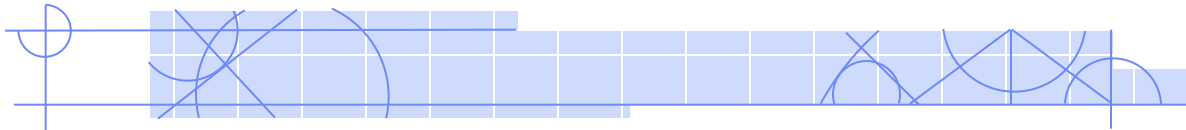
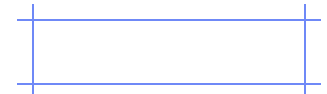


Теорема Безу. Схема Горнера и её применение

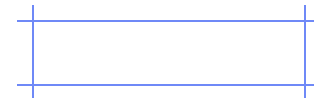
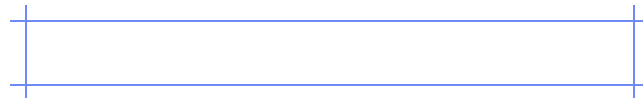
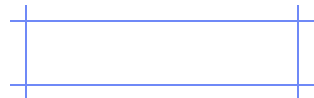


Учитель математики
Романовская Евгения Викторовна
Белгородская область
Губкинский район
МБОУ «Вислодубравская СОШ»



Содержание

- Вывод формул для схемы Горнера
- Демонстрация работы схемы Горнера
- Разложение многочлена по степеням двучлена
- Домашняя работа

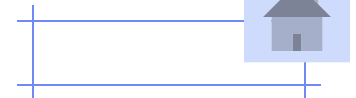
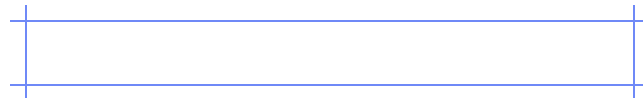
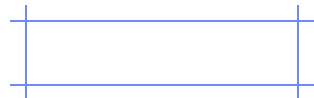


Горнер Уильям Джордж (1786 - 1837)

Английский математик. Основные исследования относятся к теории алгебраических уравнений.

Разработал способ приближенного решения уравнений любой степени.

В 1819 г. ввёл важный для алгебры способ деления многочлена на двучлен $(x - a)$ (схема Горнера).



Вывод формул для схемы Горнера

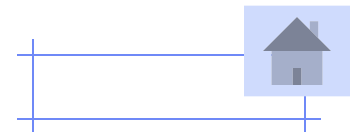
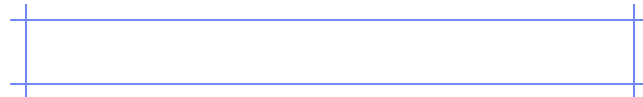
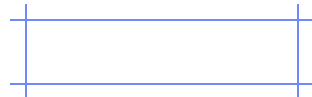
Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x-c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что $f(x)=(x-c)q(x)+r$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} \underline{f_0} x^n + \underline{f_1} x^{n-1} + \underline{f_2} x^{n-2} + \dots + \underline{f_{n-1}} x + \underline{f_n} = \\ = (x-c)(\underline{q_0} x^{n-1} + \underline{q_1} x^{n-2} + \underline{q_2} x^{n-3} + \dots + \underline{q_{n-2}} x + \underline{q_{n-1}}) + \underline{r} \end{aligned}$$

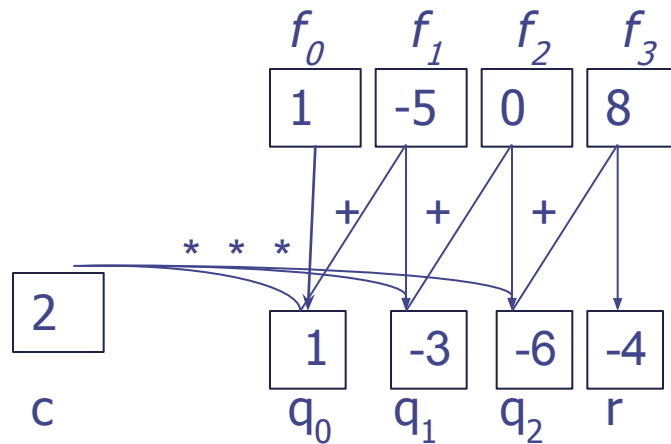
Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

$$\begin{aligned} x^n : f_0 &= q_0 & \Rightarrow q_0 &= f_0 \\ x^{n-1} : f_1 &= q_1 - c q_0 & \Rightarrow q_1 &= f_1 + c q_0 \\ x^{n-2} : f_2 &= q_2 - c q_1 & \Rightarrow q_2 &= f_2 + c q_1 \\ \dots & & \dots & \\ x^0 : f_n &= q_n - c q_{n-1} & \Rightarrow q_n &= f_n + c q_{n-1} \end{aligned}$$



Демонстрация работы схемы Горнера

С помощью схемы Горнера разделим с остатком многочлен $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ на двучлен $x-2$



Записываем коэффициенты исходного многочлена f_0, f_1, f_2, f_3
 Готовим пустые клетки для остатка r и коэффициентов неполного частного q_0, q_1, q_2 (или q_1, q_2)
 Если делим на $(x-c)$, то во второй строке слева пишем c

$$g_0 := f_0 = 1$$

$$g_1 := c * g_0 + f_1 = 2 * 1 + (-5) = -3$$

$$g_2 := c * g_1 + f_2 = 2 * (-3) + 0 = -6$$

$$r := c * g_2 + f_3 = 2 * (-6) + 8 = -4$$

Ответ: $g(x) = x^2 - 3x - 6$; $r = -4$.

$$f(x) = (x-2)(x^2 - 3x - 6) - 4$$



Разложение многочлена по степеням двучлена

Используя схему Горнера, разложим многочлен

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4 \text{ по степеням двучлена } (x+2)$$

	1	3	-2	4
-2	1	1	-4	12
-2	1	-1	-2	
-2	1	-3		
-2	1			

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4 = (x+2)(x^2 + x - 4) + 12$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4 = (x+2)((x-1)(x+2) - 2) + 12$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4 = (((1 \cdot (x+2) - 3)(x+2) - 2)(x+2)) + 12$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4 = (x+2)(x^2 + x - 4) + 12 = (x+2)((x-1)(x+2) - 2) + 12 =$$

$$= (((1 \cdot (x+2) - 3)(x+2) - 2)(x+2)) + 12 = (x+2)^3 - 3(x+2)^2 - 2(x+2) + 12$$



Домашняя работа

1. Разделить $f(x)=2x^5-x^4-3x^3+x-3$ на $x-3$;
2. Используя схему Горнера, найдите целые корни многочлена

$$f(x)=x^4-2x^3+2x^2-x-6$$

(*Замечание: целые корни многочлена с целыми коэффициентами нужно искать среди делителей свободного члена $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$)



Список литературы

1. Курош А.Г. “Курс высшей алгебры ”
2. Никольский С.М, Потапов М.К.
и др. 10 класс “Алгебра и
начала математического
анализа ”.

