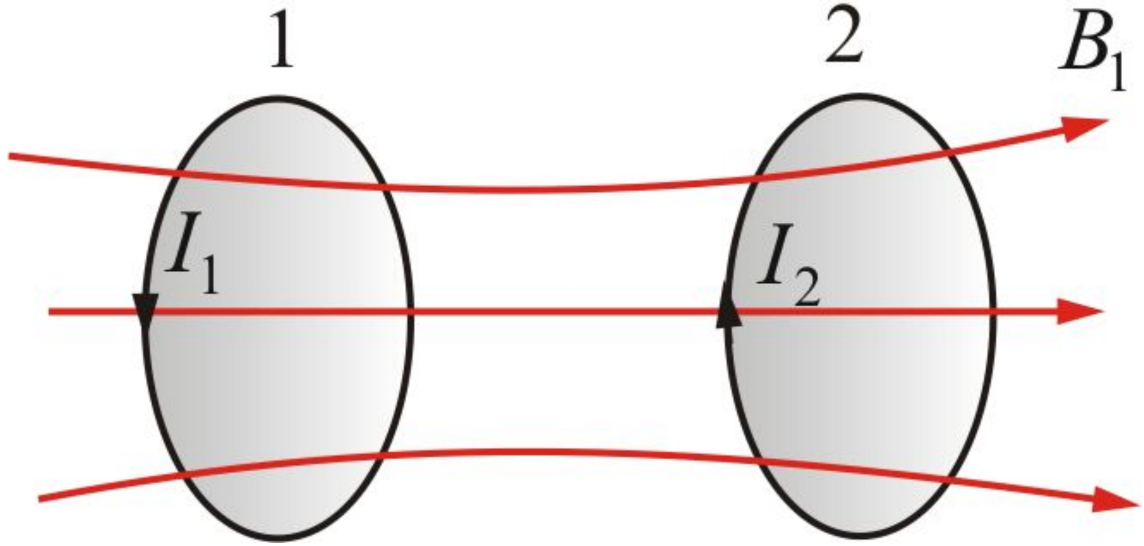
$$\mathsf{E}_{i2} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt} \qquad (12.3.2)$$

Аналогично, ток $I_2$ второго контура создает магнитный поток пронизывающий первый контур

$$\Psi_1 = L_{12} I_2 \qquad (12.3.3)$$

И при изменении тока $I_2$ наводится ЭДС

$$\mathsf{E}_{i1} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt} \qquad (12.3.4)$$



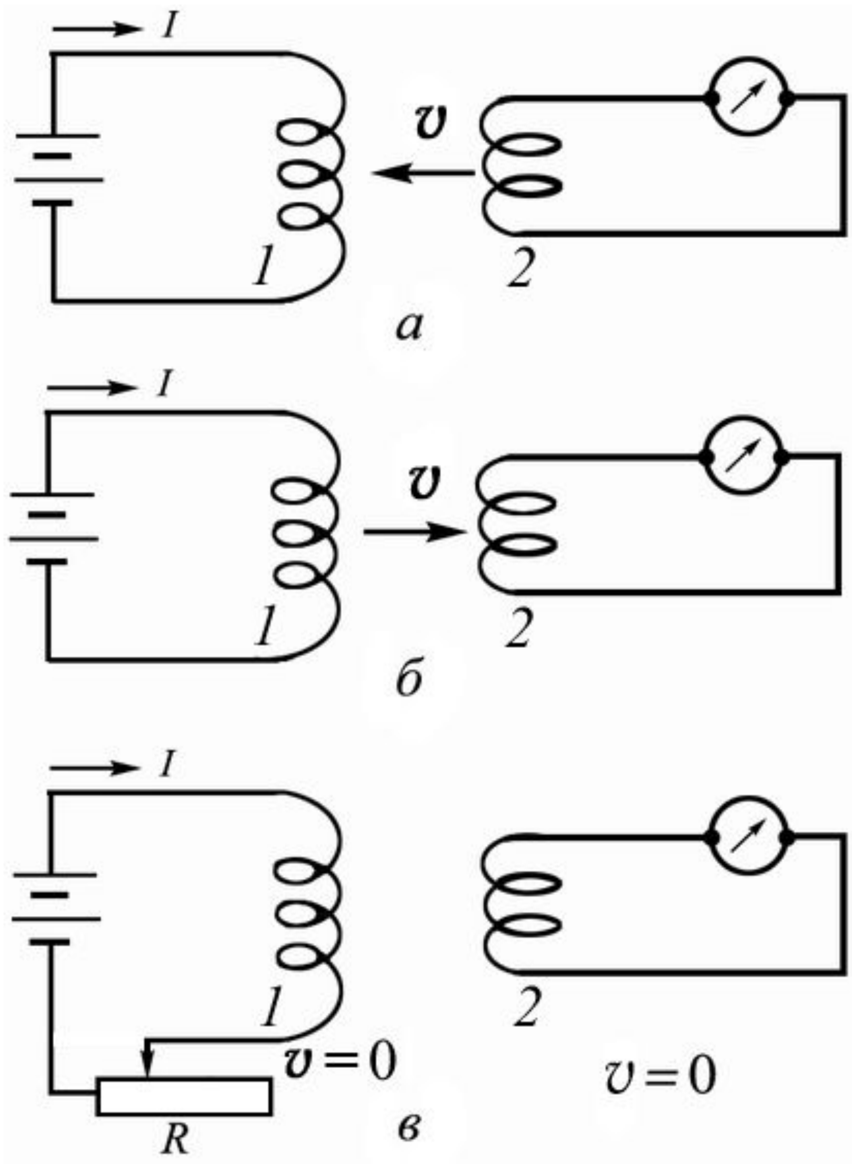

Контуры называются *связанными*, а ***явление – взаимной индукцией.***

Коэффициенты $L_{21}$ и $L_{12}$ называются ***взаимной индуктивностью*** или коэффициенты взаимной индукции.

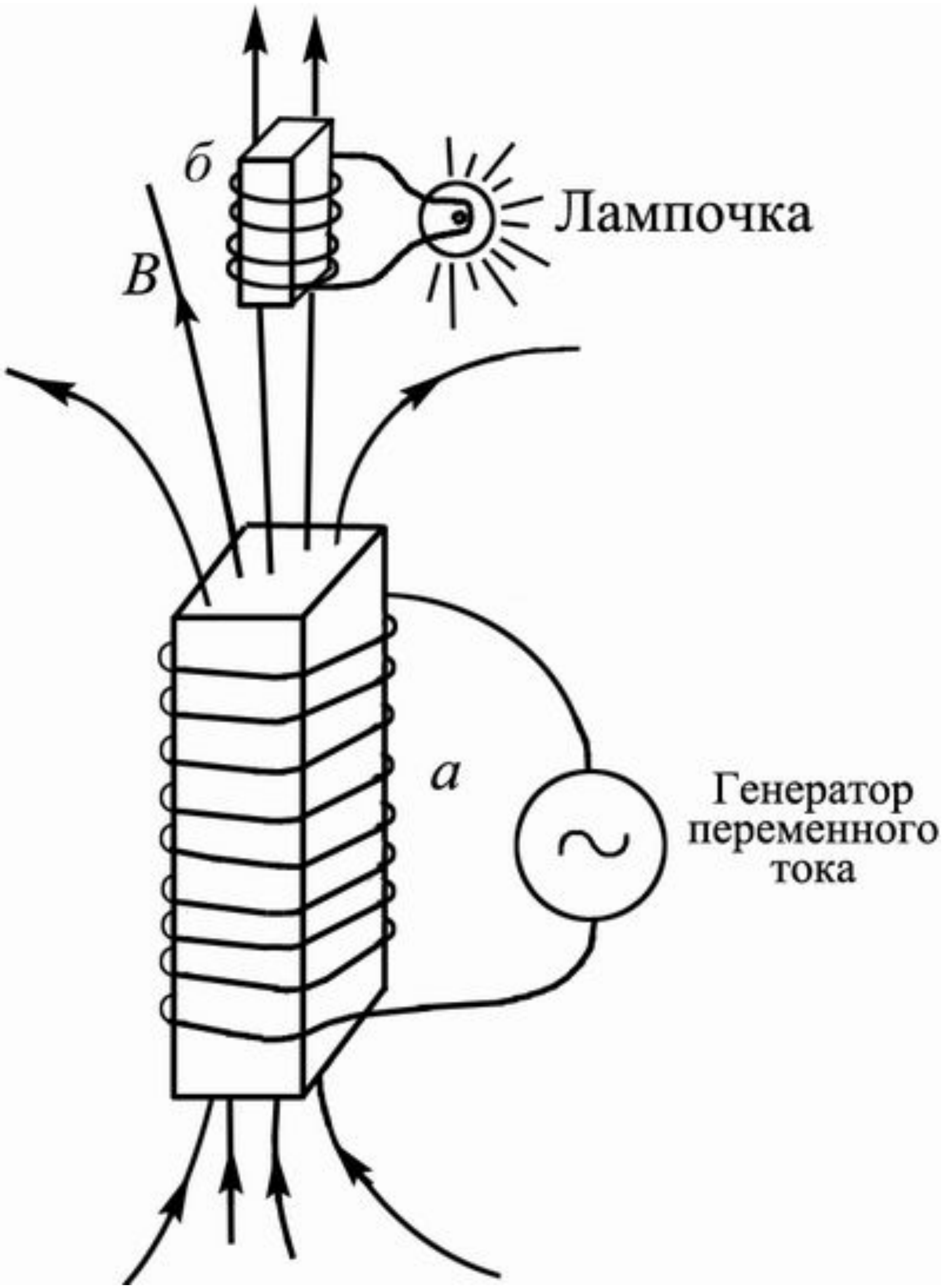
Причём $$L_{21} = L_{12} = L.$$

Трансформатор является типичным примером двух связанных контуров. Рассмотрим индуктивность трансформатора и найдем коэффициент трансформации.

## Возникновение ЭДС индукции:




- *а* – при движении зарядов контура *2* в магнитном поле контура *1*;
- *б* – при изменении потока вектора магнитной индукции в контуре *2* при движении к нему контура *1*. ЭДС индукции не отличается от случая (*а*);
- *в* – ток в контуре *1* нарастает таким образом, чтобы изменение магнитного потока в контуре *2* совпадало со случаем (*а*) и (*б*)

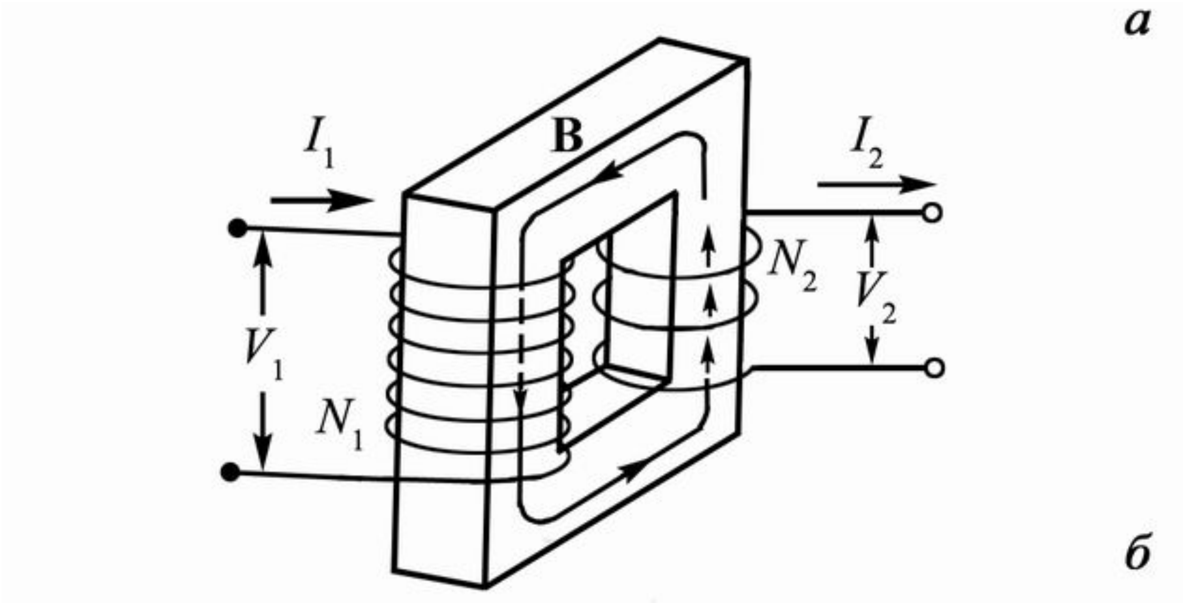


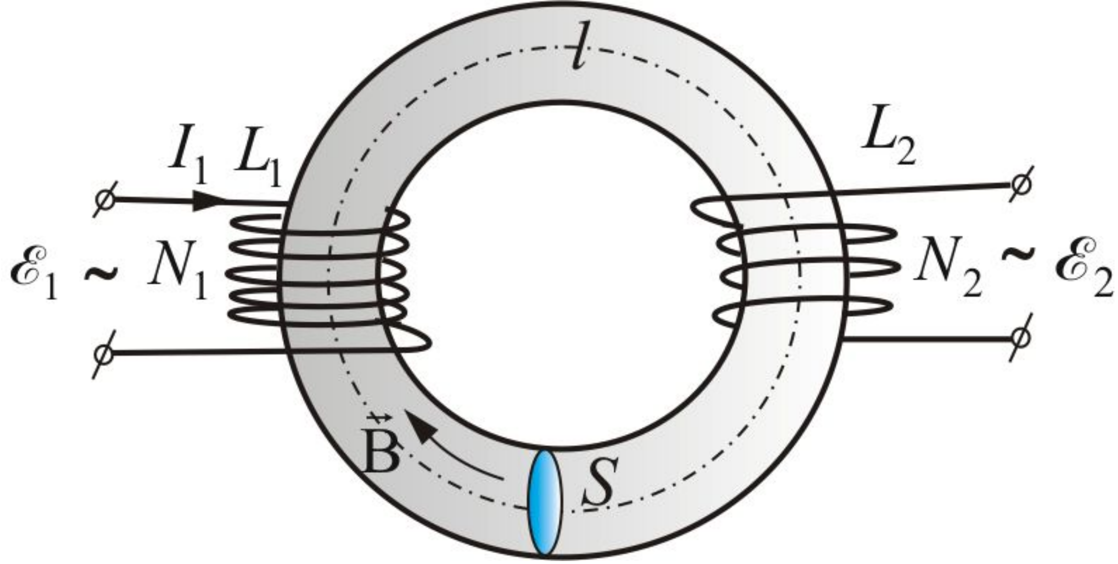

Непрерывно меняющийся ток в катушке (*а*) создает переменное магнитное поле, которое генерирует переменную ЭДС во второй катушке (*б*)

# 12.4. Индуктивность трансформатора

Явление взаимной индукции используется в широко распространенных устройствах – ***трансформаторах.***

Трансформатор был изобретен Яблочковым – русским ученым, в 1876г. для раздельного питания отдельных электрических источников света (свечи Яблочкова).






Рассчитаем **взаимную индуктивность двух катушек $L_1$ и $L_2$, намотанных на общий сердечник**

Когда в первой катушке идет ток $I_1$, в сердечнике возникает магнитная индукция $\vec{\mathbf{B}}$ и магнитный поток $\Phi$ через поперечное сечение $S$.

Магнитное поле тороида можно рассчитать по формуле

$$B = \mu\mu_0 I_1 \frac{N_1}{l}.$$

Через вторую обмотку проходит полный магнитный поток $\Psi_2$ сцепленный со второй обмоткой

$$\Psi_2 = N_2 BS = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S I_1 \tag{12.4.2}$$

К первичной обмотке подключена переменная ЭДС $\mathcal{E}_1$.

По закону Ома ток в этой цепи будет определятся алгебраической суммой внешней ЭДС и ЭДС индукции.

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d(N_1 \Phi)}{dt} + I_1 R_1 \tag{12.4.3}$$

где $R_1$ – сопротивление обмотки.

$R_1$ – делают малым (медные провода) и $I_1 R_1 \to 0$

Тогда **переменная ЭДС в первичной обмотке:**

$$\mathcal{E}_1 \approx \frac{d(N_1\Phi)}{dt} \approx N_1\frac{d\Phi}{dt} \quad \textbf{(12.4.4)}$$

**Во вторичной обмотке,** по аналогии $\mathcal{E}_2 \approx N_2\dfrac{d\Phi}{dt}$

**отсюда**

$$\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} \approx \frac{N_1}{N_2} \quad \textbf{(12.4.5)}$$

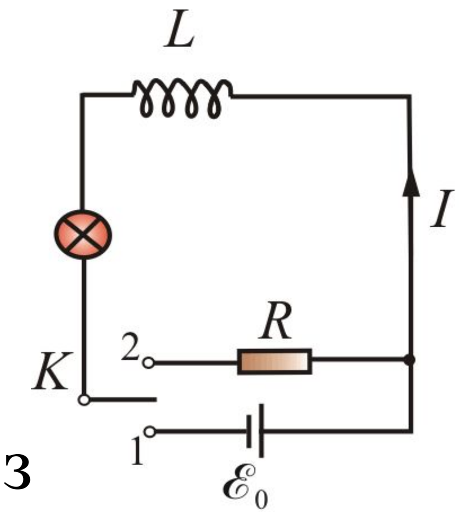
**Если пренебречь потерями,** предположить, что $R \approx 0$, **то**

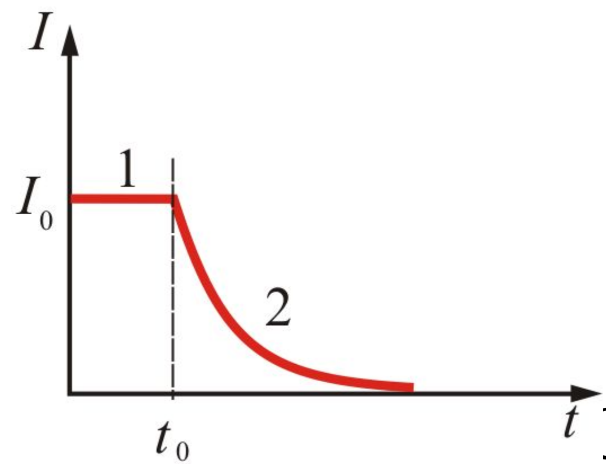
$$\mathcal{E}_1 I_1 \approx \mathcal{E}_2 I_2 \quad \textbf{(12.4.6)}$$

**Коэффициент трансформации** $\eta = \dfrac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \dfrac{N_2}{N_1}.$

# 12.5. Энергия магнитного поля

Рассмотрим случай, о котором мы уже говорили:




Сначала з … $E_0$.

В нем будет протекать ток $I_0$.

Затем в момент времени $t_0$ переключим ключ в положение 2 – замкнем соленоид на сопротивление $R$.

В цепи будет течь убывающий ток $I$.

Будет совершена работа: $$dA = E_i I dt \qquad (12.5.1)$$

$$dA = -L\frac{dI}{dt}Idt = -LIdI$$

$$A = -L\int_I^0 IdI = \frac{LI^2}{2}$$

(12.5.2)

$$A = \frac{LI^2}{2}$$

***Эта работа пойдет на нагревание проводников.***

Но откуда взялась эта энергия? Поскольку других изменений кроме исчезновения магнитного поля в окружном пространстве не произошло, остается заключить: ***энергия была локализована в магнитном поле.***

Значит, ***проводник, с индуктивностью L, по которой течет ток I, обладает энергией***

$$W = \frac{LI^2}{2} \qquad (12.5.3)$$

- Выразим **энергию** через параметры магнитного поля.
- Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 lS = \mu\mu_0 n^2 V \quad (12.5.4)$$

где *V* – объем соленоида.

- Подставим эти значения в формулу для энергии (12.5.3):

$$I = \frac{H}{n}$$

- ***Энергия маг. поля соленоида*:**

$$W = \frac{\mu\mu_0 n^2 V H^2}{2n^2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V$$

$$W = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V$$

- Обозначим ***w – плотность энергии***, или ***энергия в объеме V***,

Тогда:

$$w = \frac{W}{V} \underset{(12.5.7)}{=} \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

но т.к. $\boldsymbol{B = \mu\mu_0 H}$ то

$$w = \frac{BH}{2} \quad (12.5.8) \quad w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

Энергия однородного магнитного поля ***в длинном соленоиде*** может быть рассчитана по формуле

(12.5.9) $$W = \frac{1}{2}\mu\mu_0 n^2 I^2 V,$$

а ***плотность энергии***

(12.5.10) $$w = \frac{1}{2}\mu\mu_0 n^2 I^2$$

***Плотность энергии*** магнитного поля ***в соленоиде с сердечником будет складываться из энергии поля в вакууме и в магнетике сердечника:***

$$w = w_{вак.} + w_{магнет.}$$

отсюда $$w_{магнет.} = w - w_{вак.}$$

Т.к. в вакууме $\mu = 1$, имеем

$$w_{магнет.} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} - \frac{\mu_0 H^2}{2} = \frac{\mu_0(\mu - 1)H^2}{2}.$$