

Теорема Виета

Класс: 8

Учитель: Пятова Людмила Андреевна

Проверка домашней работы

№590

Дано: $x^2 + x + c = 0$

$$x_1 - x_2 = 6$$

Найти: c

Решение:

По теореме Виета для приведенного квадратного уравнения

$$x_1 * x_2 = c$$

$$x_1 + x_2 = -1$$

Известно, что $x_1 - x_2 = 6$. Тогда составим и решим систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 6, \\ x_1 + x_2 = -1, \\ x_1 * x_2 = c; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 6 + x_1, \\ x_1 + x_2 = -1, \\ x_1 * x_2 = c; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 6 + x_1, \\ x_1 + 6 + x_1 = -1, \\ x_1 * x_2 = c; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 6 + x_1, \\ 2x_1 = -7, \\ x_1 * x_2 = c; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 6 + x_1, \\ x_1 = -7:2, \\ x_1 * x_2 = c; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = 6 + x_1, \\ x_1 = -3,5, \\ x_1 * x_2 = c; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 6 - 3,5, \\ x_1 = -3,5, \\ x_1 * x_2 = c; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 2,5, \\ x_1 = -3,5, \\ x_1 * x_2 = c; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 2,5, \\ x_1 = -3,5, \\ c = -3,5 * 2,5; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 2,5, \\ x_1 = -3,5, \\ c = -8,75; \end{cases}$$

Ответ: $c = -8.75$.

Ответьте на вопросы

Как формулируется теорема Виета для приведенного квадратного уравнения?

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену

Ответьте на вопросы

Как Вы думаете, применима ли теорема Виета для неприведенного квадратного уравнения?

Решите уравнение

$$5x^2 - 11x + 2 = 0$$

$$D = 121 - 4 * 2 * 5 = 121 - 40 = 81$$

$$x_1 = \frac{11 + 9}{10} = 2$$

$$x_2 = \frac{11 - 9}{10} = \frac{1}{5}$$

Связаны ли корни уравнения с его коэффициентами?

Ответьте на вопросы

Можем ли мы данное уравнение сделать приведенным?

Как?

Поделим уравнение на старший коэффициент.

$$x^2 - \frac{11}{5}x + \frac{2}{5} = 0$$

Ответьте на вопросы

После деления на старший коэффициент корни уравнения изменятся?

Как называются уравнения, имеющие одни и те же корни?

Подсказка: для ответа на вопрос обратитесь к учебнику (сведения за 7 класс, раздел «Уравнения», пункт 9)

Можем ли мы теперь применить теорему Виета?

Теорема Виета для неприведенного квадратного уравнения

Пусть квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет корни x_1 и x_2

Равносильное ему приведенное квадратное уравнение имеет вид:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Тогда по теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 * x_2 = \frac{c}{a}$$

В геометрии мы сталкивались с тем, что для некоторых утверждений будет верно и обратное утверждение.

Вспомните, как составляются обратные утверждения.

Если данное утверждение сформулировано в виде условного предложения "если A , то B ", то обратным называется утверждение "если B , то A ", то есть такое, у которого условием является заключение первого утверждения, а заключением - его же условие.

Давайте составим обратное утверждение для теоремы Виета

Прямое утверждение

Если

1) уравнение $x^2 + px + q = 0$ приведённое
2) x_1 и x_2 – корни,

ТО

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= -p \\ x_1 * x_2 &= q\end{aligned}$$

Условие

Заключение

Если

m и n – числа такие, что
 $m + n = -p$
 $m * n = q,$

ТО

m и n – корни
приведённого
квадратного уравнения
 $x^2 + px + q = 0$

Обратное утверждение

С помощью теоремы Виета проверим,
правильно ли мы нашли корни.

$$x^2 - \frac{11}{5}x + \frac{2}{5} = 0$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{1}{5}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{11}{5}$$

$$x_1 * x_2 = \frac{2}{5}$$

$$2 + \frac{1}{5} = \frac{11}{5}$$

$$2 * \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

Решение задач

№580 (д,ж)

Найдите сумму и произведение корней уравнения:

$$д) 2x^2 - 9x - 10 = 0$$

По теореме Виета для неприведенного квадратного уравнения:

$$x_1 + x_2 = \frac{9}{2}$$

$$x_1 * x_2 = -5$$

Ответ: 4,5; -5

Решение задач

№580 (д,ж)

Найдите сумму и произведение корней уравнения:

$$\text{ж) } -z^2 + z = 0$$

По теореме Виета для неприведенного квадратного уравнения:

$$z_1 + z_2 = -1$$

$$z_1 * z_2 = 0$$

Ответ: -1; 0

Решение задач

№581 (а)

Решите уравнение и выполните проверку по теореме, обратной теореме Виета:

$$x^2 - 2x - 9 = 0$$

Найдем дискриминант: $D_1 = 1 + 9 = 10$

По формуле корней квадратного уравнения получаем:

$$x_1 = 1 + \sqrt{10}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{10}$$

Покажем, что корни найдены правильно. В данном уравнении коэффициент p равен -2 , а свободный член q равен -9 . Тогда:

$$x_1 + x_2 = 1 + \sqrt{10} + 1 - \sqrt{10} = 2$$

$$x_1 * x_2 = (1 + \sqrt{10}) * (1 - \sqrt{10}) = 1 - 10 = -9$$

Значит, по теореме, обратной теореме Виета, эти числа являются корнями данного квадратного уравнения.

Ответ: $x_1 = 1 + \sqrt{10}$
 $x_2 = 1 - \sqrt{10}$

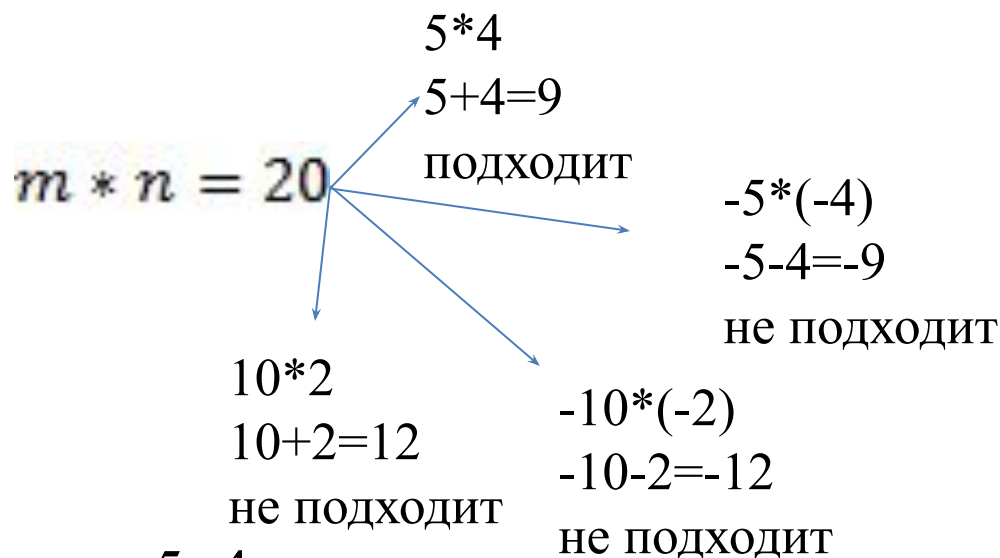
№583 (а)

Найдите подбором корни уравнения: $x^2 - 9x + 20 = 0$

Дискриминант $D=81-4*20$ – положительное число. Пусть m и n – корни уравнения. Тогда

$$\begin{aligned} m + n &= 9 \\ m * n &= 20 \end{aligned}$$

Если m и n – целые числа, то они являются делителями числа 20. Нужно учесть, что сумма этих чисел равна 9.



Ответ: 5; 4

Решите самостоятельно

№594 (а)

Не решая уравнение, выясните, имеет ли оно корни, и если имеет, то определите их знаки.

$$x^2 + 7x - 1 = 0$$

Указание: для определения знаков воспользуйтесь теоремой Виета.

Домашняя работа

п. 23 (теорема Виета, обратная теорема Виета)

№580 (е,з), 593, 594(б, д)