Тема 1: Множества

1.1 Основные понятия

а – ***элемент***; М – ***множество***

а Є М – «а принадлежит М»

а ∉ М – «а не принадлежит М»

А ⊆ В – множество А является ***подмножеством*** множества В

$$\left.\begin{array}{c} A \subseteq B \text{ и } A \neq B \\ A \subset B \end{array}\right\}$$ множество А – ***строгое*** подмножество множества В

Примеры:

А – множество сотрудников ФИТ;

M_1 – множество всех операций по сборке РС;

$\mathbb{N}$ – множество натуральных чисел;

$\mathbb{R}$ – множество всех действительных чисел.

- Равенство множеств:

1) $A=B$, если их элементы совпадают;
2) $A=B$, если $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$.

- ***Конечность*** и ***бесконечность*** множества определяется числом его элементов.
- Мощность множества M, $|M|$, – есть число его элементов.
- Если $|M|=0$, то множество M называется ***пустым***.

$M=\emptyset$.

! $\emptyset \subseteq A$ – пустое множество является подмножеством любого множества

Способы задания множеств:

- Перечисление:

  Только для конечных множеств!
- Подражающая процедура рекурсия или индукция

a) $1 \in M_2n$;

b) если $m \in M_2n$, то $2m \in M_2n$.

M_2n – числа, являющиеся степенями двойки;

$n \in N$, где N – множество натуральных чисел.

- Описание характеристических свойств

  $M=\{x/P(x)\}$ или $M=\{x:P(x)\}$

  $M_2n=\{x:x=2n,n\in N\}$

Пример 1

Задать множество N – множество натуральных чисел

а) Списком нельзя

б) $1 \in N$; если $n \in N$, то $n+1 \in N$

в) N={x:x – целое положительное число

Пример 2

Задать множество M_2n – множество всех четных чисел 2,4,6,…, не превышающих 100

a) $M_2n=\{2,4,6,\ldots,100\}$

b) $2 \in M_2n$; если $n \in N$, то $(n+2) \in M_2n$; $n \leq 98$

c) $M_2n=\{n$: n – целое положительное число, не превышающее $100\}$ или $M_2n=\{n: n \in N$ и $n/2 \in N$, $n \leq 100\}$

Пример 3

U={a,b,c}. Определить β(U) – ***булеан*** множества U – множество всех подмножеств, состоящих из элементов множество U. Какова мощность множества β(U)?

$\beta(U)=\{\{\emptyset\},\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$.

$\beta(U)/=8$.

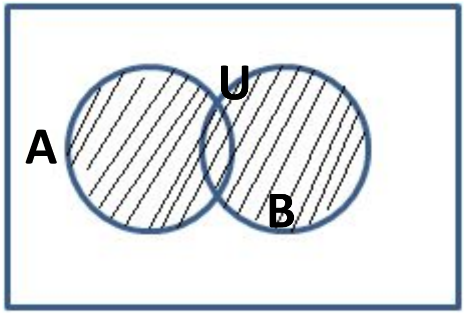
Пример 4

Какие определения множеств A,B,C,D являются корректными:

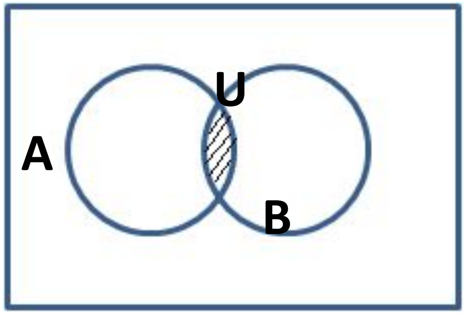
a) $A=\{1,2,3\}$;
b) $B=\{5,6,6,7\}$;
c) $C=\{x:x\in A\}$;
d) $D=\{A,C\}$

1.2 Операции над множествами

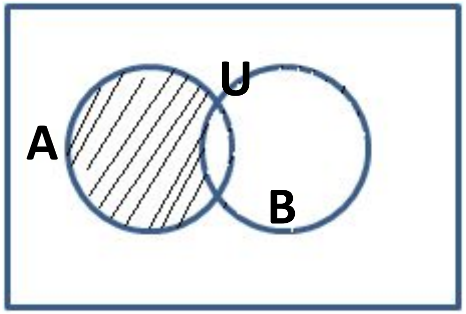
- Объединение A∪B={x:x∈A <u>или</u> x∈B}



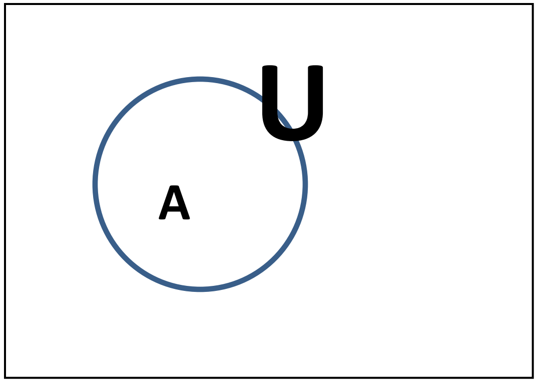
- Пересечение A∩B={x:x∈A <u>и</u> x∈B}



- Разность $A \setminus B = \{x : x \in A$ <u>и</u> $x \notin B\}$ $A \setminus B \neq B \setminus A$



- Дополнение (до U) $\bar{A} = U \setminus A$



Все четыре операции называются ***булевыми операциями над множествами***

Пример 1

U – универсальное множество – все рассматриваемые множества являются его подмножествами.

Пусть U – множество всех сотрудников ФИТ;

A – множество сотрудников старше 35;

B – множество сотрудников, имеющих стаж более 10 лет;

C – множество заведующих кафедрами.

Каков смысл каждого из следующих множеств:

а) $\bar{B}$;

б) $A \cap B \cap C$;

в) $A \cup (B \cap \bar{C})$;

г) $B \setminus C$;

д) $C \setminus B$.

Пример 2

Пусть M – множество натуральных чисел, не превосходящих 100;

N – множество натуральных чисел.

Задать множества $\bar{M}$ и $\bar{N}$.

Пример 3

Осуществить операции над множествами

A={a,b,c,d} и B={c,d,e,f,g,h}

Пример 4

Пусть U={1,2,3,4},A={1,3,4},B={2,3},C={1,4}.

Найти

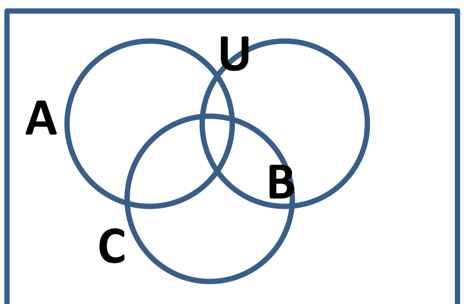
а) $\bar{A} \cup \bar{B}$; б) $\overline{A \cap B}$; в) $A \cap \bar{B}$; г) $(B \backslash A) \cup \bar{C}$

1.3 Диаграммы Венна

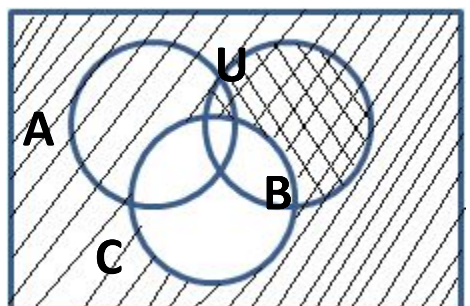
Диаграмма Венна – геометрическое представление множества.

Пример 1

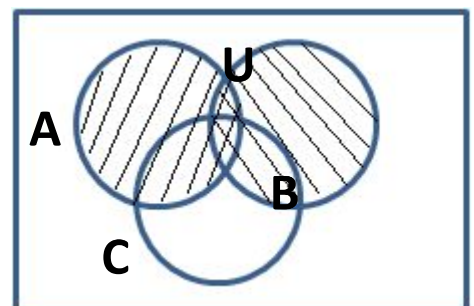
Представить множество $A\cup(B\cap\overline{C})$ диаграммой Венна.



а)



б) $B\cap\overline{C}$



$A\cup(B\cap\overline{C})$

Пример 2

Проиллюстрировать на конкретных множествах и с помощью диаграммы Венна справедливость соотношения:

а) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

б) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup B)$.

1.5 Векторы. Прямые произведения. Проекции векторов. (Самостоятельно)