

Теория размерности и выбор критериев для решения задачи истечения газа из отверстия.

## Цели:

- 1) уточнение размерности расхода газа, истекающего из отверстия
- 2) разбор коэффициентов, используемых в формуле для определения расхода газа, истекающего из отверстия

Истечение газа из отверстия может происходить двумя способами:

- через сопло
- через диффузор

Рассмотрим истечение газа через диффузор. Здесь наблюдается сжатие рабочего тела с увеличением давления и уменьшением скорости. Истечение будет адиабатным, так как при небольшой разности давления газа и внешней среды получается достаточно большая скорость истечения рабочего тела, длина канала небольшая - вследствие всего этого можно пренебречь теплообменом между стенками канала и газом.

Этот процесс является основой при расчете пропускной способности регулятора давления газа. Поэтому рассмотрим движение газа через дроссельный клапан как истечение из отверстия

При малых перепадах давления на регуляторе пренебрегают сжимаемостью газа.

$$\frac{\Delta P}{P_1} \leq 0,8$$

При большем перепаде, если входное давление высокое, то при расчете пропускной способности регулятора необходимо учитывать изменение плотности газа и отклонение от законов идеального газа.

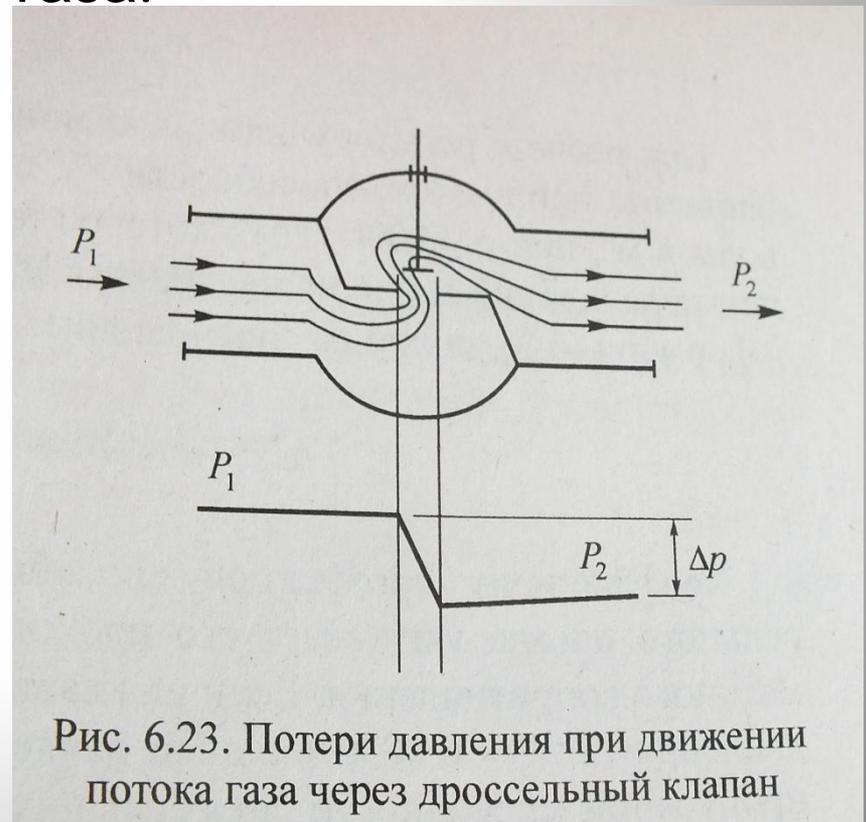


Рис. 6.23. Потери давления при движении потока газа через дроссельный клапан

Расход газа будет вычисляться по формуле:

$$Q_0 = \omega f \frac{\rho_2}{\rho_0} \quad (1)$$

где  $Q_0$  - объемный расход газа при нормальном давлении  
 $\omega$  - скорость истечения газа  
 $\rho_2, \rho_0$  - плотность газа при условиях истечения газа отверстия и при нормальных условиях соответственно

Скорость истечения определяют как:

$$\omega = \alpha \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_1}{\rho_1} \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (2)$$

где  $P_1$  - давление до регулятора  
 $P_2$  - давление после регулятора  
 $k$  - показатель адиабаты

Коэффициент  $\zeta_c$  относят к проходному сечению седла клапана  $f$ . Он связан с коэффициентом сопротивления соотношением, полученным из уравнения:

$$\frac{F_y}{\sqrt{\zeta}} = \frac{f}{\sqrt{\zeta_c}} \quad \text{или} \quad \frac{\zeta}{\zeta_c} = \left(\frac{F_y}{f}\right)^2 = \left(\frac{D_y}{d}\right)^4 \quad (3)$$

где-  $F_y$  - площадь сечения присоединительных патрубков  
-  $f$  - площадь сечения клапана

Если в регуляторе учитывать коэффициент расхода  $\alpha$ , отнесенным к проходному сечению седла, тогда будет иметь место соотношение:

$$\Delta p = \zeta_c \frac{\omega^2}{2} \rho$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho \zeta_c}} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \sqrt{\zeta_c} = \alpha \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{\zeta_c}} \quad (4)$$

Тогда формулу (2) подставляем в формулу (1) и произведем преобразования с учетом формул (3) и (4), получим:

$$Q_0 = \alpha f \frac{\rho_2}{\rho_0} \sqrt{\frac{2P_1}{\rho_1}} \sqrt{\frac{k}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \sqrt{\frac{P_1 - P_2}{P_1}} \sqrt{\frac{P_1 - P_2}{P_1}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\zeta}} F_y \frac{\rho_2}{\rho_1} \sqrt{\frac{P_1 \rho_1}{\rho_0^2}} \sqrt{\frac{\Delta P}{P_1}} \sqrt{\frac{k}{k-1} \frac{1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}}{1 - \frac{P_2}{P_1}}}$$

$$f = \frac{F_y \sqrt{\zeta_c}}{\sqrt{\zeta}}$$

$$\sqrt{\zeta_c} = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow f = \frac{F_y}{\alpha \sqrt{\zeta}} \text{ в формуле: } f\alpha = \frac{F_y}{\alpha \sqrt{\zeta}} \alpha = \frac{F_y}{\sqrt{\zeta}}$$

и преобразование:  $\left( \frac{\rho_2}{\rho_0} \sqrt{\frac{P_1}{\rho_1}} \right) = \sqrt{\frac{P_1 \rho_1}{\rho_0^2}} \frac{\rho_2}{\rho_1}$ , так как  $\frac{\sqrt{\rho_1}}{\rho_1} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_1^2}} = \sqrt{\frac{1}{\rho_1}}$

Считая движение газа адиабатическим, заменим соотношение плотностей  $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/k}$

Используем уравнение состояния:

$$P = ZRT\rho; \quad \rho = \frac{P}{ZRT}; \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{P_1 Z_0 R T_0}{Z_1 R T_1 P_0} = \frac{P_1 Z_0 T_0}{Z_1 T_1 P_0}; \quad Z_0 = 0$$

- отклонение реального газа от идеального

Учитывая приведенные соотношения, преобразуем уравнение расхода:

$$Q_0 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\zeta}} F_y \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/k} \sqrt{\frac{P_1 P_1 T_0}{Z_1 T_1 P_0 \rho_0}} \sqrt{\frac{\Delta P}{P_1}} \sqrt{\frac{k}{k-1} \frac{\left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}{1 - \frac{P_2}{P_1}}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\zeta}} F_y \sqrt{\frac{P_1 \Delta P}{Z_1 T_1 \rho_0}} \sqrt{\frac{T_0}{P_0}} \sqrt{\frac{k}{k-1} \frac{\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}{1 - \frac{P_2}{P_1}}}$$

Если в приведенное уравнение подставить значения при нормальных условиях:  $P_0 = 101300 \text{ Па}$

$$T_0 = \dots$$

$$Q_0 = K_v = \frac{5,04}{\sqrt{\zeta}} F_y$$

и применим формулу:

где  $F_y$  в  $\text{м}^2$ , следовательно при переводе  $\text{м}^2$  надо умножить на  $10^{-4}$  получим расчетную зависимость:

$$Q_0 = \frac{\sqrt{2} * 10^{-4}}{5,04} \sqrt{\frac{273}{101300}} \sqrt{\frac{P_1 \Delta P}{Z_1 T_1 \rho_0}} \sqrt{\frac{k}{k-1} \frac{\left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}{1 - \frac{P_2}{P_1}}}$$

$$= 1,46 * 10^{-6} K_v \varepsilon \sqrt{\frac{P_1 \Delta P}{Z_1 T_1 \rho_0}} \quad \text{где}$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{k}{k-1} \frac{\left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}{1 - \frac{P_2}{P_1}}}$$

Этот коэффициент учитывает изменение плотности газа при движении через дроссельный орган.

Если принять:  $Q_0$  в  $\text{м}^3/\text{ч}$ ,  $P_1$  и  $\Delta P$  в МПа, то:

$$Q_0 = 1,46 * 10^{-6} * 3600 * 10^6 K_v \varepsilon \sqrt{\frac{P_1 \Delta P}{Z_1 T_1 \rho_0}} = 5260 K_v \varepsilon \sqrt{\frac{P_1 \Delta P}{Z_1 T_1 \rho_0}}$$

Разберемся откуда взялась формула  $Q_0 = K_v = \frac{5,04}{\sqrt{\zeta}} F_y$   
 Выражая скорость истечения газа через  $F_y$   
 получим:

$$Q_0 = \frac{F_y}{\sqrt{\zeta}} \sqrt{\frac{2 \Delta P}{\rho}}$$

$$Q_0 = \text{м}^3/\text{сек} = 3600 \text{ м}^3/\text{ч}$$

$$F_y = \text{см}^2 = 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$\rho = \text{кг}/\text{см}^3$$

$$\Delta P = \text{МПа} = 10^6 \text{ Па}$$

$$Q_0 = \sqrt{2} * 10^{-4} * 3600 \frac{F_y}{\sqrt{\zeta}} \sqrt{\frac{\Delta P * 10^6}{\rho}} = 1,4142 * 10^{-4} * 10^3 * 3600 \frac{F_y}{\sqrt{\zeta}} \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$$

$$= 509 \frac{F_y}{\sqrt{\zeta}} \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$$

$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$   $\Delta P = 0,0981 \text{ МПа}$ , за 1 час получим:

$$Q_0 = K_v = 509 \sqrt{\frac{0,0981}{1000} \frac{F_y}{\sqrt{\zeta}}} = 5,04 \frac{F_y}{\sqrt{\zeta}}$$

Единицы измерения:

$$\sqrt{\frac{\Delta P}{\rho} \frac{F_y}{\sqrt{\zeta}}} = \sqrt{\frac{\text{Н} * \text{М}^3}{\text{М}^2 * \text{кг}}} * \text{М}^2 = \sqrt{\frac{\text{кг} * \text{М} * \text{М}^3}{\text{М}^2 * \text{сек}^2 * \text{кг}}} * \text{М}^2 = \sqrt{\frac{\text{М}^2}{\text{сек}^2}} * \text{М}^2 = \frac{\text{М}^3}{\text{ч}}$$

## Вывод:

- Цели достигнуты. Мы выявили все коэффициенты, используемые в формулах и определили размерность расхода газа, проходящего через дроссельный клапан.