Тема 12. САМОИНДУКЦИЯ И ВЗАИМНАЯ ИНДУКЦИЯ.

12.1. Явление самоиндукции.

12.2. Влияние самоиндукции на ток при замыкании и размыкании цепи, содержащей индуктивность.

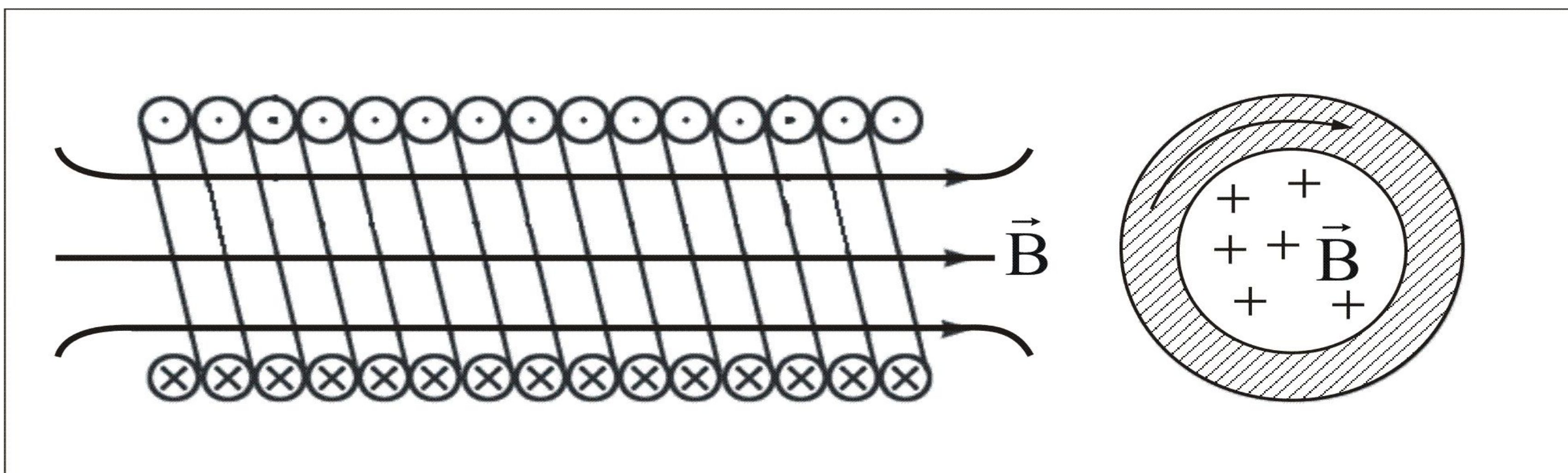
12.3. Взаимная индукция.

12.4. Индуктивность трансформатора.

12.5. Энергия магнитного поля.

12.1. Явление самоиндукции

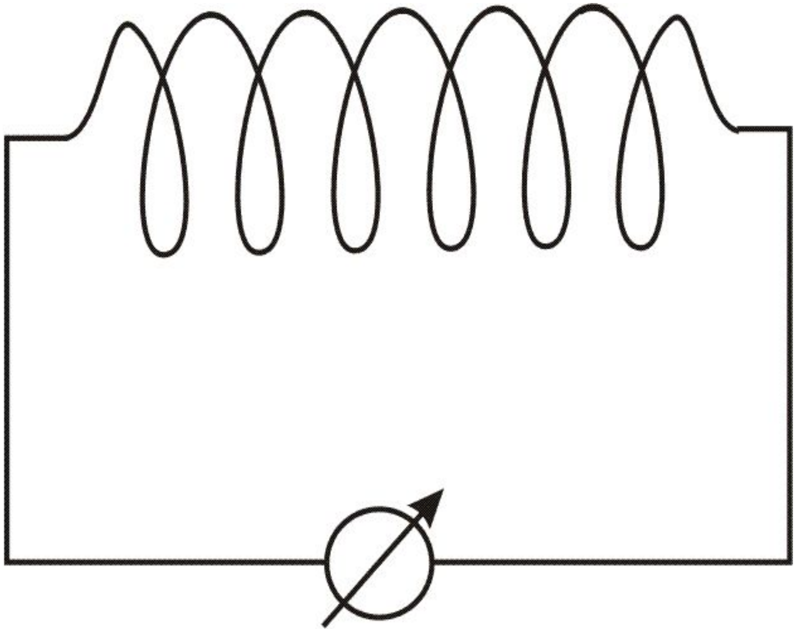
До сих пор мы рассматривали изменяющиеся магнитные поля не обращая внимание на то, что является их источником. На практике, чаще всего магнитные поля создаются с помощью различного рода соленоидов, т.е. многовитковых контуров с током.

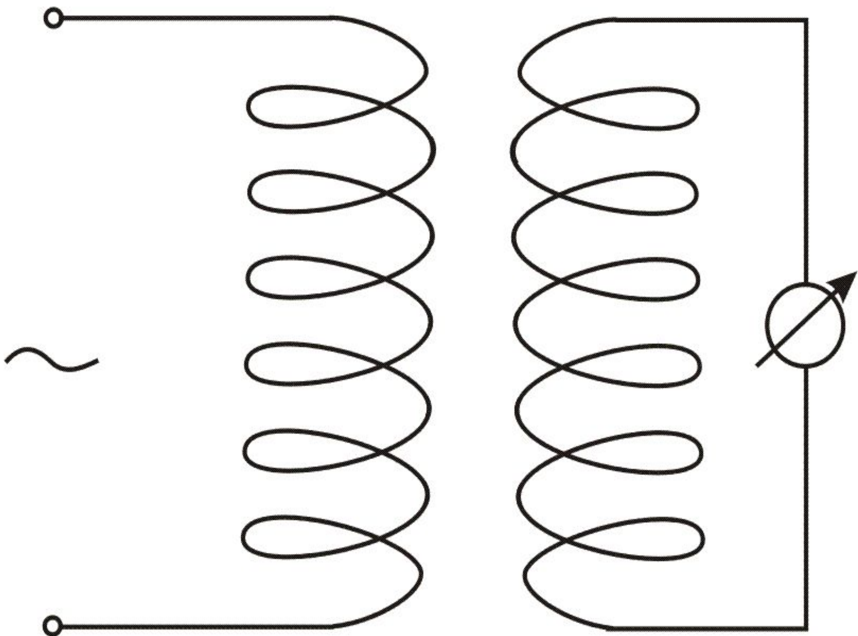


Здесь возможны **два случая**:

при изменении тока в контуре изменяется магнитный поток, пронизывающий:

а) этот же контур, б) соседний контур.





- *ЭДС индукции, возникающая в самом же контуре называется* ***ЭДС самоиндукции****, а само явление –* ***самоиндукция.***

- *Если же ЭДС индукции возникает в соседнем контуре, то говорят о явлении* ***взаимной индукции****.*

- Ясно, что **природа явления одна и та же**, а разные названия – чтобы подчеркнуть место возникновения ЭДС индукции.
- *Явление самоиндукции* открыл американский ученый **Дж. Генри** в 1831 г.

созеф. Генри (1797 – 1878г)

Национальной АН США

Работы посвящены электро-

му.

Кроме принципа магнитной

укции Генри изобрел

электромагнитное реле, построил

электродвигатель, телеграф

на территории колледжа в Пристоне.

Явление самоиндукции:

Ток I, текущий в любом контуре создает магнитный поток Ψ, пронизывающего этот же контур. При изменении I, будет изменятся Ψ , следовательно в контуре будет наводится ЭДС индукции.

Т.к. магнитная индукция ***B*** пропорциональна току ***I*** ($B = \mu\mu_0 nI$), следовательно

$$\Psi = LI,$$

где ***L*** – коэффициент пропорциональности, названный ***индуктивностью контура***.

L = const, если внутри контура нет ферромагнетиков, т.к. $\mu = f(I) = f(H)$

Индуктивность контура ***L зависит от геометрии контура: числа витков, площади витка контура.***

За единицу индуктивности в СИ принимается индуктивность такого контура, у которого при токе $I = 1A$ возникает полный поток $\Psi = 1Вб$.

Эта единица называется Генри (Гн).

Размерность индуктивности $[L] = Гн$

$$[L] = \frac{\Psi}{[I]} = \frac{Вб}{А} = \frac{В \cdot с}{А} = Ом \cdot с = 1Гн$$

Вычислим **индуктивность соленоида *L***.

Если длина соленоида l гораздо больше его диаметра d $(l >> d)$, то к нему можно применить формулы для бесконечно длинного соленоида.

Тогда

$$B = \mu\mu_0 I \frac{N}{l} \qquad (12.1.1)$$

Здесь N – число витков.

Поток через каждый из витков $\boldsymbol{\Phi = BS}$

Потокосцепление

$$\Psi = NBS = \mu\mu_0 I \frac{N}{l} NS = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} I \qquad (12.1.2)$$

Мы знаем, что $\Psi = LI$, тогда индуктивность соленоида

(12.1.3)

где n – число витков на единицу длины, т.е.

$$L_{сол} = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu\mu_0 n^2 l S$$

V – объем соленоида, значит

$$n = N/l, \; lS = V$$

$$L_{сол} = \mu\mu_0 n^2 V$$

Можно найти **размерность для μ_0**

$$[\mu_0] = \frac{[L][l]}{[S]} = \frac{Гн \cdot м}{м^2} = \frac{Гн}{м}$$

При изменении тока в контуре в нем возникает ЭДС самоиндукции, равная

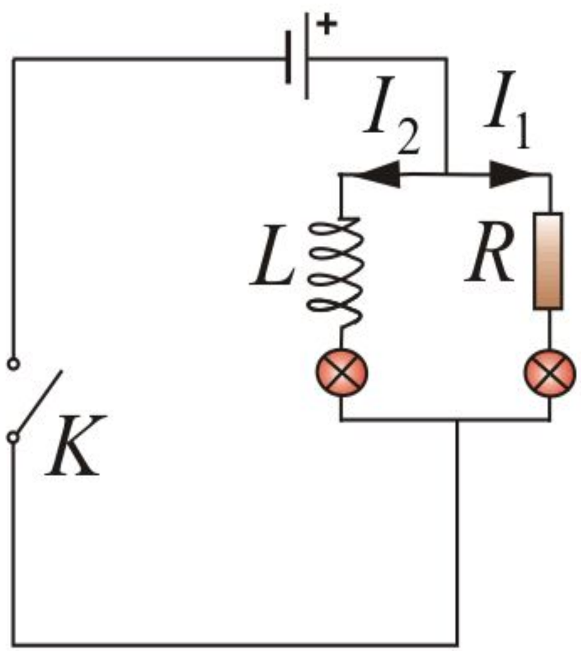
$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d}{dt}(IL) = -L\frac{dI}{dt} \qquad (12.1.5)$$

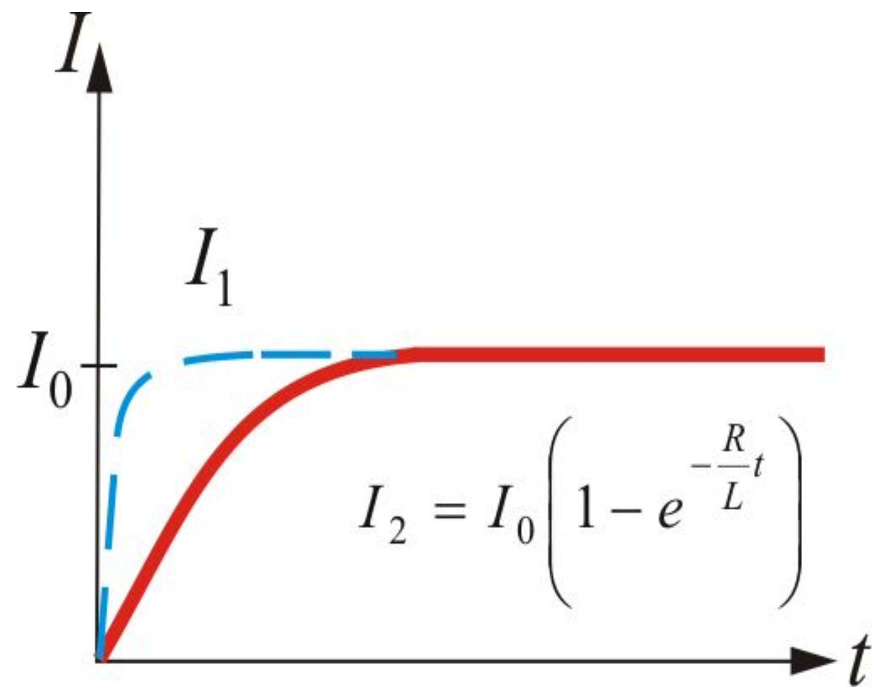
Знак минус в этой формуле обусловлен правилом Ленца.

$$\mathcal{E}_i = -L\frac{dI}{dt}$$

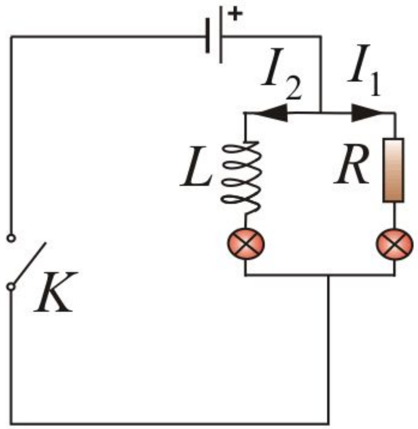
12.2. Влияние самоиндукции на ток при размыкании и замыкании цепи, содержащей индуктивность

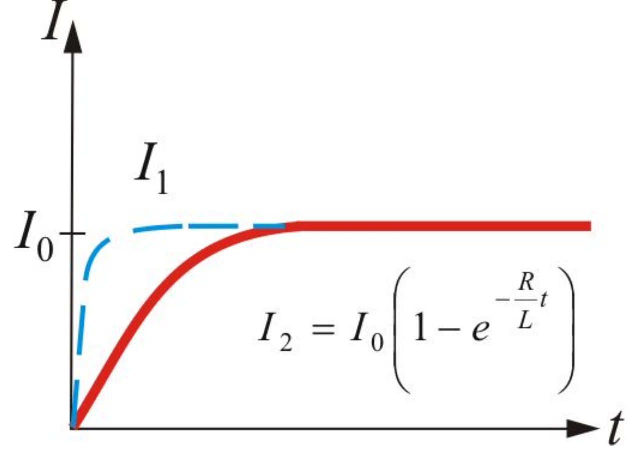
Случай 1.





По правилу Ленца*, токи возникающие в цепях вследствие самоиндукции всегда направлены так, чтобы препятствовать изменению тока, текущего в цепи.*





Это приводит к тому, что при замыкании ключа K установление тока I_2 в цепи содержащей индуктивность L ,будет происходить не мгновенно, а постепенно.

Сила тока в этой цепи будет удовлетворять уравнению

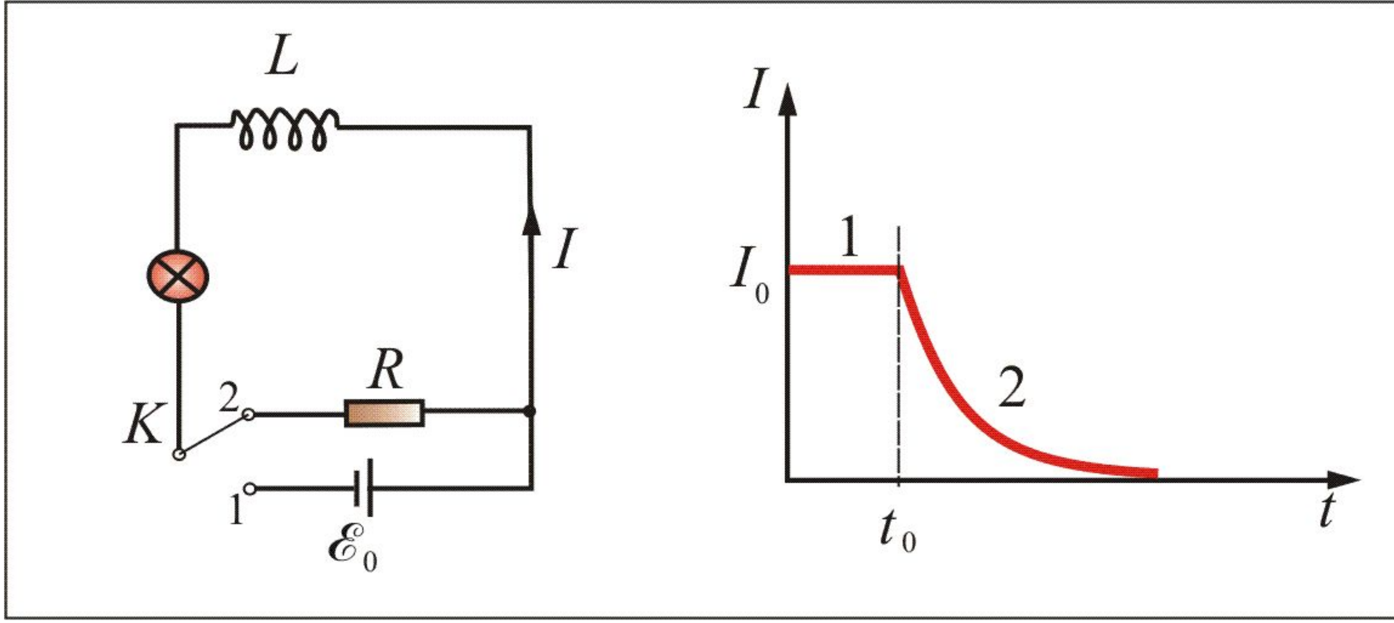
$$I_2 = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \qquad (12.2.1)$$

Скорость возрастания тока будет характеризоваться ***постоянной времени цепи***

$$\tau = \frac{L}{R} \qquad (12.2.2)$$

В цепи, содержащей только активное сопротивление R ток I_1 установится практически мгновенно.

Случай 2.

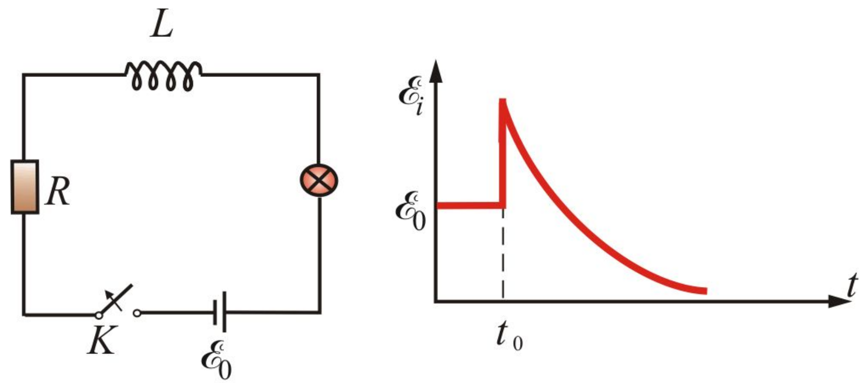


При переводе ключа из положения 1 в 2 в момент времени t_0, ток начнет уменьшаться но ЭДС самоиндукции будет поддерживать ток в цепи, т.е. препятствовать резкому уменьшению тока. В этом случае убывание тока в цепи можно описать уравнением

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \qquad (12.2.3)$$

Оба эти случая говорят, что ***чем больше индуктивность цепи L и чем меньше сопротивление R, тем больше постоянная времени τ и тем медленнее изменяется ток в цепи.***

Случай 3. Размыкание цепи содержащей индуктивность L



Т.к. цепь разомкнута, ток не течёт, поэтому рисуем зависимость $\mathcal{E}_i(t)$.

При размыкании цепи в момент времени t_0 $R \to \infty$

Это приводит к ***резкому возрастанию ЭДС индукции, определяемой по формуле***

$$\mathcal{E}_i = -L\frac{dI}{dt}.$$

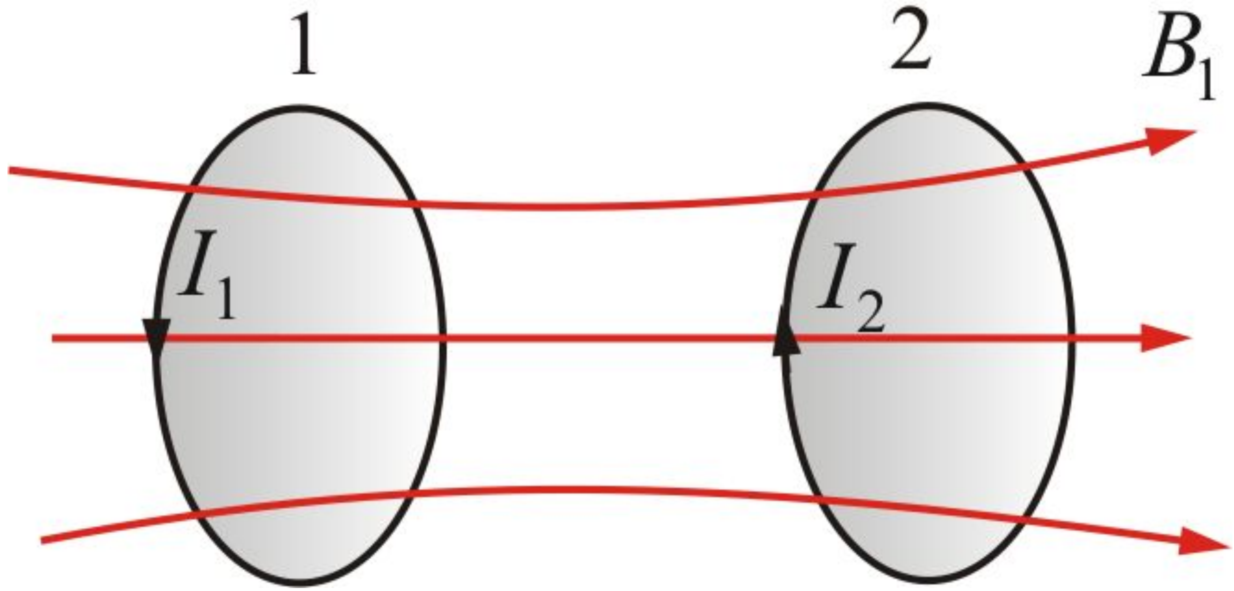
Происходит этот скачок вследствие большой величины скорости изменения тока $\frac{dI}{dt}$.

E_i резко возрастает по сравнению с E_0 и даже может быть в несколько раз больше E_0.

Нельзя резко размыкать цепь, состоящую из трансформатора и других индуктивностей.

12.3. Взаимная индукция

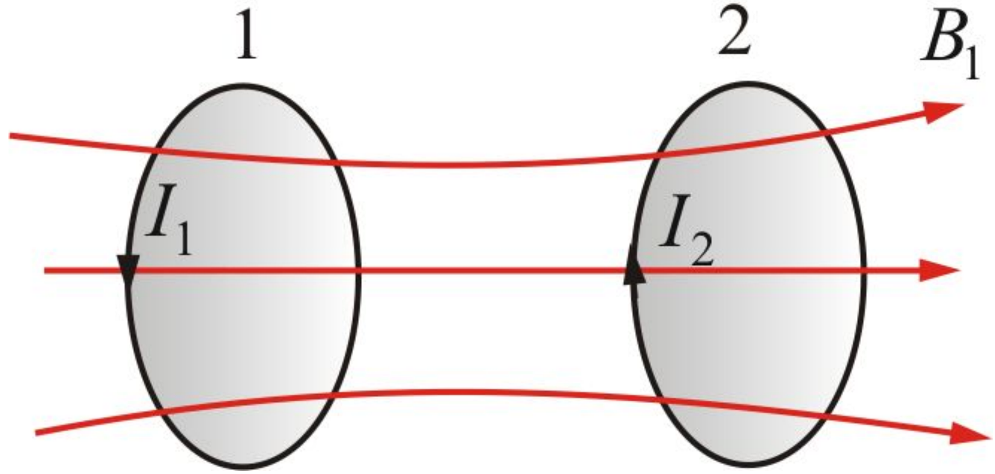
Возьмем два контура, расположенные недалеко друг от друга



В первом контуре течет ток I_1.

Он создает магнитный поток, который пронизывает и витки второго контура.

$$\Psi_2 = L_{21} I_1 \quad (12.3.1)$$



При изменении тока I_1 во втором контуре наводится ЭДС индукции

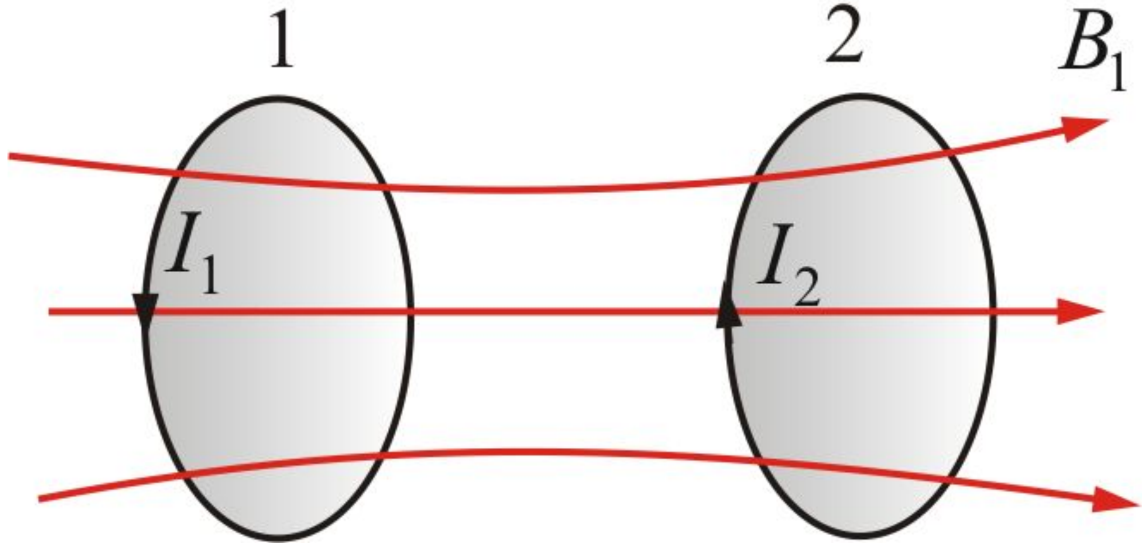
$$\mathcal{E}_{i2} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt} \qquad (12.3.2)$$

Аналогично, ток I_2 второго контура создает магнитный поток пронизывающий первый контур

$$\Psi_1 = L_{12} I_2 \qquad (12.3.3)$$

И при изменении тока I_2 наводится ЭДС

$$\mathcal{E}_{i1} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt} \qquad (12.3.4)$$



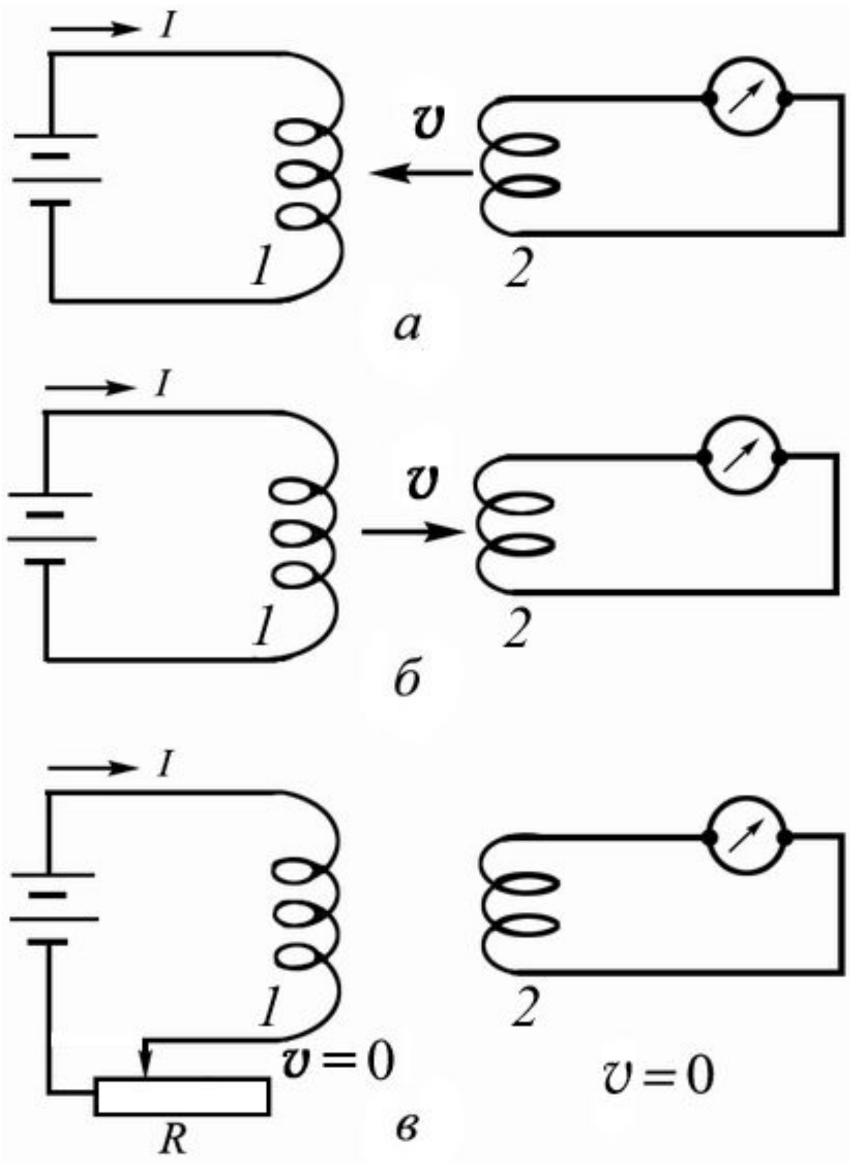
Контуры называются *связанными*, а ***явление – взаимной индукцией.***

Коэффициенты L_{21} и L_{12} называются ***взаимной индуктивностью*** или коэффициенты взаимной индукции.

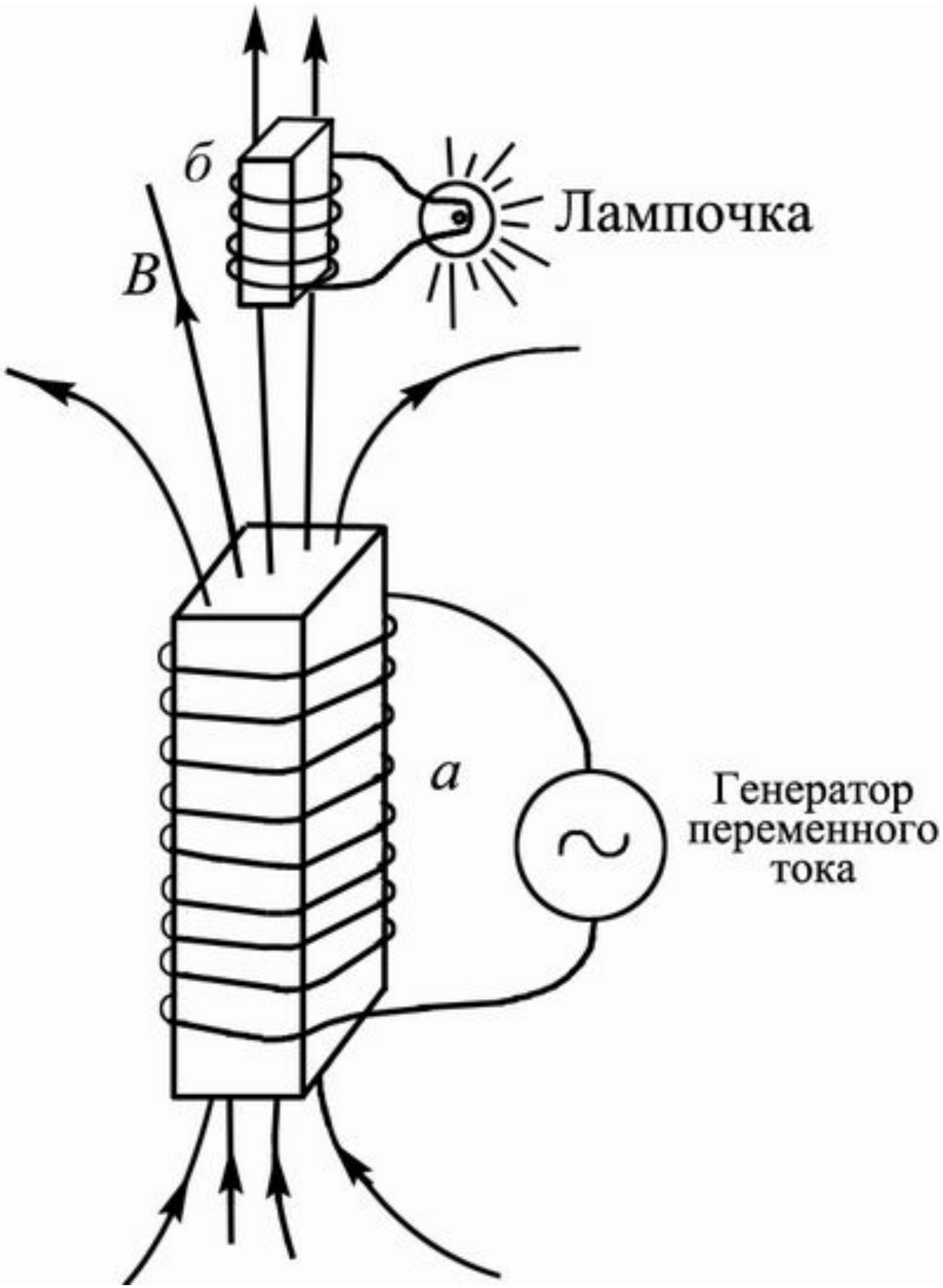
Причём $$L_{21} = L_{12} = L.$$

Трансформатор является типичным примером двух связанных контуров. Рассмотрим индуктивность трансформатора и найдем коэффициент трансформации.

Возникновение ЭДС индукции:



- *а* – при движении зарядов контура *2* в магнитном поле контура *1*;
- *б* – при изменении потока вектора магнитной индукции в контуре *2* при движении к нему контура *1*. ЭДС индукции не отличается от случая (*а*);
- *в* – ток в контуре *1* нарастает таким образом, чтобы изменение магнитного потока в контуре *2* совпадало со случаем (*а*) и (*б*)

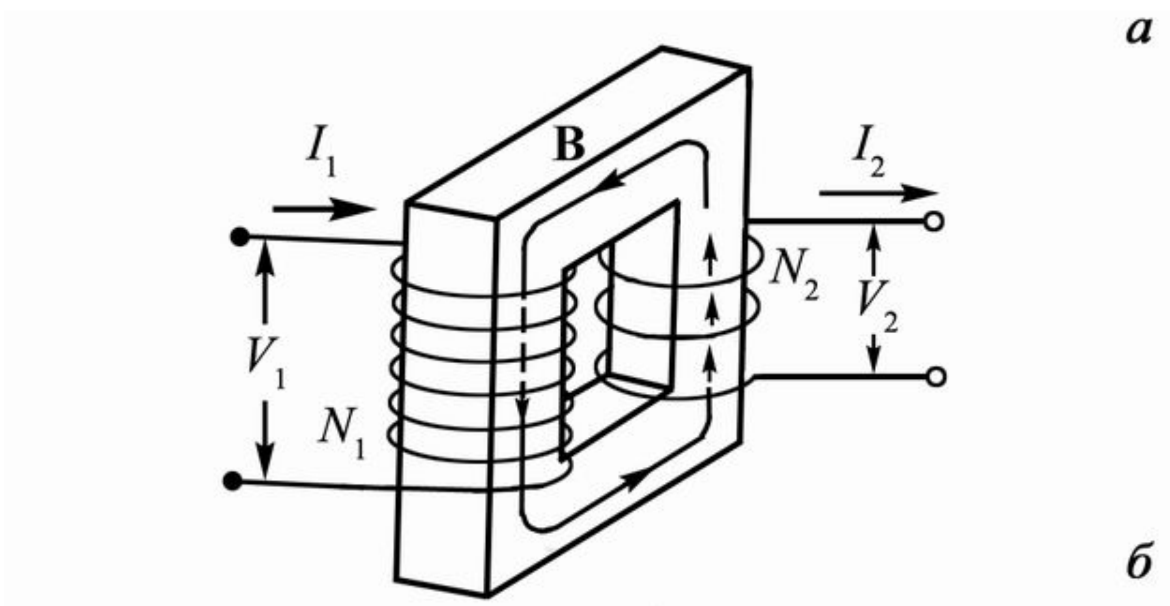


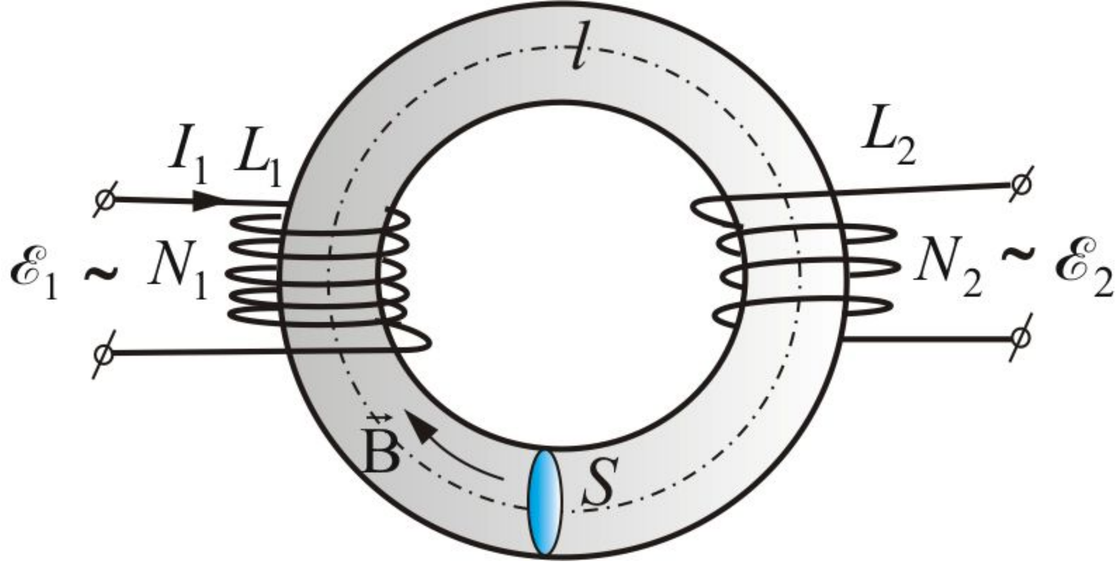
Непрерывно меняющийся ток в катушке (*а*) создает переменное магнитное поле, которое генерирует переменную ЭДС во второй катушке (*б*)

12.4. Индуктивность трансформатора

Явление взаимной индукции используется в широко распространенных устройствах – ***трансформаторах.***

Трансформатор был изобретен Яблочковым – русским ученым, в 1876г. для раздельного питания отдельных электрических источников света (свечи Яблочкова).





Рассчитаем ***взаимную индуктивность двух катушек L_1 и L_2, намотанных на общий сердечник***

Когда в первой катушке идет ток I_1, в сердечнике возникает магнитная индукция $\vec{\mathbf{B}}$ и магнитный поток Φ через поперечное сечение S.

Магнитное поле тороида можно рассчитать по формуле

$$\mathrm{B} = \mu\mu_0 I_1 \frac{N_1}{l}.$$

Через вторую обмотку проходит полный магнитный поток Ψ_2 сцепленный со второй обмоткой

$$\Psi_2 = N_2 B S = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S I_1 \tag{12.4.2}$$

К первичной обмотке подключена переменная ЭДС $\mathcal{E}_1$.

По закону Ома ток в этой цепи будет определятся алгебраической суммой внешней ЭДС и ЭДС индукции.

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d(N_1 \Phi)}{dt} + I_1 R_1 \tag{12.4.3}$$

где R_1 – сопротивление обмотки.

R_1 – делают малым (медные провода) и $I_1 R_1 \to 0$

Тогда **переменная ЭДС в первичной обмотке:**

$$\mathcal{E}_1 \approx \frac{d(N_1\Phi)}{dt} \approx N_1\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{(12.4.4)}$$

Во вторичной обмотке, по аналогии $\mathcal{E}_2 \approx N_2\dfrac{d\Phi}{dt}$

отсюда

$$\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} \approx \frac{N_1}{N_2} \quad \text{(12.4.5)}$$

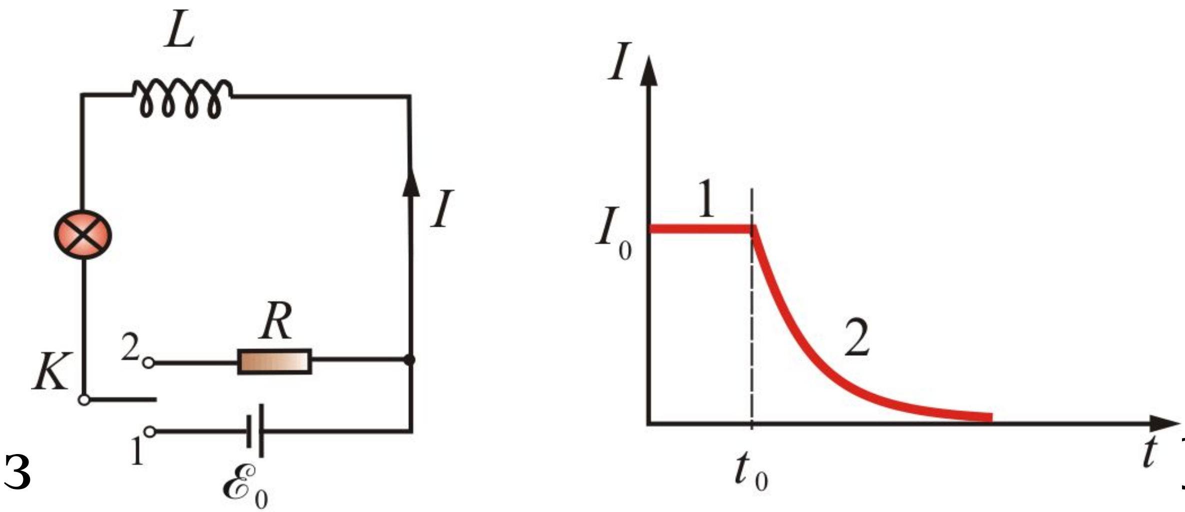
Если пренебречь потерями, предположить, что $R \approx 0$, **то**

$$\mathcal{E}_1 I_1 \approx \mathcal{E}_2 I_2 \quad \text{(12.4.6)}$$

Коэффициент трансформации $\eta = \dfrac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \dfrac{N_2}{N_1}.$

12.5. Энергия магнитного поля

Рассмотрим случай, о котором мы уже говорили:



Сначала з E_0.

В нем будет протекать ток I_0.

Затем в момент времени t_0 переключим ключ в положение 2 – замкнем соленоид на сопротивление R.

В цепи будет течь убывающий ток I.

Будет совершена работа: $$dA = E_i I dt \qquad (12.5.1)$$

$$dA = -L\frac{dI}{dt}Idt = -LIdI$$

$$A = -L\int_I^0 IdI = \frac{LI^2}{2}$$

(12.5.2)

$$A = \frac{LI^2}{2}$$

Эта работа пойдет на нагревание проводников.

Но откуда взялась эта энергия? Поскольку других изменений кроме исчезновения магнитного поля в окружном пространстве не произошло, остается заключить: ***энергия была локализована в магнитном поле.***

Значит, ***проводник, с индуктивностью L, по которой течет ток I, обладает энергией***

$$W = \frac{LI^2}{2} \quad (12.5.3)$$

- Выразим **энергию** через параметры магнитного поля.
- Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 lS = \mu\mu_0 n^2 V \quad (12.5.4)$$

где V – объем соленоида.

- Подставим эти значения в формулу для энергии (12.5.3):

$$I = \frac{H}{n}$$

- ***Энергия маг. поля соленоида*:**

$$W = \frac{\mu\mu_0 n^2 V H^2}{2n^2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V$$

$$W = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V$$

- Обозначим ***w* – плотность энергии**, или ***энергия в объеме V***,

Тогда:

$$w = \frac{W}{V} \underset{(12.5.7)}{=} \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

но т.к. $\boldsymbol{B = \mu\mu_0 H}$ то

$$w = \frac{BH}{2} \quad (12.5.8) \quad w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

Энергия однородного магнитного поля ***в длинном соленоиде*** может быть рассчитана по формуле

(12.5.9) $$W = \frac{1}{2}\mu\mu_0 n^2 I^2 V,$$

а ***плотность энергии***

(12.5.10) $$w = \frac{1}{2}\mu\mu_0 n^2 I^2$$

Плотность энергии магнитного поля ***в соленоиде с сердечником будет складываться из энергии поля в вакууме и в магнетике сердечника:***

$$w = w_{вак.} + w_{магнет.}$$

отсюда $\quad w_{магнет.} = w - w_{вак.}$

Т.к. в вакууме $\mu = 1$, имеем

$$w_{магнет.} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} - \frac{\mu_0 H^2}{2} = \frac{\mu_0(\mu - 1)H^2}{2}.$$