ТЕОРЕМА ЛАГРАНЖА

Жозе́ф Луи́ Лагра́нж (25 января 1736, Турин — 10 апреля 1813, Париж) — французский математик, астроном и механик итальянского происхождения. Наряду с Эйлером — лучший математик XVIII века. Особенно прославился исключительным мастерством в области обобщения и синтеза накопленного научного материала.

- Геометрическое истолкование:
- Пусть на отрезке [a,b] задана функция f(x), причем выполнены условия:
  1. f(x)– непрерывна на [a,b];
  2. f(x)– дифференцируема на интервале (a,b)
  3. f(a)=f(b);

  тогда найдется точка $c \in (a,b)$, такая, что $f'(c)=0$.

Теорема Лагранжа

- **Теорема Лагранжа**

  Пусть:

  1) $f(x)$ определена и непрерывна в замкнутом промежутке $[a,b]$,

  2) существует конечная производная $f'(x)$, по крайней мере, в открытом промежутке (a,b). Тогда между a и b найдется такая точка c ($a < c < b$), что для нее выполняется равенство $(f(b)-f(a)):(b-a) = f'(c)$.
-

Доказательство:

- Введем вспомогательную функцию, определив ее в промежутке [a,b] равенством:
  $F(x)=f(x)-f(a)-f(b)-f(a)(x-a)$:(b-a)
  В самом деле, она непрерывна в [a,b], так как представляет собой разность между непрерывной функцией $f(x)$ и линейной функцией. В промежутке (a,b) она имеет определенную конечную производную, равную
  $F'(x)=f'(x)-f(b)-f(a)$:(b-a).
  Наконец, непосредственной подстановкой убеждаемся в том, что $F(a)=F(b)=0$, т. е. $F(x)$ принимает равные значения на концах промежутка.
- Следовательно, к функции $F(x)$ можно применить **теорему Ролля** и утверждать существование в (a,b) такой точки c, что F'(c)=0 .

  Таким образом,
  $f'(c)-f(b)-f(a)$:(b-a)=0,
  откуда
  $f(b)-f(a)$:(b-a)=$f'(c)$.
-

  Теорема доказана.