ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

ТЕМА №10

СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ

ПРЕДМЕТ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Теория вероятностей есть математическая наука, изучающая **закономерности в случайных явлениях.**

Случайное явление – это такое явление, которое при неоднократном воспроизведении одного и того же опыта протекает каждый раз по разному.

Пример. Подбрасывание монеты: частота появления герба приближается к 1/2 .

К. Пирсон подбрасывал монету 24000 раз,

выпадение герба 12012 раз.

$$\frac{12012}{24000} = 0.5005$$

§ 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Исходным понятием теории вероятностей является понятие **опыт (испытание**, стохастический эксперимент).

Опыт (испытание) может иметь несколько исходов (результатов опыта), взаимоисключающих друг друга.

Определение 1. Элементарным исходом (или ***элементарным событием***) называют любой простейший (т.е. неделимый в рамках данного опыта) исход опыта.

Определение 2. Множество всех элементарных исходов называется ***пространством элементарных событий (исходов).***

Множество исходов опыта образует **пространство элементарных исхо**

если выполнены следующие требования:

- в результате опыта один из исходов обязательно происходит;
- появление одного из исходов опыта исключает появление остальных;
- в рамках данного опыта нельзя разделить элементарный исход на более мел составляющие.

пространство элементарных исходов обозначают: Ω,

элементарные исходы — ω,

элемент ω принадлежит Ω: $\omega \in \Omega$,

множество Ω состоит из элементов $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n, \ldots$, и только из них:

$\Omega=\{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n, \ldots, \}$ или $\Omega =\{\omega_i\}$, $i =1, \ldots, n, \ldots$,

В частности, Ω может содержать *конечное* число элементарных исходов.

Рассмотрим примеры, поясняющие понятие пространства элементарных исходов.

Пример 1. Пусть опыт состоит в *однократном подбрасывании монеты*.
Два элементарных исхода:

выпадение „герба" (можно обозначить этот исход Г, $\omega_{Г}$ или ω_1) и
выпадение „цифры" (Ц, $\omega_{Ц}$ или ω_2).

Таким образом, $\Omega = \{Г, Ц\}$, $\Omega = \{\omega_{Г}, \omega_{Ц}\}$ или $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$.

При двукратном подбрасывании монеты (или однократном подбрасывании двух монет) пространство элементарных исходов будет, очевидно, содержать четыре элемента, т.е. $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$
$\Omega = \{\omega_{ГГ}, \omega_{ГЦ}, \omega_{ЦГ}, \omega_{ЦЦ}\}$
где, например, $\omega_{ГГ}$ — появление „герба" и при первом, и при втором подбрасываниях.

Пример 2. При однократном бросании игральной кости возможен любой из шести элементарных исходов

$$\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\},$$

где ω_i, $i=\overline{1,6}$ означает появление i очков на верхней грани кости,

т.е. $\Omega=\{\omega_i\}, i=1, ..., 6,$ $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$.

При двукратном бросании игральной кости каждый из шести возможных исходов при первом бросании может сочетаться с каждым из шести исходов при втором бросании,

т.е. $\Omega=\{\omega_{ij}\}, i,j=1, ..., 6$

где ω_{ij} — исход опыта, при котором сначала выпало i, а затем j очков.

$\Rightarrow$ пространство элементарных исходов Ω содержит 36 элементарных исходов

§ 2. События, действия над ними

Определение 3. Любой набор элементарных исходов, т.е. произвольное подмножество A пространства элементарных исходов Ω, $\mathrm{A} \subset \Omega$, называют ***событием***.

События обозначают прописными латинскими буквами:

$$A,\ B_1,\ C_3\ ,\ \ldots,$$

Определение 4. Элементарные исходы $\omega_i \in A$, которые являются элементами рассматриваемого подмножества (события), называют ***элементарными исходами, благоприятствующими данному событию, или образующими это событие***.

Определение 5. Говорят, что событие ***A произошло*** (или наступило), если в результате опыта появился какой-либо из элементарных исходов $\omega_i \in A$.

Пример 4. При однократном бросании игральной кости

$$\Omega = \{\omega_i\},\ i = 1, \ldots, 6$$

где ω_i — элементарный исход, заключающийся в выпадении i очков.

Рассмотрим следующие события:
A — выпадение четного числа очков;
B — выпадение нечетного числа очков;
C — выпадение числа очков, кратного трем. $\Rightarrow$
$A = \{\omega_2, \omega_4, \omega_6\}$, $B = \{\omega_1, \omega_3, \omega_5\}$ и $C = \{\omega_3, \omega_6\}$.

Определение 4. Событие, состоящее из всех элементарных исходов, т.е. событие, которое обязательно происходит в данном опыте, называют ***достоверным событием***.
Достоверное событие, как и пространство элементарных исходов, обозначают буквой Ω.

Определение 5. Событие, не содержащее ни одного элементарного исхода, т.е. событие, которое никогда не происходит в данном опыте, называют ***невозможным событием***.
Невозможное событие обозначают символом $\varnothing$.
Важное свойство Ω и $\varnothing$: $A \subset \Omega$ и $\varnothing \subset A$

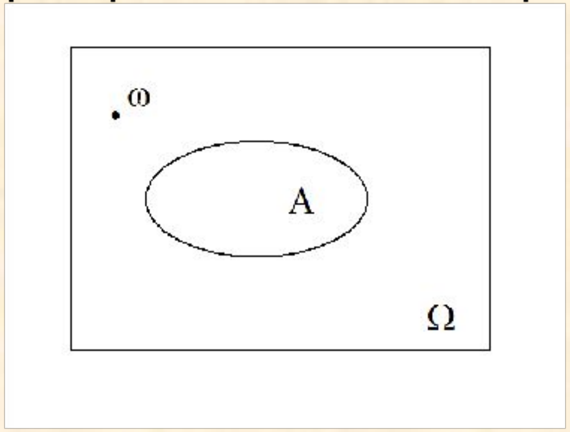
Пример 5. При бросании игральной кости

достоверное событие — например, выпадение хотя бы одного очка,

невозможное — выпадение 7 очков.

Наглядно представляют **события** в виде ***диаграммы Эйлера — Венна***.

Все пространство элементарных исходов Ω – прямоугольник,



каждый элементарный исход ω_i – точка внутри прямоугольника, а каждое событие $A \subset \Omega$ — некоторое подмножество точек этого прямоугольника.

Трактовкой диаграммы Эйлера — Венна может служить опыт с бросанием случайным образом частицы в прямоугольник. Тогда элементарный исход ω_i — это попадание частицы в точку ω_i прямоугольника,

а событие A — в часть прямоугольника, задаваемую подмножеством A.

ОПЕРАЦИИ (ДЕЙСТВИЯ) НАД СОБЫТИЯМИ

(совпадают с операциями над подмножествами).

Таблица исходов.

A
+
–

Ω
+

∅
–

\+ событие произошло

– событие не произошло

1. **Равенство событий**

Определение 6. Два события называются ***равными***, если в результате испытания они оба либо происходят, либо не происходят:

$$A = B$$

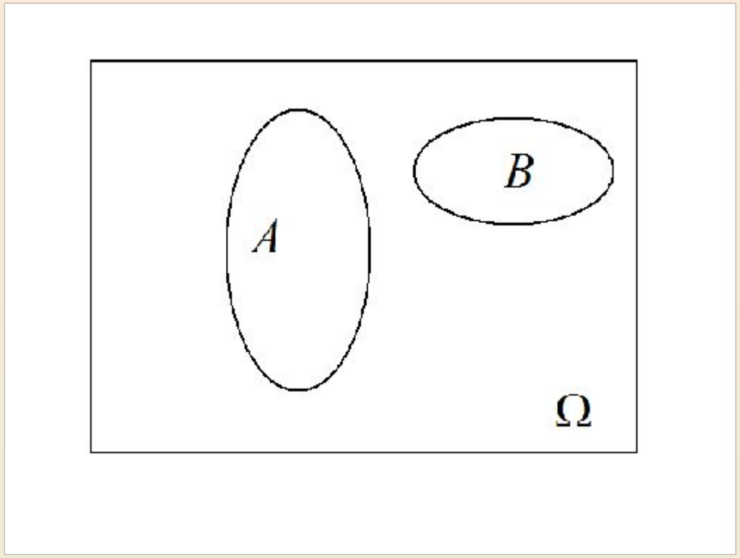
A	B
+	+
–	–

Геометрически: совпадение фигур.

Логически: одинаковые высказывания о событиях.

2. Несовместность событий

Определение 7. События А и В называют ***несовместными***, или ***непересекающимися***, если ***их пересечение*** является ***невозможным*** событием, т.е. если $A \cap B = \varnothing$



В противном случае события называют ***совместными***, или ***пересекающимися***.

3. Пересечение событий

Определение 8. *Пересечением (произведением) двух событий А и В* называют событие *С*, происходящее тогда и только тогда, когда одновременно происходят оба события А и В,

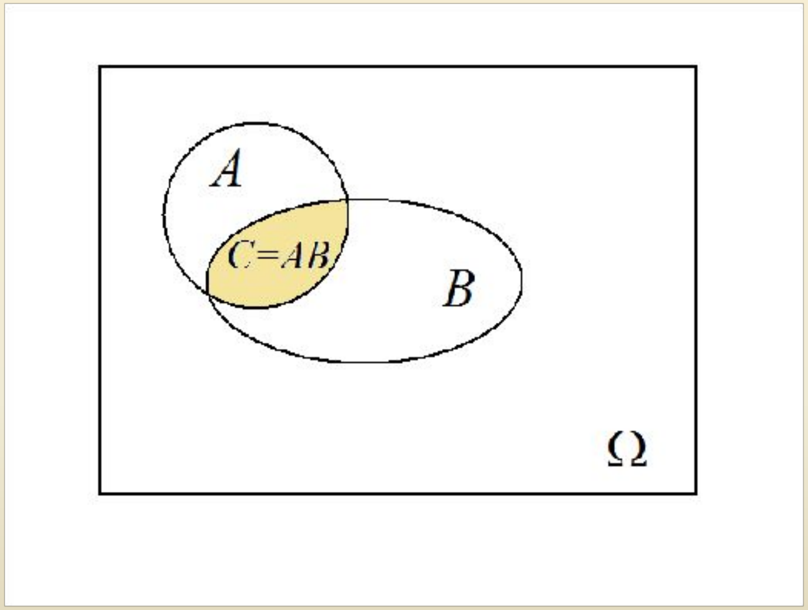
т.е. ***событие, состоящее из тех и только тех элементарных исходов, которые принадлежат и событию А, и событию В.***

Пересечение событий А и В записывают следующим образом:

$$C = A \cap B, \Leftrightarrow C = AB.$$

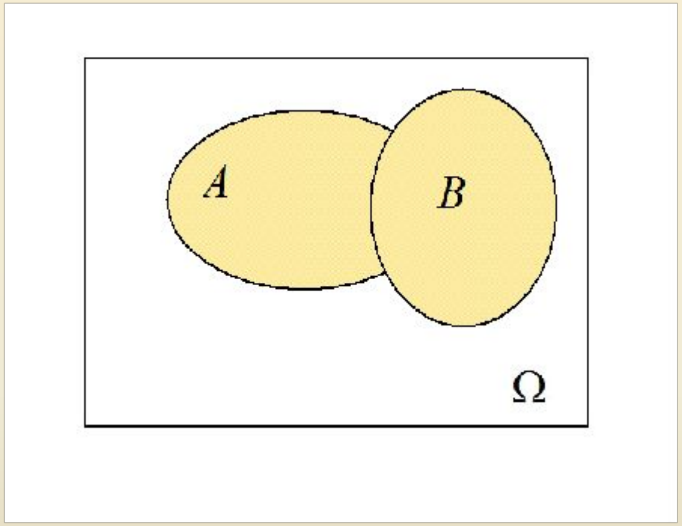
Логическое «**И**»

A	B	A □B
+	+	+
+	–	–
–	+	–
–	–	–



4. Объединение событий

Определение 9. *Объединением (суммой) двух событий А и В* называют событие ***С***, происходящее тогда и только тогда, когда происходит хотя бы одно из событий А или В,
т.е. ***событие С, состоит из тех элементарных исходов, которые принадлежат хотя бы одному из подмножеств А или В***



Объединение событий А и В:

$$A \cup B \Leftrightarrow A + B$$

Логически: «**ИЛИ**»

A	B	A + B
+	+	+
+	–	+
–	+	+
–	–	–

Аналогично определяют понятия произведения и суммы событий для любого конечного числа событий и даже для бесконечных последовательностей событий.

Так, событие

$$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^{n} A_i \quad \left(A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n = \prod_{i=1}^{n} A_i\right)$$

состоит из элементарных исходов, принадлежащих **всем событиям** $\boldsymbol{A_i}$, $i \in N$,

а событие

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \left(A_1 + A_2 + \dots + A_n = \sum_{i=1}^{n} A_i\right)$$

состоит из элементарных исходов, принадлежащих **хотя бы одному из событий** $\boldsymbol{A_i}$, $i \in N$.

Определение 10. События A_1, A_2, ... , A_n называют ***попарно несовместными (непересекающимися)***, если

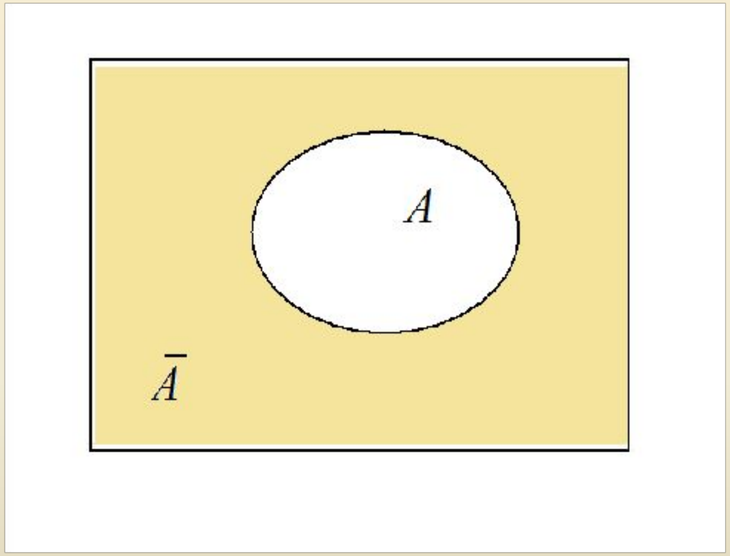
$$\boxed{A_i \cap A_j = \varnothing,\ \forall i, j = \overline{1,n},\ i \neq j.}$$

5. Дополнение события

Определение 11. ***Дополнением события*** A (обозначают $\overline{A}$) называют событие, происходящее тогда и только тогда, когда ***не происходит*** событие A

Событие $\overline{A}$ называют также событием, ***противоположным событию*** A.

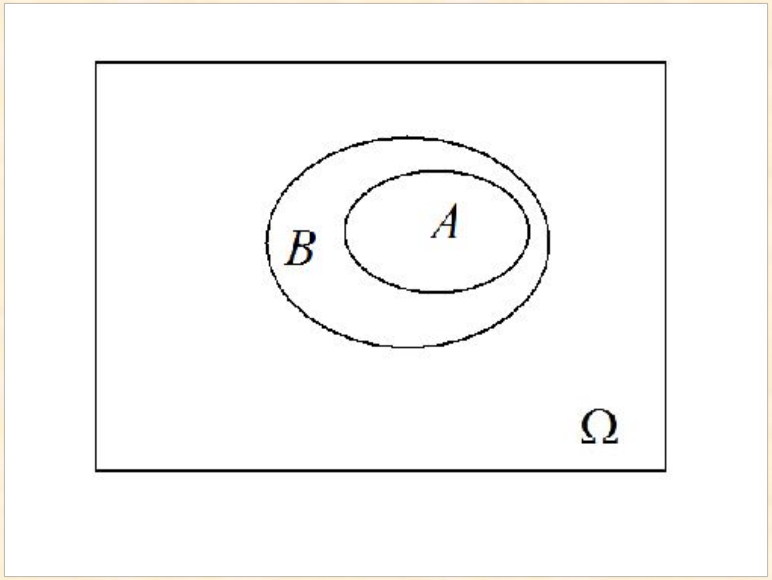
A	$\overline{A}$
+	–
–	+



6. Включение события

Определение 12. Событие A ***включено*** (содержится) в событие B, что записывают $A \subset B$, если появление события A обязательно влечет за собой наступление события B, или
каждый элементарный исход ω, принадлежащий A, обязательно принадлежит и событию B.

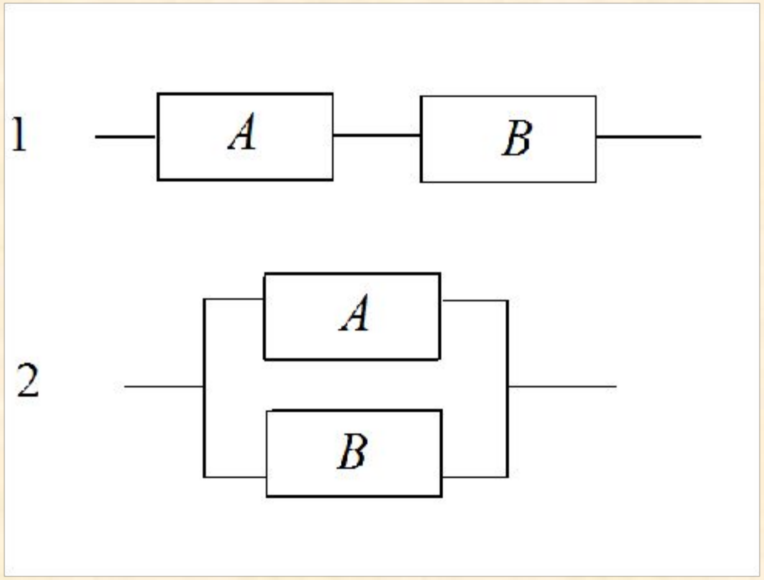
Включение $A \subset B$ эквивалентно равенству $AB = A$.



Пример 6. Техническое устройство (ТУ) состоит из $m = 2$ элементов. В теории надежности говорят, что *элементы <u>соединены последовательно</u>*, если ТУ прекращает функционировать при отказе любого элемента, и

<u>соединены параллельно</u>, если прекращение функционирования ТУ наступает только при отказе всех m элементов.

Условное изображение последовательного и параллельного соединений приведены на рисунке.



Пусть C — событие, означающее отказ ТУ,

А - событие, означающее отказ элемента A; В - событие, означающее отказ элемента B;

Тогда события С, А и В связаны соотношениями:

для рис. 1 $C = A \cup B$

для рис. 2 $C = A \cap B$.

§ 3. АЛГЕБРА СОБЫТИЙ

Определение 13. Алгеброй событий $\mathcal{A}$ *называют такое замкнутое множество, для которого определены операции сложения, умножения и дополнения:*

1) если подмножества $A \in \mathcal{A}$ и $B \in \mathcal{A}$,

то их объединение: $A \cup B \in \mathcal{A}$

и их пересечение: $A \cap B \in \mathcal{A}$;

2) если подмножество $A \in \mathcal{A} \Rightarrow \overline{A} \in \mathcal{A}$

и удовлетворяющее условиям:

$\Omega \in \mathcal{A}$

$\varnothing \in \mathcal{A}$

то есть алгебра событий содержит достоверное событие Ω и невозможное событие $\varnothing$.

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА АЛГЕБРЫ СОБЫТИЙ

1. $A+B = B+A,$ – Коммутативность относительно сложения и умножения событий
   $A\,B = B\,A.$

2. $(A+B)+C = A+(B+C),$ – Ассоциативность относительно сложения и умножения событий
   $(A\,B)\,C = A\,(B\,C).$

3. $A\,(A+B) = A,$ – Закон поглощения
   $A+AB = A.$

Следствия из свойств алгебры событий

a) $A+A = A; \quad A\,A = A$

b) $A+\varnothing = A; \quad A+\Omega = \Omega$

c) $A\,\varnothing = \varnothing; \quad A\,\Omega = A$

4. $A\,(B+C) = A\,B + A\,C,$ – Дистрибутивность относительно сложения и умножения событий
   $A + B\,C = (A+B)\,(A+C).$

5. $A\cdot\overline{A} = \varnothing, \quad A+\overline{A} = \Omega;$

6. $\overline{\overline{A}} = A, \quad \overline{\varnothing} = \Omega, \quad \overline{\Omega} = \varnothing.$

7. $\overline{A+B} = \overline{A}\cdot\overline{B}\,, \quad \overline{A\cdot B} = \overline{A}+\overline{B}.$ – Свойство двойственности.

§ 4. ВЕРОЯТНОСТЬ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ

Определение 15 (философское). **Вероятность** ***– численная мера степени объективной возможности появления события.***
В современной математике вводится на основании аксиом.

1. АКСИОМАТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ (по Колмогорову)

Определение 16 (аксиоматическое). Вероятность события A – некоторое число P(A), которое характеризует меру возможности появления этого события и удовлетворяет аксиомам:

1. $P(A) \geq 0$ – вероятность – неотрицательная функция
2. $P(\Omega) = 1$ – вероятность достоверного события равна 1.
3. if $A=B+C, \quad B \,\square\, C = \varnothing \;\Rightarrow\; P(A) = P(B+C) = P(B) + P(C)$
4. if $A=B \;\Rightarrow\; P(A) = P(B)$ – аксиома однозначности.

Замечание. Аксиома 3 распространяется на любое число попарно несовместных событий:

$$\text{if } A=A_1+A_2+\ldots+A_n, \quad A_i \,\square\, A_j = \varnothing \;\Rightarrow\; P(A) = P(A_1+A_2+\ldots+A_n) =$$

$$P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n)$$

СВОЙСТВА ВЕРОЯТНОСТИ

1. $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

Доказательство: По свойству алгебры логики $A + \bar{A} = \Omega$; $A \cdot \bar{A} = \varnothing$.

На основании 2 ($P(\Omega) = 1$) и 3 ($P(A) = P(B) + P(C)$) аксиом имеем

$P(A + \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A}) = P(\Omega) \Rightarrow P(A) = P(\Omega) - P(\bar{A}) \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

2. $P(\varnothing) = 0$.

Доказательство: Так как $P(\Omega) = 1$ и $\Omega = \overline{\varnothing}$

$$\Rightarrow P(\varnothing) \overset{(1)}{=} 1 - P(\overline{\varnothing}) = 1 - P(\Omega) = 0$$

3. $\forall$ события A: $0 \le P(A) \le 1$.

Доказательство: Исходя из 1 аксиомы определения 16: $P(A) \ge 0$ и $P(\bar{A}) \ge 0$

С другой стороны, на основании 1 свойства

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) \le 1 \Rightarrow 0 \le P(A) \le 1$$

ЧАСТОТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

Пусть проведена серия из **n** опытов, в каждом из которых появляется или не появляется событие А.

Определение 17. Частотой события A в данной серии опытов называется отношение числа **m** опытов в которых появилось событие А к общему числу опытов:

$$\boxed{W = P^*(A) = \frac{m}{n}}$$

1. $P(A) \geq 0 \quad P^*(A) = \mathbf{m} / \mathbf{n} \geq 0$
2. $P(\Omega) = 1 \quad P^*(A) = \mathbf{n} / \mathbf{n} = 1$
3. if $A = A_1 + A_2, \quad A_1 \cap A_2 = \varnothing \quad \Rightarrow$

$$P^*(A) = P^*(A_1 + A_2) = (\mathbf{m_1} + \mathbf{m_2}) / \mathbf{n} = \mathbf{m_1} / \mathbf{n} + \mathbf{m_2} / \mathbf{n} = P^*(A_1) + P^*(A_2)$$

§ 5. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

ТЕОРЕМА сложения вероятностей. Для любых событий A, $B \in \Omega$ верно

$$\boxed{P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)}$$

УСЛОВНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ И ВЕРОЯТНОСТЬ ПРОИЗВЕДЕНИЯ СОБЫТИЙ

Определение 18. Вероятность события A, вычисленная при условии, что имело место другое событие B, называется ***условной вероятностью события А***.

Обозначение условной вероятности события А: P(A | B)

Вычисляется по формуле

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}}$$

Определение 19. Два события называются ***независимыми***, если вероятность одного из них не зависит от того, произошло другое событие или нет.

$$P(A) = P(A \mid B); \qquad P(B) = P(B \mid A).$$

Условие независимости события A от события B: $\boxed{P(A|B) = P(A)}$

Условие зависимости события A от события B: $\boxed{P(A|B) \neq P(A)}$

ТЕОРЕМА умножения вероятностей. **Для любых событий** A , $B \in \Omega$

$$\boxed{P(AB) = P(A|B)\cdot P(B) = P(A)\cdot P(B|A)}$$

Следствия

1. ***Определение независимости*** событий А и В: $\boxed{P(A\cdot B) = P(A)\cdot P(B)}$.

2. ***Для независимых*** событий A_i: $\boxed{P(\prod_{i=1}^{n} A_i) = \prod_{i=1}^{n} P(A_i)}$

ТЕОРЕМА Если события А и В – ***независимы***, то

- A и $\overline{B}$ – ***независимы***,
- $\overline{A}$ и B – ***независимы***,
- $\overline{A}$ и $\overline{B}$ – ***независимы***.

§ 6. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

<u>Основная формула комбинаторики</u> Пусть даны $\boldsymbol{k}$ групп элементов

Пусть $\boldsymbol{i}$-я группа состоит из $\boldsymbol{n_i}$ элементов

Тогда число способов выбрать по одному элементу из каждой группы равно

$$N = n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_k$$

<u>Число размещений из n по k</u> (выбор k элементов из n с учетом их порядка)

без повторений	с повторениями
$A_n^k = n\cdot(n-1)\cdot \ldots \cdot(n-k+1) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$	$\left(A_n^k\right)_{\text{повт.}} = n^k$

<u>Число перестановок из n элементов</u> (размещений из n по n, т.е. при $k = n$)

без повторений	с повторениями
$P_n = n!$	$P_n(n_1,\ n_2,\ \ldots, n_k) = \dfrac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot\ \ldots\cdot n_k!}$

<u>Число сочетаний из n по k</u> (выбор k элементов из n без учета их порядка)

без повторений	с повторениями
$C_n^k = \dfrac{n!}{k!\ (n-k)!}$	$\left(C_n^k\right)_{\text{повт.}} = C_{n+k-1}^k$

КЛАССИЧЕСКАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ

Определение. События A и B называются равновозможными, если их вероятности равны: $P(A) = P(B)$.

Определение. Если опыту соответствует пространство Ω элементарных исходов ω_i, для которых

1) число элементарных исходов ω_i – конечное,
2) все ω_i – равновозможные: $p(\omega_1) = \ldots = p(\omega_n)$,

то говорят, что ***опыт укладывается в классическую схему*** (или схему случаев).

Определение. Равновозможные элементарные события (исходы) ω_i называются ***случаями*** или ***шансами***.

КЛАССИЧЕСКАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ

Опыт, удовлетворяющий условию равновозможности элементарных исходов, называют «классической схемой».

Пусть N — общее число равновозможных элементарных исходов в Ω, N_A — число элементарных исходов, образующих событие А (или, как говорят, благоприятствующих событию А.

Определение 2.1**. **Вероятностью события **А** называют отношение числа N_A благоприятствующих событию А элементарных исходов к общему числу N равновозможных элементарных исходов:

$$P(A) = \frac{N_A}{N}$$

Данное определение вероятности события принято называть классическим определением вероятности.

Замечание. Наряду с названием «классическая схема» используют также названия «случайный выбор», «равновероятный выбор»

2.3. Геометрическое определение вероятности

Геометрическое определение вероятности обобщает классическое на случай ***бесконечного множества элементарных исходов*** Ω, когда Ω – подмножество пространства **R** (числовой прямой), $\mathbf{R}^2$ (плоскости), $\mathbf{R}^n$ (n-мерного евклидова пространства).

В пространстве **R** в качестве подмножеств будем рассматривать лишь промежутки или их объединения, т.е. подмножества, которые имеют длину. В пространстве $\mathbf{R}^2$ — те подмножества, которые имеют площадь, и т.д.

в зависимости от того, какому пространству принадлежит Ω:
мера $\mu(A)$ подмножества A :
в R : $\mu(A)$ – длина,
в R^2 : $\mu(A)$ – площадь
в R^3 (R^n): $\mu(A)$ – объем (обобщенный объем)

Пространство элементарных исходов Ω имеет конечную меру, а вероятность попадания „ случайно брошенной" точки в любое подмножество Ω пропорциональна мере этого подмножества и не зависит от его расположения и формы. В этом случае говорят, что рассматривается „геометрическая схема" или „точку наудачу бросают в область Ω.

Определение Тройку $(\mathbf{\Omega}, \mathcal{A}, \mathbf{P})$, состоящую из пространства элементарных исходов $\mathbf{\Omega}$, с σ-алгеброй событий $\mathcal{A}$ и определенной на $\mathbf{\Omega}$ вероятности $\mathbf{P}$, называют ***вероятностным пространством.***

Формула полной вероятности

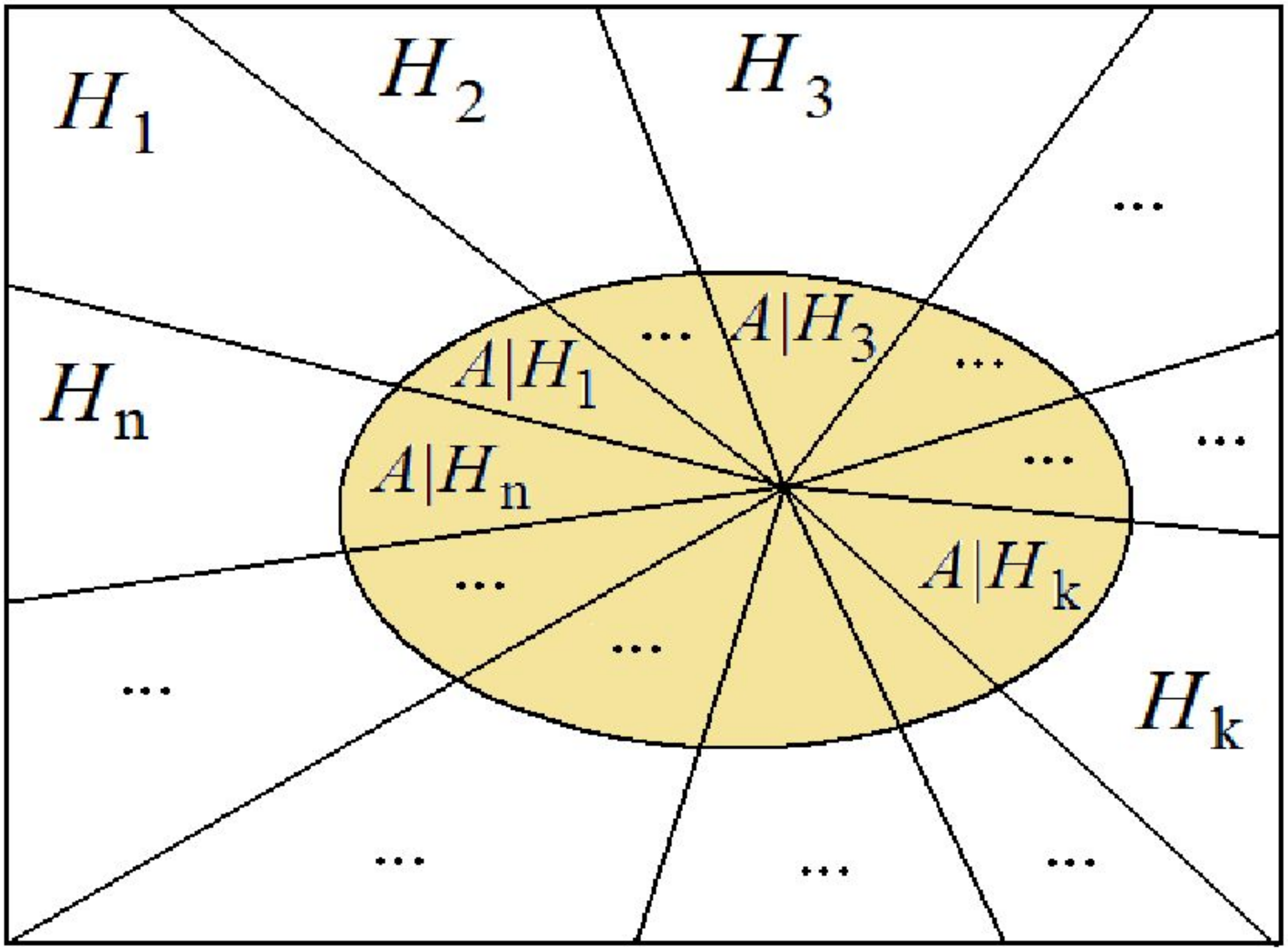
Предположим, что в результате опыта может произойти одно из n событий $H_1, H_2, \dots, H_n$, которые удовлетворяют следующим двум условиям:

1) они являются попарно несовместными, т.е $H_i \cap H_j = \varnothing$ при $i \neq j$

2) хотя бы одно из них обязательно должно произойти в результате опыта, другими словами, их объединение есть достоверное событие, т.е. $H_1 \cup H_2 \cup \ldots \cup H_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} H_n = \Omega$

Определение События $H_1, H_2, \dots, H_n$ удовлетворяющие условиям 1 и 2, называют ***гипотезами***.

Если события удовлетворяют второму из двух указанных требований, то их совокупность называют ***полной группой событий***. Таким образом, гипотезы — это попарно несовместные события, образующие полную группу событий.
вычислении безусловной вероятности события А.


H_1
H_2
H_3
...
H_n
$A|H_1$
...
$A|H_3$
...
...
$A|H_n$
...
...
$A|H_k$
...
H_k
...
...
...
...

Формула полной вероятности

Определение События $H_1, H_2, \ldots, H_n$ удовлетворяющие условиям 1 и 2, называют ***гипотезами***.

Если события удовлетворяют второму из двух указанных требований, то их совокупность называют ***полной группой событий***.

Таким образом, гипотезы — это попарно несовместные события, образующие полную группу событий.

Теорема Пусть для некоторого события А и гипотез $H_1, H_2, \ldots, H_n$ известны $P(H_1), P(H_2), \ldots, P(H_n)$, и $P(A \mid H_1), P(A \mid H_2), \ldots, P(A \mid H_n)$. Тогда безусловную вероятность определяют по формуле

$$P(A) = P(H_1)P(A \mid H_1) \cdot P(H_2)P(A \mid H_2) \cdot \ldots \cdot P(H_n)P(A \mid H_n)$$

которую называют ***формулой полной вероятности***.

Формула Байеса

Пусть по-прежнему некоторое событие А может произойти с одним из событий, $H_1, H_2, \ldots, H_n$ образующих полную группу попарно несовместных событий, называемых, как уже отмечалось, гипотезами. Предположим, что известны вероятности гипотез $P(H_1), P(H_2), \ldots, P(H_n)$, и что в результате опыта событие А произошло, т.е. получена дополнительная информация.
Как „изменятся" вероятности гипотез, т.е. чему будут равны условные вероятности

$$P(H_1 \mid A),\ P(H_2 \mid A), \ldots,\ P(H_n \mid A)$$

если известны также условные вероятности $P(A \mid H_1), P(A \mid H_2), \ldots, P(A \mid H_n)$ события А? Для ответа на этот вопрос используют следующую теорему.

Теорема. Пусть для некоторого события А, **P(A) > O,**
и гипотез $H_1, H_2, \ldots, H_n$ известны $P(H_1), P(H_2), \ldots, P(H_n)$, $P(A \mid H_1), P(A \mid H_2), \ldots, P(A \mid H_n)$ **Тогда условная вероятность** $P(H_i \mid A),\ i = 1, \ldots, n$**, определяется формулой Байеса**

$$P(H_i \mid A) = \frac{P(H_i)P(A \mid H_i)}{P(A)},\ \ i = 1, \ldots, n$$