

# Теорема Ферма

## Пьер Ферма 1601 - 1665.

Пьер де Ферма́ — французский математик, один из создателей аналитической геометрии, математического анализа, теории вероятностей и теории чисел. По профессии юрист, с 1631 года — советник парламента в Тулузе. Блестящий полиглот. В 1636 году выдвинул одно любопытное утверждение из области теории чисел, которое впоследствии получило название Великой (или Большой) теоремы Ферма.

Это одна из самых известных и феноменальных математических теорем. Наверно, ажиотаж вокруг нее был бы не так силен, если бы в книге Диофанта Александрийского (III век) «Арифметика» не была обнаружена примерно следующая запись великого математика:

"Я располагаю весьма поразительным доказательством, но оно слишком велико, чтобы его можно было разместить на полях".



## Великая теорема Ферма. Уравнение $X^n + Y^n = Z^n$

не имеет решений в целых числах при показателе степени  $n > 2$ .

В этой, казалось бы, простой с виду математической формуле Вселенная замаскировала невероятную сложность.

Великая теорема Ферма стоит на первом месте по числу данных ей неверных доказательств. Ферма сам доказал теорему для  $n=4$  (методом неопределенного спуска).

Леонард Эйлер доказал теорему Ферма для степени  $n=4$ , методом отличным от Ферма, и спустя 20 лет для  $n=3$ . В 1825 г. Дирихле и Лежандру независимо друг от друга удалось доказать теорему для  $n = 5$ , но опираясь на работу Софи Жермен. В 1839 г. Г. Ламе доказал теорему для  $n = 7$ .

В XIX веке новые методы теории чисел позволили доказать утверждение для многих целых чисел в пределах 200, однако, опять же, не для всех.

В 1908 году Пауль Вольфскелем завещал 100 000 немецких марок за решение этой задачи.

Решение этой проблемы привело к созданию новой теории: «теория алгебраических чисел».

До середины XX века никаких серьезных продвижений в истории Великой теоремы не наблюдалось. Но вскоре в математической жизни произошло одно интересное событие. В 1955 году 28-летний японский математик Ютака Танияма выдвинул утверждение из совершенно другой области математики, получившее название "гипотезы Таниямы" (она же "гипотеза Таниямы-Шимуры-Вейла").

## Ютака Танияма



Гипотеза Таниямы гласит: **"каждой эллиптической кривой соответствует определенная модулярная форма"**. Данное утверждение для математиков той поры звучало примерно так же абсурдно, как для нас звучит утверждение: **"каждое дерево состоит из определенного металла"**. Нетрудно угадать, как может отнестись к подобному утверждению нормальный человек - он попросту не воспримет его всерьез, что и произошло: математики дружно проигнорировали гипотезу.

Гипотеза Таниямы была слишком парадоксальна: она соединила совершенно разные понятия - довольно простые плоские кривые и невообразимые четырехмерные формы. Когда на международном математическом симпозиуме в Токио в сентябре 1955 года Танияма продемонстрировал несколько соответствий эллиптических кривых модулярным формам, то все увидели в этом не более, чем забавные совпадения. В общем, как и многие другие выдающиеся открытия, сначала гипотеза Таниямы осталась без внимания, потому что до нее еще не доросли - ее почти никто не понял. Один лишь коллега Таниямы, Горо Шимура, хорошо зная своего высокоодаренного друга, интуитивно чувствовал, что его гипотеза верна. Через три года (1958) Ютака Танияма покончил жизнь самоубийством. Гипотеза осиротела. Никто не знал, как ее доказать.

Лет десять про гипотезу Таниямы почти не вспоминали. Но в начале 70-х годов она стала популярной - ее регулярно проверяли все, кто смог в ней разобраться - и она всегда подтверждалась (как, собственно, и теорема Ферма), но, как и прежде, никто не мог ее доказать.

Прошло еще примерно 15 лет. В 1984 году произошло одно ключевое событие в жизни математики, которое объединило экстравагантную японскую гипотезу с Великой теоремой Ферма. Немец Герхард Фрей выдвинул любопытное утверждение, похожее на теорему: **"Если будет доказана гипотеза Таниямы, то, следовательно, будет доказана и Великая теорема Ферма"**. Другими словами, теорема Ферма является следствием гипотезы Таниямы. (Фрей методом хитроумных математических преобразований свел уравнение Ферма к виду уравнения эллиптической кривой (той самой, которая фигурирует и в гипотезе Таниямы), более-менее обосновал свое предположение, но доказать его не смог). И вот буквально через полтора года (1986) профессор калифорнийского университета Кеннет Рибет четко доказал теорему Фрея.

## Эндрю Джон Уайлс.

Эндрю Джон Уайлс родился 11 апреля 1953, Кембридж, Великобритания. Английский и американский математик, профессор математики Принстонского университета, заведующий его кафедрой математики, член научного совета Института математики Клэя





Прошло еще 8 лет. Одному прогрессивному английскому профессору математики из Принстонского университета (Нью-Джерси, США), Эндрю Уайлсу, показалось, что он нашел доказательство гипотезы Таниямы. Прежде, чем представить свое доказательство миру, он тщательно проверял его сам. Позже Уайлс признался, что никто, кроме его жены не знал, что он работает над доказательством Великой теоремы.

23 июня 1993 года на математической конференции по теории чисел в Кембридже Эндрю Уайлс сделал знаменитый доклад, предъявив доказательство теоремы Ферма.

Презентация доказательства, казалось, прошла успешно - ошибок в нем не нашли - никто не услышал ни одной фальшивой ноты. Все решили, что произошло-таки масштабное событие: доказана гипотеза Таниямы, а следовательно и Великая теорема Ферма. Но примерно через два месяца, за несколько дней до того, как рукопись доказательства Уайлса должна была пойти в тираж, в ней было обнаружено несоответствие (Кац, коллега Уайлса, заметил, что один фрагмент рассуждений опирался на "систему Эйлера", но то, что соорудил Уайлс, такой системой не являлось). Уайлс проанализировал ситуацию и решил, что проиграл. И он забросил свое доказательство в долгий ящик.

Но вот через год с небольшим, в сентябре 1994 года, во время размышления над тем узким местом доказательства вместе со своим коллегой Тейлором из Оксфорда, Тейлора неожиданно осенила мысль, что "систему Эйлера" можно поменять на теорию Ивасава (раздел теории чисел). Тогда они попробовали воспользоваться теорией Ивасава, обойдясь без "системы Эйлера", и у них всё сошлось. Исправленный вариант доказательства был отдан на проверку и через год было объявлено, что в нем всё абсолютно четко, без единой ошибки. Летом 1995 года в одном из первенствующих математических журналов - "Анналы математики" - было опубликовано полное доказательство гипотезы Таниямы (следовательно, Великой (Большой) теоремы Ферма), которое заняло весь номер - свыше ста листов. Доказательство так сложно, что понять его целиком могли всего лишь несколько десятков человек во всем мире.

Таким образом, в конце XX века весь мир признал, что на 360 году своей жизни Великая теорема Ферма, которая на самом деле всё это время являлась гипотезой, стала-таки доказанной теоремой. Эндрю Уайлс доказал Великую (Большую) теорему Ферма и вошел в Историю.