

# КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛОМАССООБМЕН

## КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛО– и МАССООБМЕН

**Перенос теплоты или массы, обусловленный макроскопическим (молярным) движением жидкости как целого (всегда сопровождается молекулярным переносом).** Плотности потоков тепла и массы можно записать в форме законов Фурье и Фика, введя в них конвективный член (первый справа)

$$j = w C \quad \begin{aligned} q &= c_p \rho w T - \lambda \operatorname{grad} T, & \text{Вт/м}^2, \\ &- D \operatorname{grad} C, & \text{моль/(м}^2 \cdot \text{с)}, \end{aligned}$$

$w$  – вектор линейной скорости жидкости, м/с.

Если  $c_p$  – массовая теплоемкость, то  $w$  – среднемассовая скорость, если  $c_p$  – объемная, то  $w$  – среднеобъемная.

## ТЕПЛООТДАЧА

Конвективный теплообмен между твердой стенкой и жидкостью (капельной или газом).

### Закон Ньютона – Рихмана:

– плотность теплового потока

$$q = \alpha (T_c - T_{ж}), \quad \text{Вт/м}^2;$$

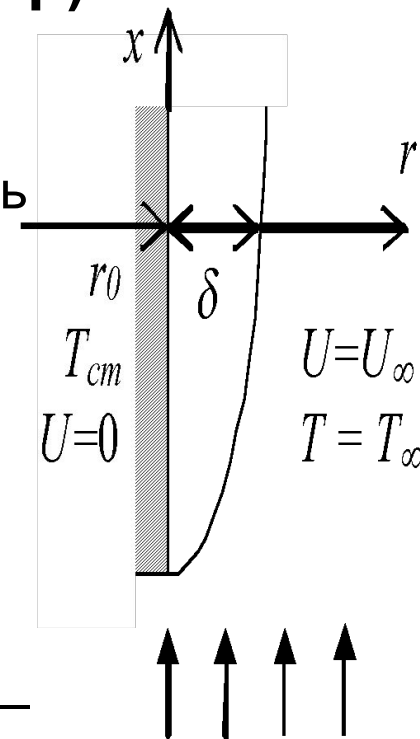
$\alpha$ , Вт/(м<sup>2</sup>·К) – коэффициент теплоотдачи, зависит от скорости и физических свойств жидкости, температуры, направления теплового потока.

# ТЕПЛООБМЕН ПРИ ВЫНУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

Причиной макроскопического движения жидкости является воздействие внешних сил (насос, вентилятор).

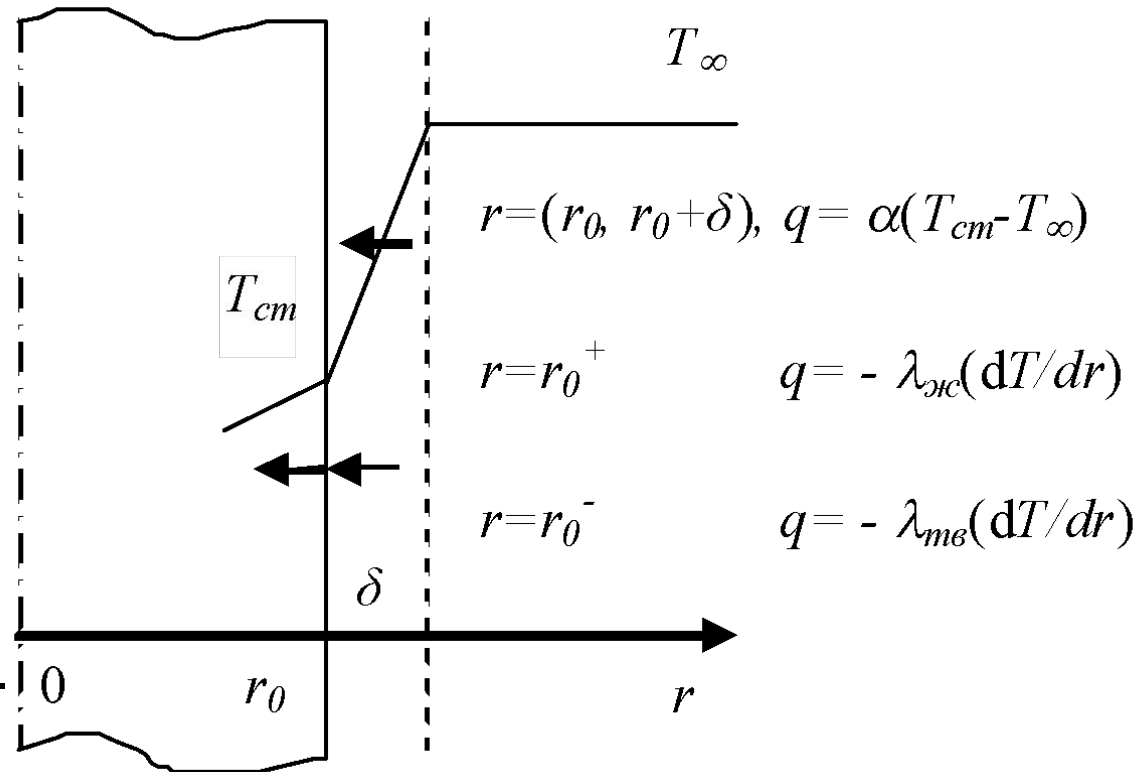
При описании конвективного теплообмена принимается, что на неподвижной поверхности скорость жидкости равна нулю (граничное условие «прилипания») и растет с удалением от поверхности до скорости невозмущенного набегающего потока.

Зона у поверхности, в пределах которой существенно изменяются скорость и температура, – **пограничный слой**.



### Теплообмен при продольном обтекании пластины

В пограничном слое жидкости толщиной  $\delta$  перенос тепла вдоль оси  $r$  близок к молекулярному (теплопроводности). Температуры жидкости и стенки на поверхности равны (по аналогии с условием прилипания).



$$q = -\lambda_{жс} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r_0} \approx \frac{\lambda_{жс} (T_{cm} - T_\infty)}{\delta} = \alpha (T_{cm} - T_\infty)$$

## Критерий Нуссельта

Уравнение теплоотдачи: конвективный поток теплоты равен потоку теплопроводностью через погран. слой жидкости при  $y = 0$  (на поверхности):

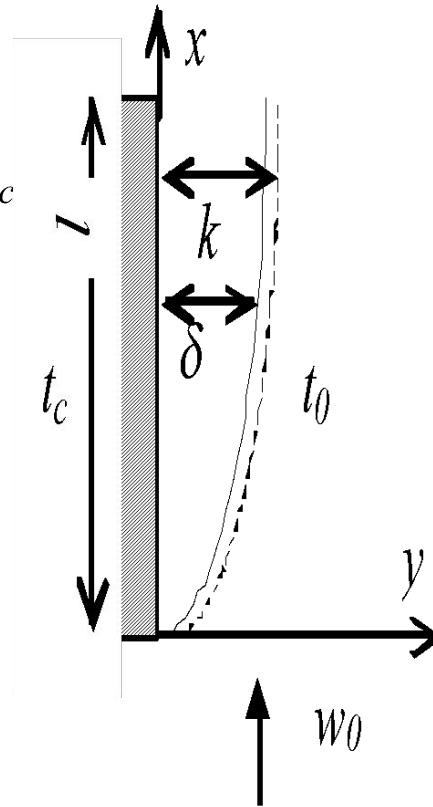
$$\alpha (t_c - t_0) = -\lambda_{жс} \left( \frac{\partial t}{\partial y} \right)_c$$

Введем безразмерные переменные:

$$Y = y/l, \theta = (t - t_0)/(t_c - t_0)$$

$$y = Yl, t = \theta (t_c - t_0) + t_0$$

$$Nu \equiv \frac{\alpha l}{\lambda_{жс}} = - \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_c$$



Критерий Нуссельта – безразмерный коэффициент теплоотдачи.

## Нестационарный конвективный теплообмен тв. тела

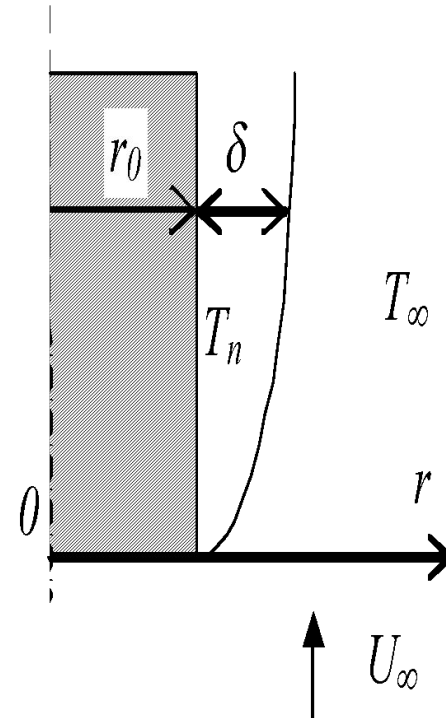
Поток тепла конвекцией равен потоку теплопроводностью внутри тела:

$$-\lambda_{mv} \left. \frac{\partial T_{mv}}{\partial r} \right|_{r_0} = \alpha (T_n - T_\infty)$$

Безразмерные переменные:

$$\xi = r / r_0, \theta = (T_{mv} - T_\infty) / (T_n - T_\infty)$$

$$-\left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_1 = \text{Bi} \equiv \frac{r_0 \alpha}{\lambda_{mv}} = \frac{r_0 / \lambda_{mv}}{1 / \alpha}$$



**Критерий Био** – соотношение внутр. и наружн. термических сопротивлений

## Граничные условия 3-го рода при теплоотдаче

Поток тепла конвекцией равен потоку теплопроводностью жидкости через погран. слой:

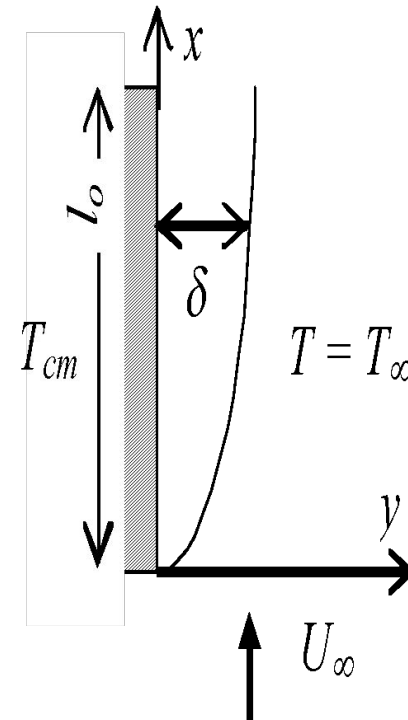
$$-\lambda_{ж} \left. \frac{\partial T_{ж}}{\partial y} \right|_{y=0} = \alpha (T_{ст} - T_{\infty})$$

Введем безразмерные переменные:

$$\xi = y / l_o, \quad \theta = (T_{ж} - T_{\infty}) / (T_{ст} - T_{\infty})$$

$$y = \xi l_o, \quad T_{ж} = \theta (T_{ст} - T_{\infty}) + T_{\infty}$$

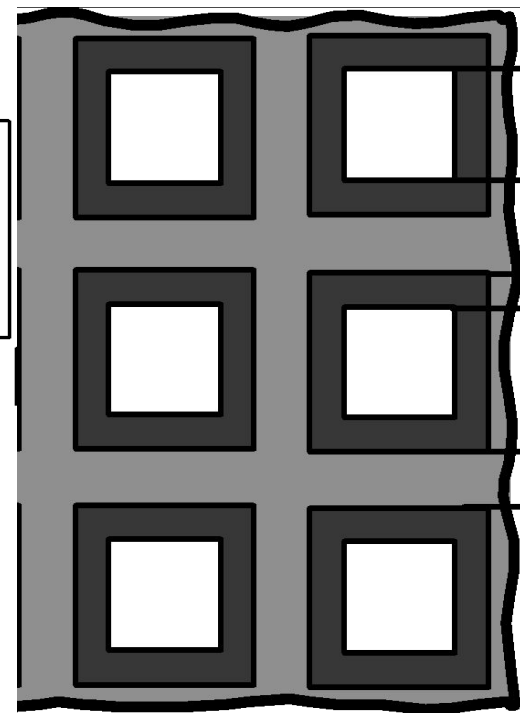
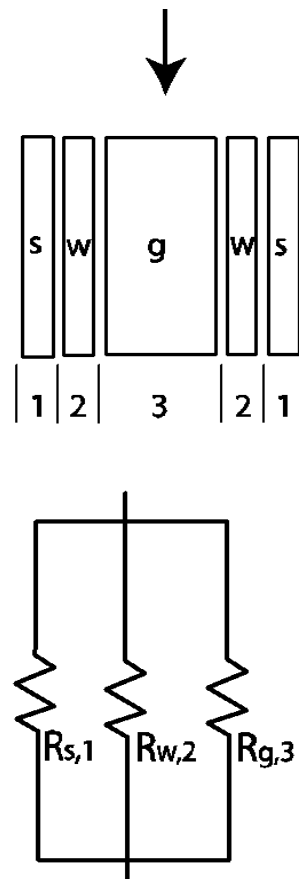
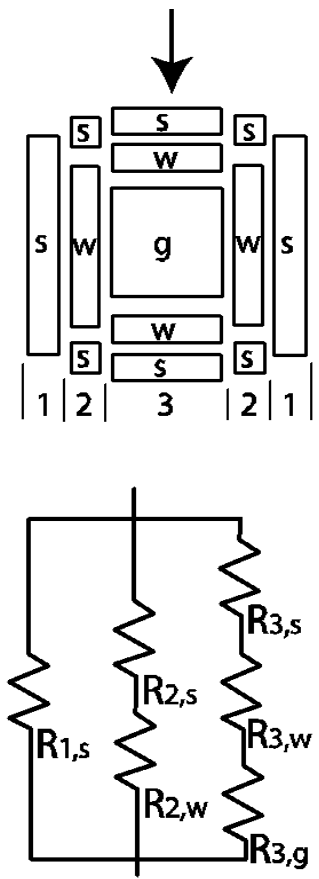
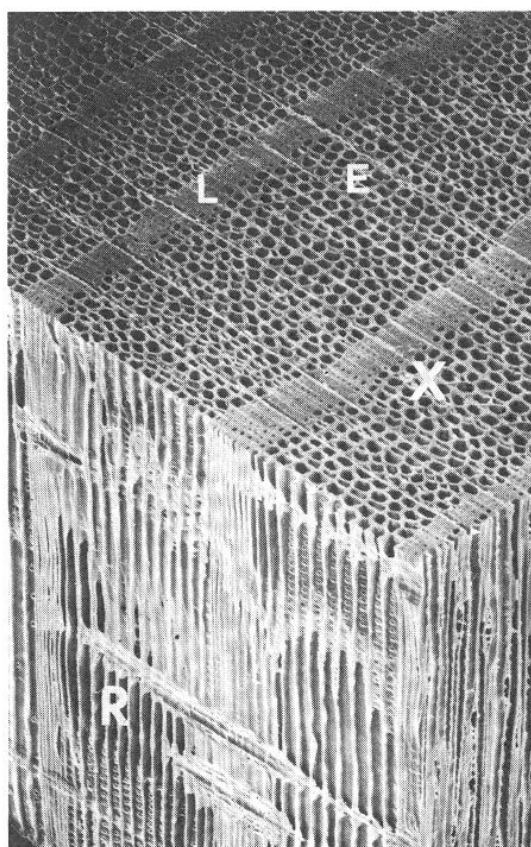
$$-\left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = \text{Nu} \equiv \frac{\alpha l_o}{\lambda_{ж}}$$



Критерий Нуссельта – безразмерный коэф-т теплоотдачи



### Термические сопротивления и эффективная теплопроводность древесины



## Ламинарный и турбулентный режимы течения

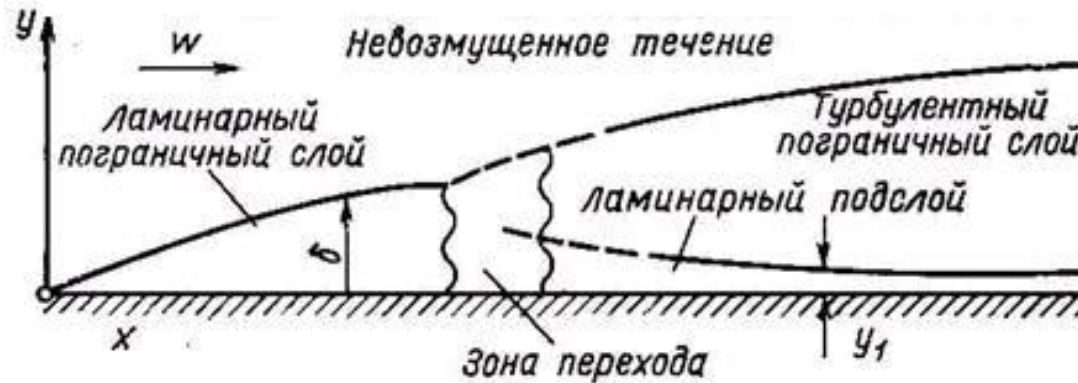


Схема пограничного слоя

$Re_x \equiv U_\infty x / \nu$  – критерий Рейнольдса, соотношение сил инерции и вязкого трения в потоке

Ламинарный режим:  $Re_x < 10^4$ ,  $\delta/x \sim 1/Re_x^{0.5}$

Турбулентный режим:  $Re_x > 10^5$

## Ламинарный режим течения

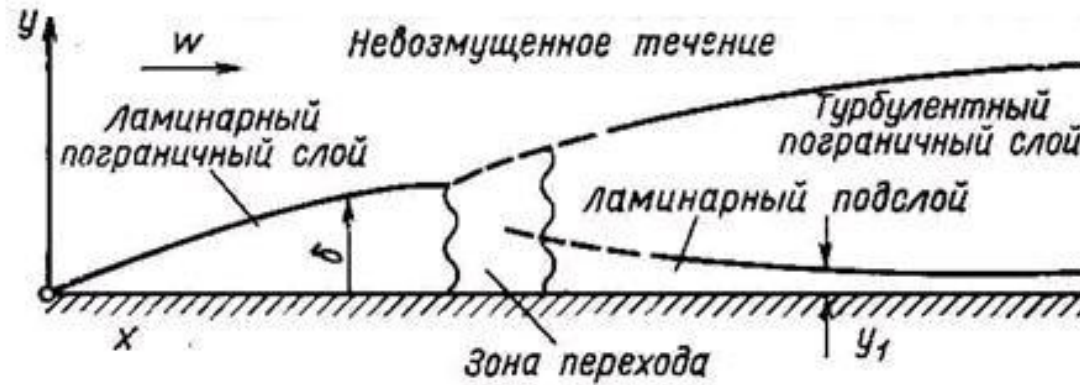


Схема пограничного слоя

$$Re_x < 10^4, \quad \delta/x \sim 1/Re_x^{0.5},$$

$$k/\delta \sim 1/Pr^{0.33}, \quad w_x/w_\infty \approx 1.5(y/\delta) + 0.5(y/\delta)^3$$

### Турбулентный режим течения

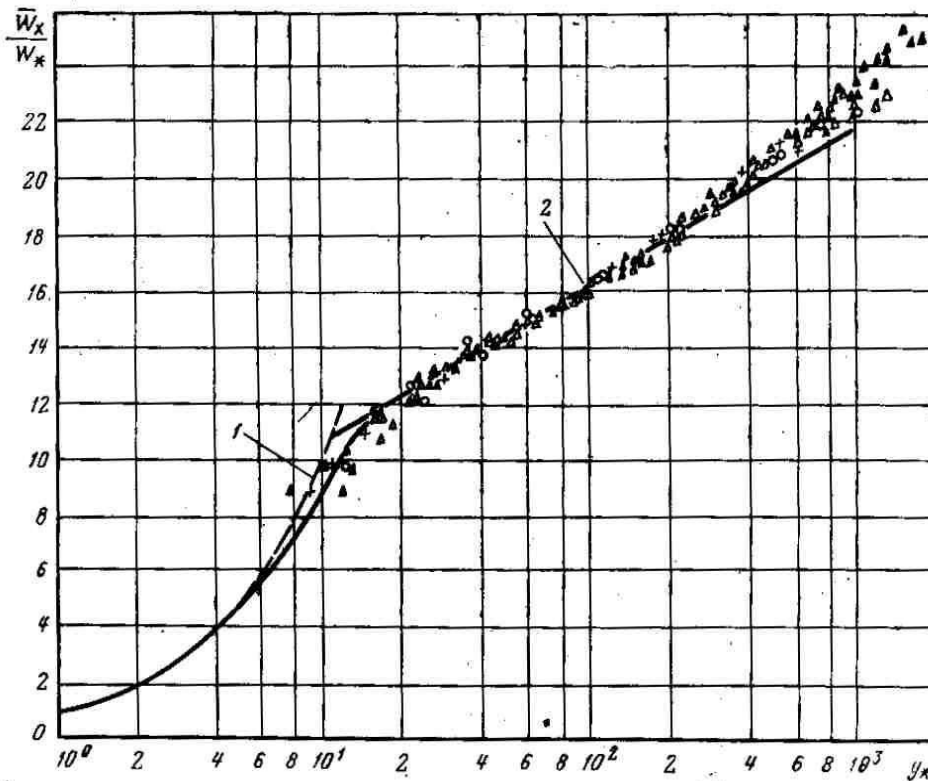


Рис. 7-8. Распределение безразмерной скорости по толщине турбулентного пограничного слоя.

*A* — внешняя область; *B* — пристенная область (*I* — вязкий подслой, *II* — промежуточный слой); на рисунке масштабы толщины смещены.

$$Re_x > 10^5, \quad k_{II} / \delta_{II} \sim 1 / Pr^{0.33},$$

$$w_x = w^* y^* = (s_c / \delta) y \quad (1)$$

$$\frac{\bar{W}_x}{W_*} = 5.6 \cdot \lg(y^*) + 4.9 \quad (2)$$

$$y_* = \frac{y \sqrt{\rho v \tau_w}}{\mu}$$

$$y^* = w^* y / \nu$$

## Мгновенные значения скорости и температуры потока при турбулентном режиме течения

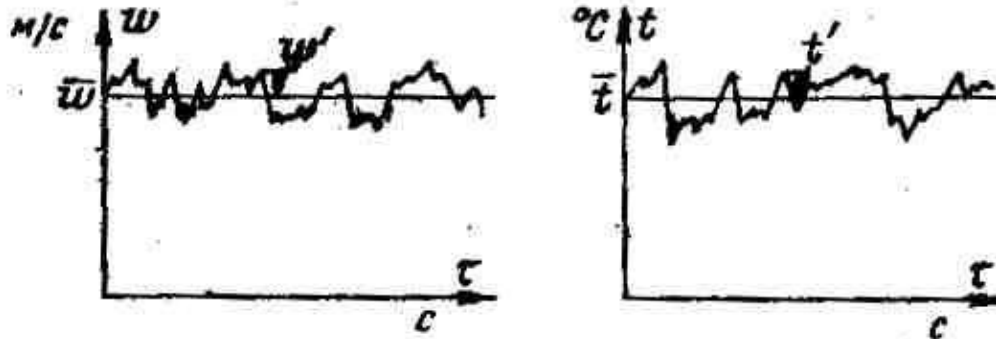


Рис. 4-9. Изменение скорости  $w$  и температуры  $t$  в неподвижной точке турбулентного потока.

$$t = \bar{t} + t', \quad w = \bar{w} + w'; \quad \bar{t} = \frac{1}{\Delta\tau} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} t d\tau$$

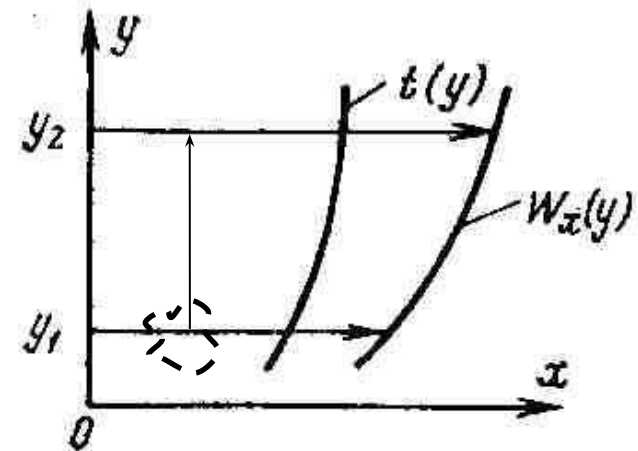
Турбулентные процессы нестационарны, но если  $\bar{t}, \bar{w}$  постоянны, могут считаться *квазистационарными*

## Перенос при турбулентном режиме течения

$$q_y = -(\lambda + \lambda_T) \frac{\partial \bar{t}}{\partial y}$$

$$j_y = -(D + D_T) \frac{\partial \bar{C}}{\partial y}$$

$$s_{xy} = (\mu + \mu_T) \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y}$$



Эпюры средних параметров потока у стенки

$\mu$  – динамический коэф-т вязкости,  $\text{Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2$ ;

$\nu = \mu/\rho$  – кинематический коэф-т вязкости,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;

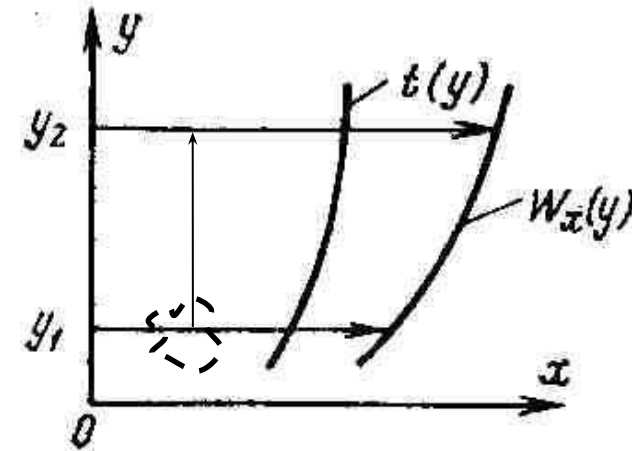
$s$  индексом «Т» – их турбулентные аналоги

## Коэффициенты турбулентного переноса

$$a_T = \frac{\lambda_T}{\rho c_p} \Rightarrow \lambda_T = a_T \rho c_p$$

$$\nu_T = \frac{\mu_T}{\rho} \Rightarrow \mu_T = \nu_T \rho$$

$$a_T \sim \nu_T \sim D_T \sim l' w'_y; \quad w'_y \sim l' \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y}$$



$w'_y$  – пульсационная скорость вдоль оси  $y$ , м/с;

$l',y$  – масштаб турбулентности  $\sim$  длина пути смешения, м  
(длина коррелированного движения макрообъема жидкости, «вихря»)



# КРИТЕРИАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА ЛОКАЛЬНОЙ ТЕПЛООТДАЧИ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ ОБТЕКАНИИ ПЛАСТИНЫ

$$\text{Nu}_x = c \text{Re}_x^m \text{Pr}^n$$

$$\text{Nu}_{жс} \equiv \alpha x / \lambda \quad - \quad \text{Критерий Нуссельта}$$

$$\text{Re}_x \equiv U_\infty x / \nu \quad - \quad \text{Критерий Рейнольдса}$$

*Ламинарный режим:  $c = 0.33, m = 1/2, n = 1/3$  ( $\text{Re}_x < 10^4$ )*

*Турбулентный режим:  $c = 0.03, m = 0.8, n = 0.43$  ( $\text{Re}_x > 10^5$ )*



## СРЕДНИЙ КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛООТДАЧИ

$$\text{Nu}_x = c \text{Re}_x^m \text{Pr}^n \Rightarrow \frac{\alpha}{\lambda_{\text{жс}}} x = \left(\frac{U}{\nu}\right)^m x^m \left(\frac{\nu}{a}\right)^n$$

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{L} \int_{x=0}^{x=L} c \lambda_{\text{жс}} \left(\frac{U}{\nu}\right)^m \left(\frac{\nu}{a}\right)^n x^{m-1} dx$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\lambda_{\text{жс}}}{L} c \left(\frac{U}{\nu}\right)^m \left(\frac{\nu}{a}\right)^n \left[\frac{1}{m} (L^m - 0^m)\right]$$

$$\text{Nu}_L \equiv \frac{\bar{\alpha} L}{\lambda_{\text{жс}}} = \frac{c}{m} \text{Re}_L^m \text{Pr}^n$$

Ламинарный режим:  $c/m = 0.66$ ,  $m = 0.5$ ,  $n = 0.33$

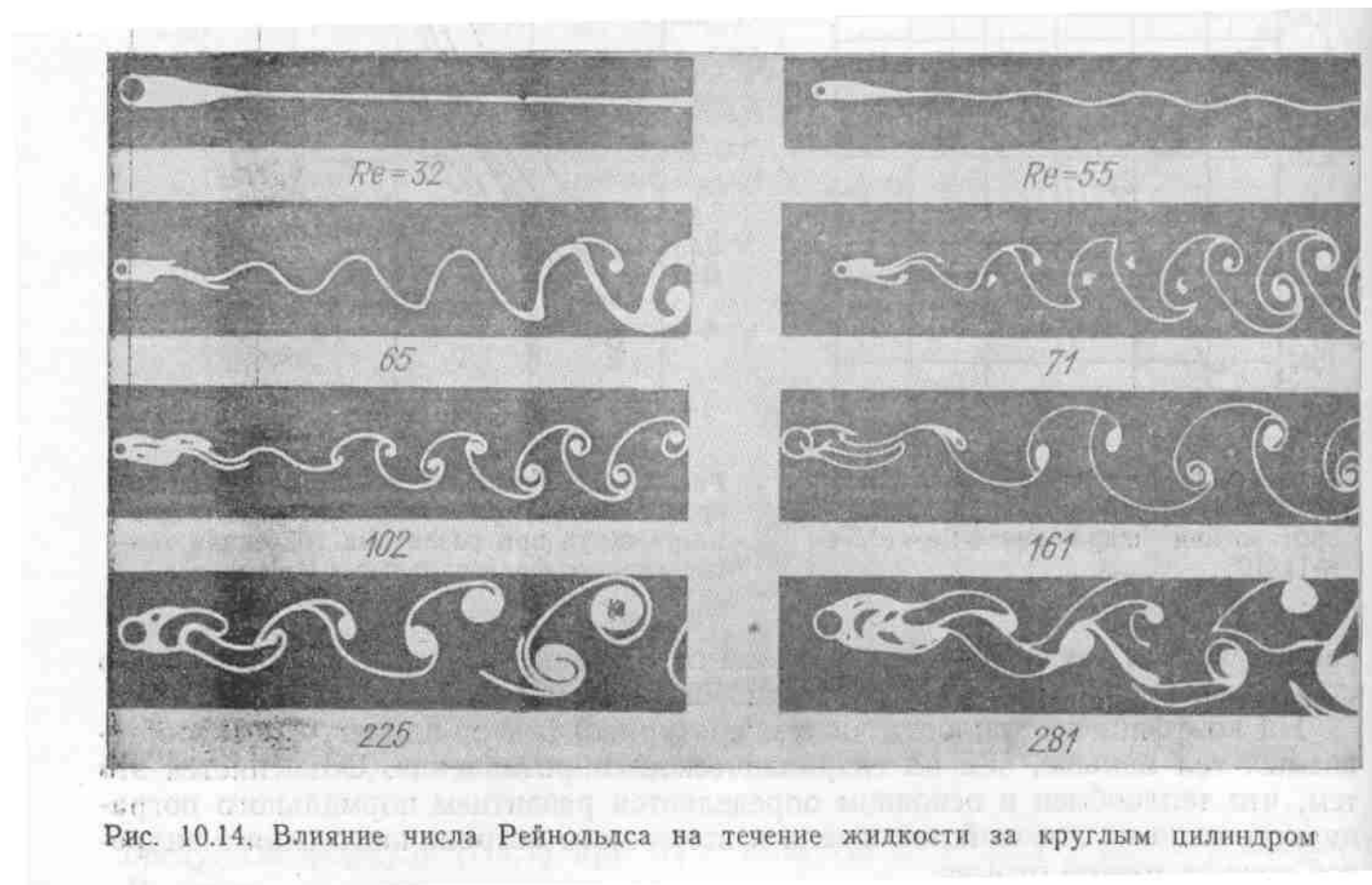
Турбулентный режим:  $c/m = 0.0375$ ,  $m = 0.8$ ,  $n = 0.43$

## Поперечное обтекание горизонтального цилиндра

$$\text{Nu}_d = c \text{Re}_d^m \text{Pr}^n$$

	$\text{Re}_d$			
	$< 40$	$40 - 100$	$100 - 2 \cdot 10^5$	$> 2 \cdot 10^5$
$c$	0.76	0.52	0.26	0.023
$m$	0.4	0.5	0.6	0.8
$n$	0.37	0.37	0.37	0.40

## Поперечное обтекание горизонтального цилиндра



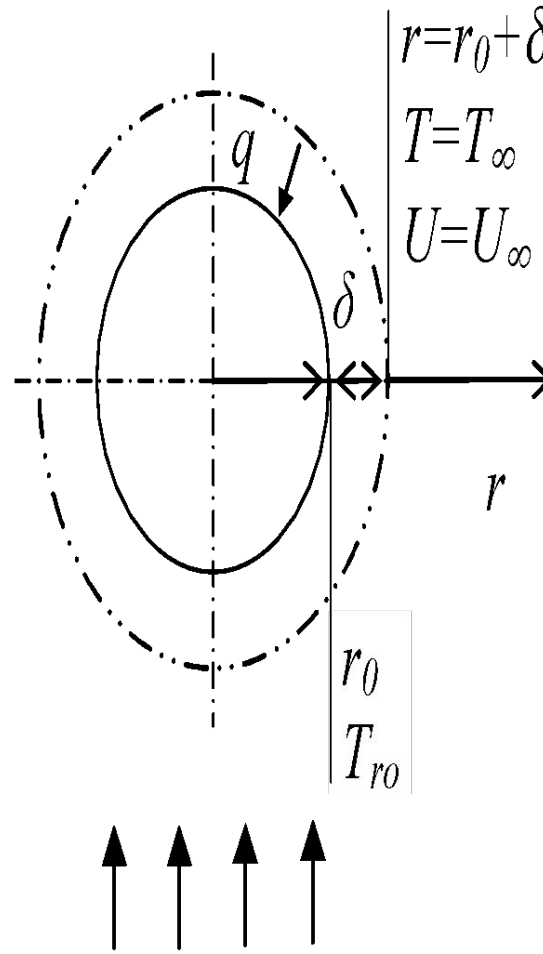
## Конвективный теплообмен шара (сферы)

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

$$\text{Nu} \equiv \frac{h_c d}{k_{c,g}} = 2 + \frac{d}{\delta}$$

$$\text{Nu} = 2 + 0.6 \text{Re}^{0.5} \text{Pr}^{0.33}$$

(Фресслинг, Ранц и Маршал)



## Теплоотдача горизонтального пучка труб

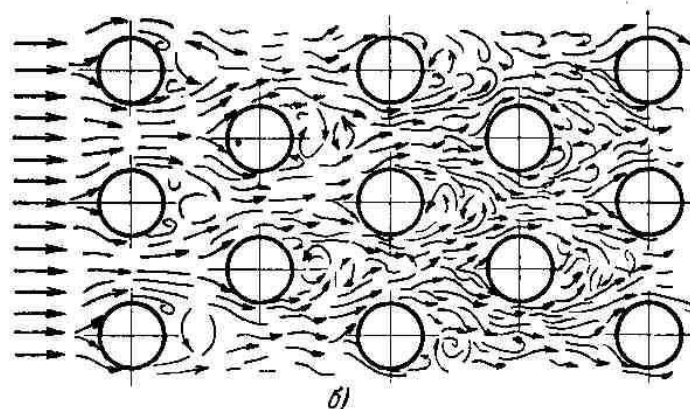
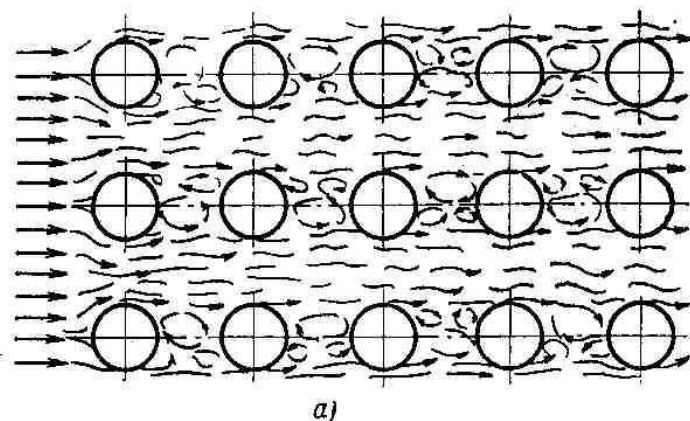


Рис. 3-38. Картина движения жидкости в коридорных (а) и шахматных (б) пучках из круглых труб.

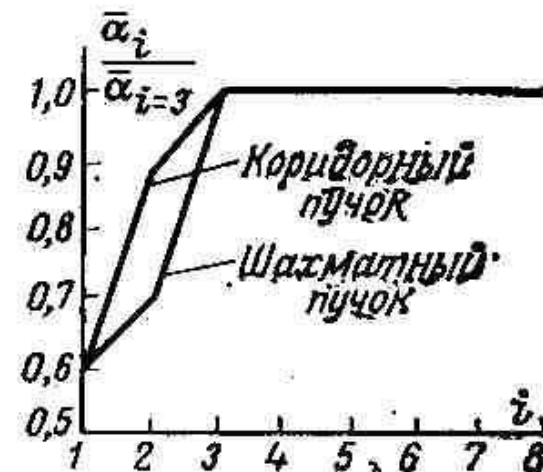


Рис. 9-9. Диаграммы изменения коэффициентов теплоотдачи по рядам коридорного и шахматного пучков труб.

# Теплоотдача при вынужденном течении жидкостей в трубах

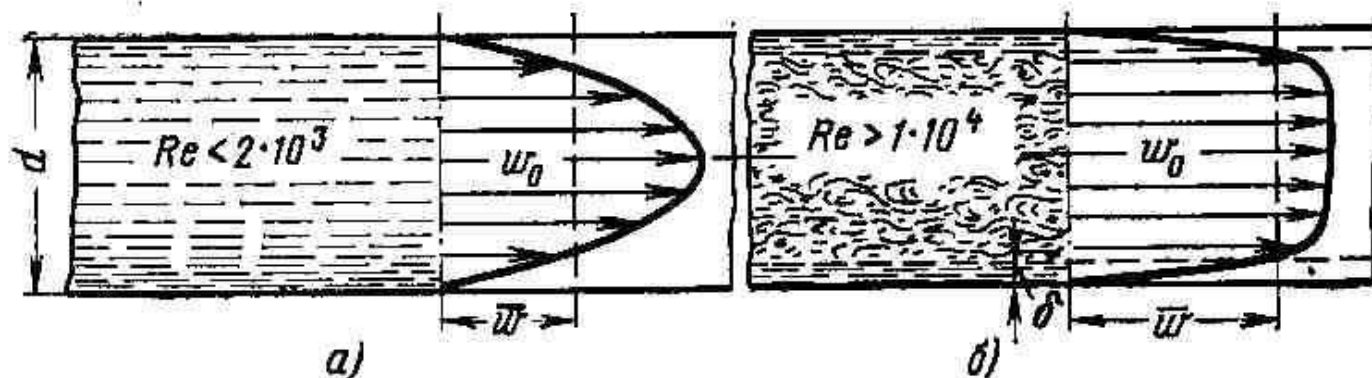
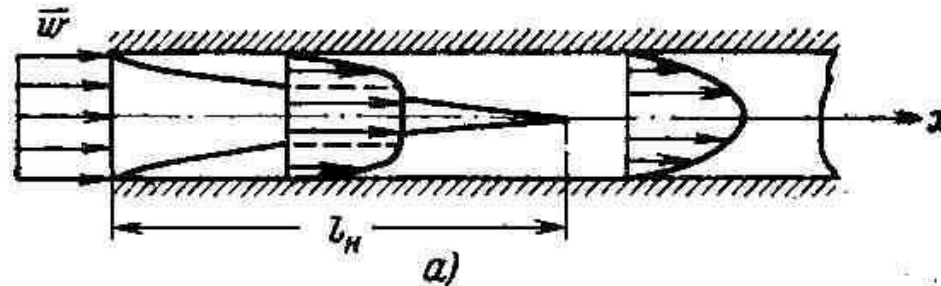


Рис. 3-10. Распределение скоростей по сечению при ламинарном (а) и турбулентном (б) режимах движения жидкости в трубе.



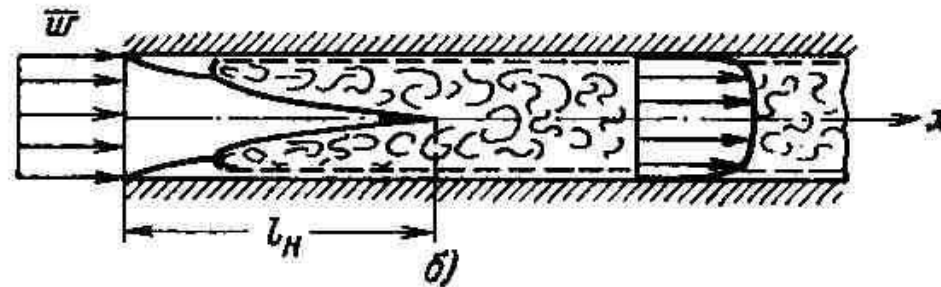
# Гидродинамическая и тепловая стабилизация потока в трубе



а)  $Re < 2300$

$$l_H = 0.05d Re$$

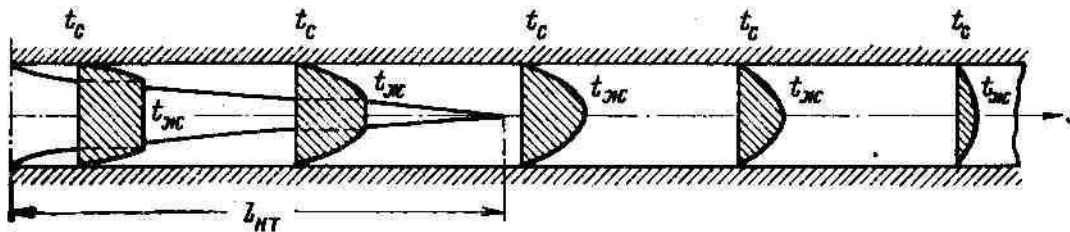
$$l > l_H, w/w_0 = (1 - y^2/r^2)$$



б)  $Re > 1 \cdot 10^4$

$$l_H \approx 15d$$

$$l > l_H, \bar{w}/w_0 = 0.8 \div 0.9$$

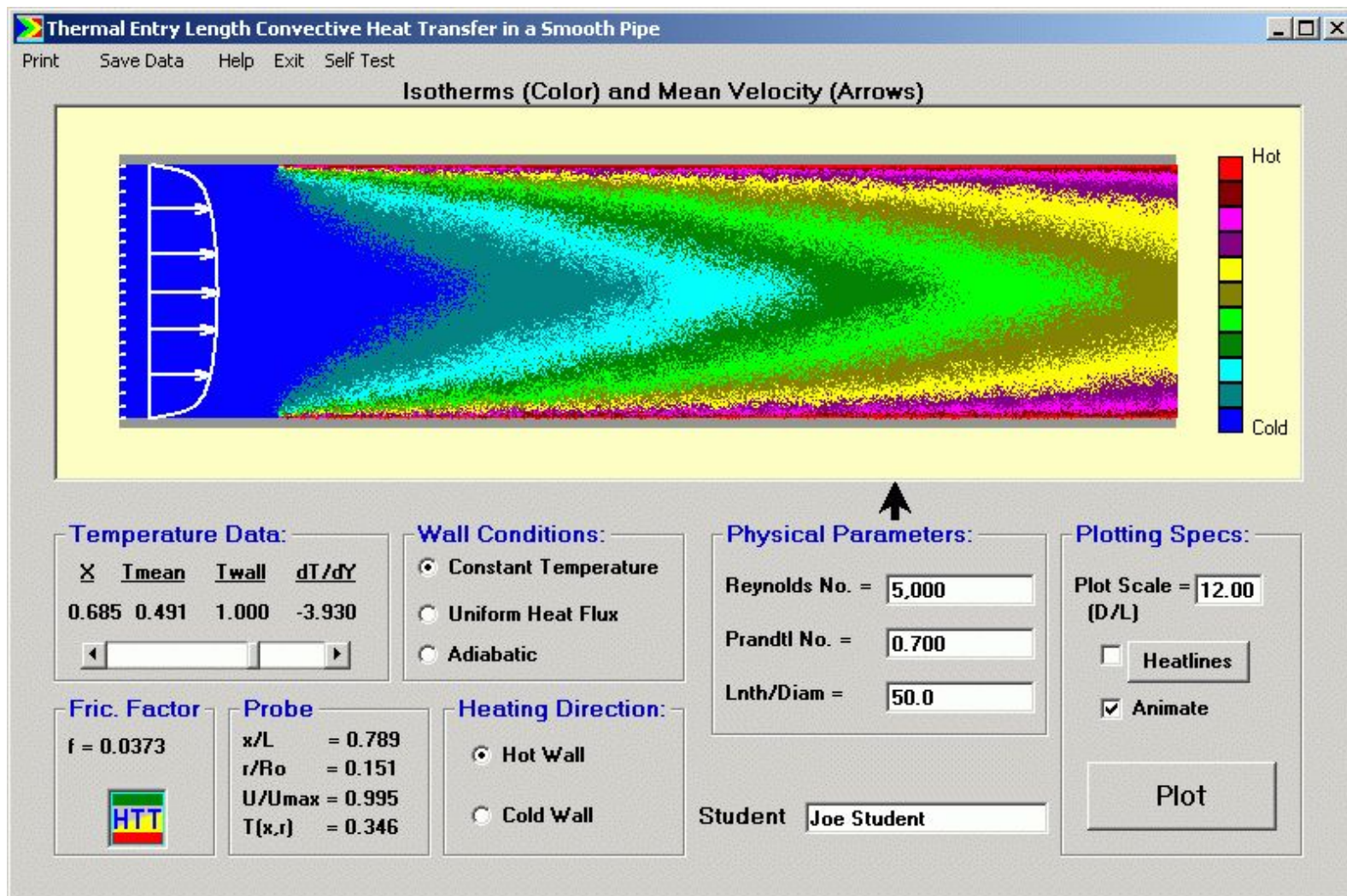


$Re < 2300$

$$l_{HT} \approx 0.05d Re Pr$$

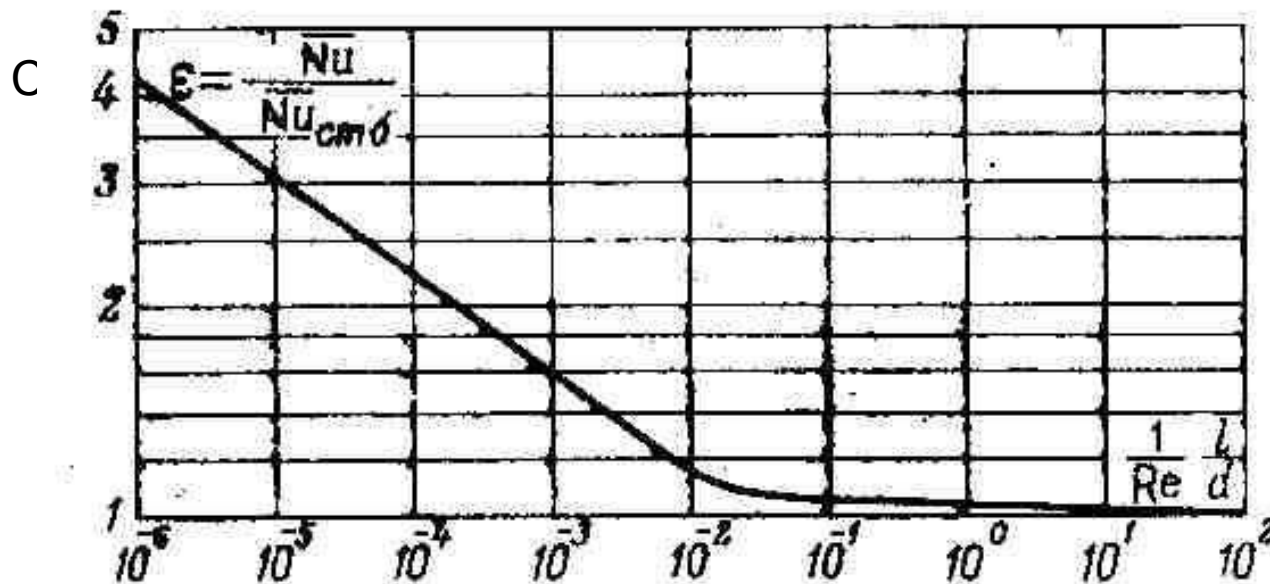
Рис. 3-14. Изменение распределения температур по сечению и длине при движении жидкости в трубе.

# Пример расчета теплообмена в трубе





## Критериальные зависимости для расчета теплообмена в трубе



Ламинарный поток, теплообмен с начала трубы,  $L_{тр} > l_{нт}$

$$\langle Nu \rangle = 1.55 \left( Re Pr \frac{d}{l} \right)^{1/3} \left( \frac{\mu_c}{\mu_{жс}} \right)^{-0.14} \epsilon_l$$

## Турбулентный поток

Теплообмен с начала трубы,  $L_{тр} > l_{нт}$

$$\langle \text{Nu}_{ж(x)d} \rangle = 0.022 \text{Re}_{ж(x)}^{0.8} \text{Pr}_{ж(x)}^{0.43} \varepsilon_l$$

$$x/d < 15 \quad \varepsilon_l = 1.38(x/d)^{-0.12}$$

$$x/d > 15 \quad \varepsilon_l \approx 1$$

Трубы некруглого сечения

$$d_{\text{экв}} = \frac{4V}{F} = \frac{4f}{p}$$

## Определяющая температура – всегда оговаривается

а)  $t_{\text{стенки}}$ , б)  $t_{\text{жидкости}}$

$$в) \bar{t}_{nc} = 0.5(t_c + t_{жс})$$

$$г) \bar{t}_{жс} = 0.5(t'_{жс} + t''_{жс})$$

$$д) \bar{t}_{жс} = t_c \pm \Delta t_{\text{лог}} \quad (+ \text{охл} - e)$$

$$\Delta t_{\text{лог}} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln \frac{\Delta t'}{\Delta t''}}$$

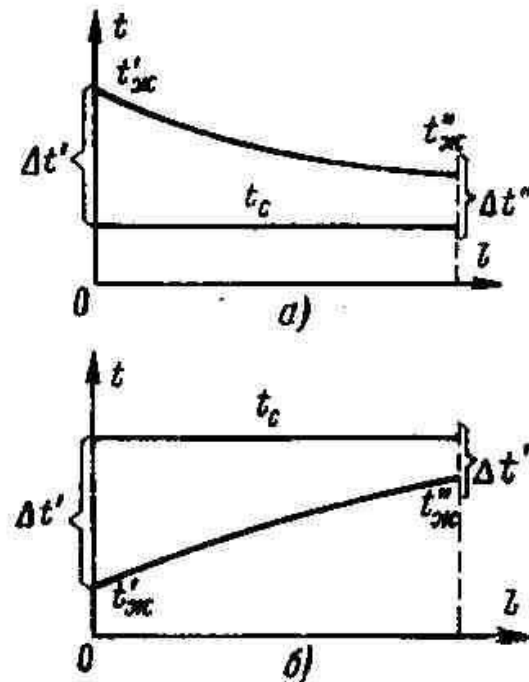


Рис. 3-17. Изменение температурного напора вдоль трубы при  $t_c = \text{const}$ .  
а – охлаждение жидкости; б – нагрев жидкости.

## ТЕПЛООБМЕН ПРИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ

Причиной макроскопического движения жидкости является ее нагревание около теплообменной поверхности, что приводит к объемному расширению жидкости и воздействию на неё выталкивающей (Архимедовой) силы.

Нагретая (охлажденная) у поверхности жидкость имеет меньшую (большую) плотность, чем жидкость вдали от поверхности, и вытесняется вверх (вниз).

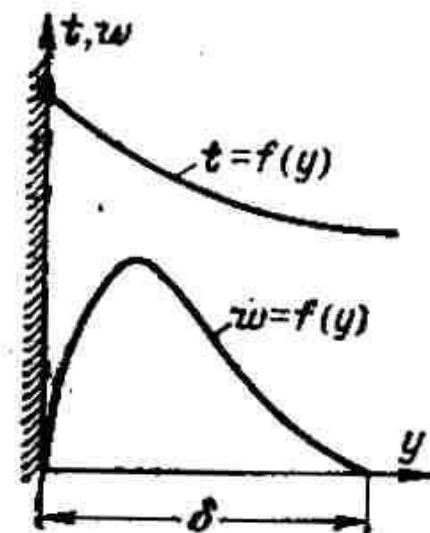


Рис. 4-8. Гидродинамический и тепловой пограничные слои при свободном движении.

## СВ/КОНВЕКЦИЯ В ОГРАНИЧЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

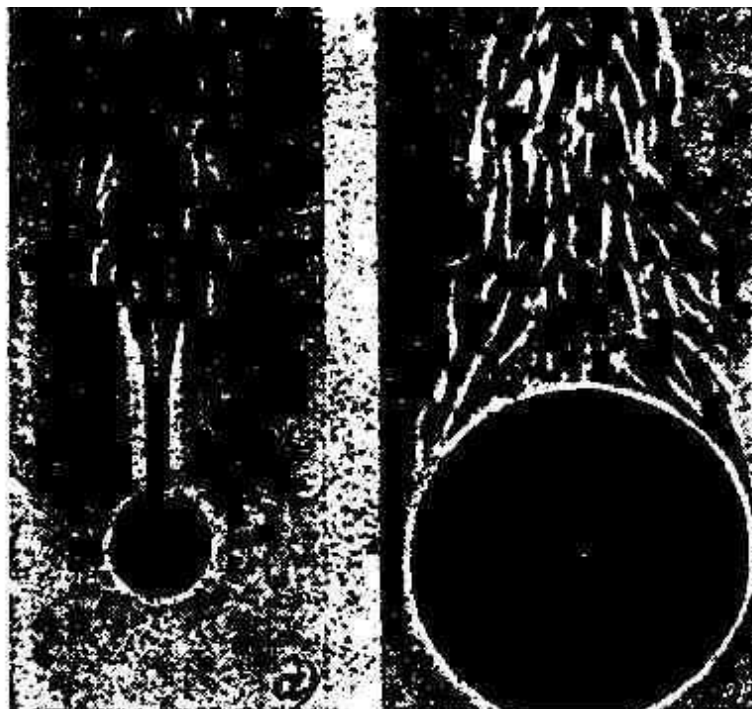


Рис. 3-27. Характер свободного движения воздуха около горизонтальных труб.

$a - d = 28$  мм;  $b - d = 250$  мм; вид с торца.

## Критерии подобия

Критерий Грасгофа

$$Gr = g \beta (T_c - T_{жс}) l^3 / \nu^2$$

Критерий Рэлея

$$Ra = (Gr Pr)$$

Температурный коэф-т  
объемного расширения  
жидкости

$$\beta = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_p, \quad K^{-1}$$

– идеальный газ

$$\beta = \frac{1}{T}$$

– капельная жидкость

$$\beta \approx \frac{1}{\rho_{жс}} \left( \frac{\rho_{жс} - \rho_c}{T_c - T_{жс}} \right)$$

Свободноконвективный теплообмен  
на вертикальной стенке, ламинарный режим,  
 $10^3 < Ra_{ж,x} < 10^9$ ,  $q_c = const$

$$Nu_{ж,x} = 0.6 Ra_{ж,x}^{0.25} (Pr_{ж} / Pr_c)^{0.25}$$

$$\bar{\alpha}_l = \frac{5}{4} \alpha_{x=l}$$

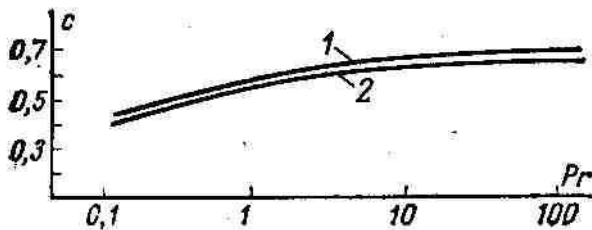


Рис. 10-3. Зависимость теплоотдачи при свободной конвекции от числа Прандтля.  
1 —  $q_c = const$ ; 2 —  $t_c = const$ .

$$t_c = const : \quad \bar{\alpha}_l = \frac{4}{3} \alpha_{x=l}$$

Свободноконвективный теплообмен **вертикальной стенки**  
в большом объеме жидкости,  
турбулентный режим:  $Ra_{ж,х} > 6 \cdot 10^{10}$

$$Nu_{ж,х} = 0.15 Ra_{ж,х}^{1/3} (Pr_{ж} / Pr_c)^{0.25}$$

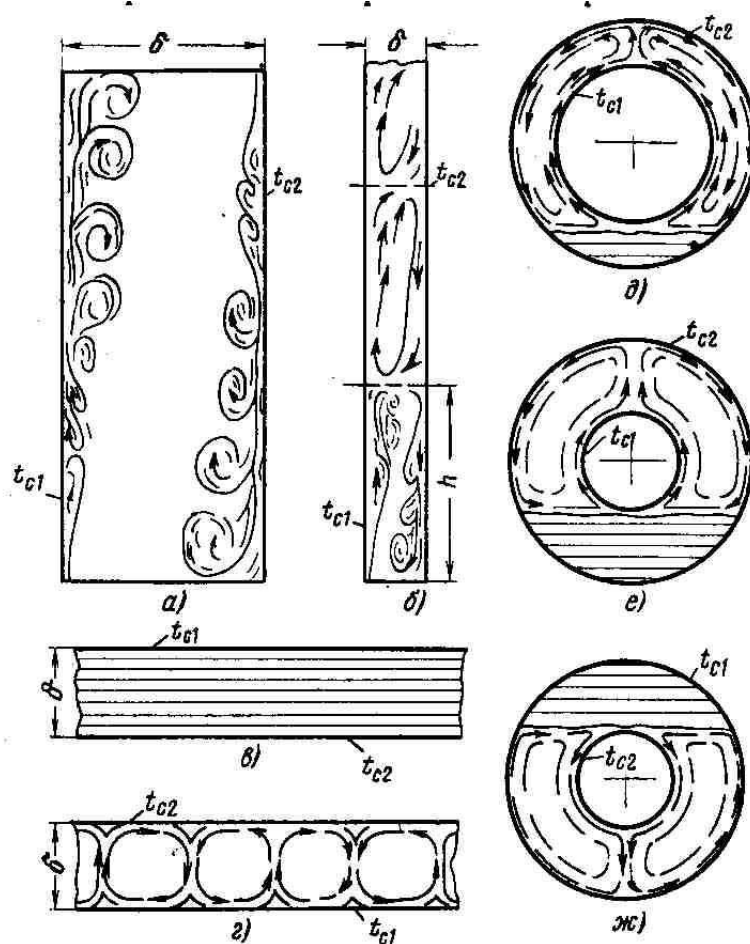
( $\alpha$  не зависит от линейного размера!)

Свободноконвективный теплообмен **горизонтальной трубы**  
в большом объеме жидкости,  $Ra = 10^3 \dots 10^8$

$$\langle Nu_{жcd} \rangle = 0.5 Ra_{жcd}^{0.25} (Pr_{ж} / Pr_c)^{0.25}$$



### СВ/КОНВЕКЦИЯ В ОГРАНИЧЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ



$$t_{c1} > t_{c2}$$

Рис. 3-30. Характер естественной циркуляции жидкости в ограниченном замкнутом пространстве.

## Св. конвекция в горизонтальных прослойках толщиной $\delta$ (плоских, цилиндрических, сферических)

При практических расчетах необходимо рассчитать  $q$ :

$$q = \frac{\lambda_{\text{экв}}}{\delta} (t_{c1} - t_{c2})$$

$$\varepsilon_k = \lambda_{\text{экв}} / \lambda = 0.18 \text{Ra}_{\text{cp},\delta}^{0.25}$$

$$\text{Ra}_{\text{cp},\delta} > 10^3$$

$$\varepsilon_k = 1, \quad \lambda_{\text{экв}} = \lambda$$

$$\text{Ra}_{\text{cp},\delta} < 10^3$$

Определяющая температура:  $t_{\text{cp}} = 0.5(t_{c1} + t_{c2})$

## Св. конвекция в горизонтальных прослойках (2)

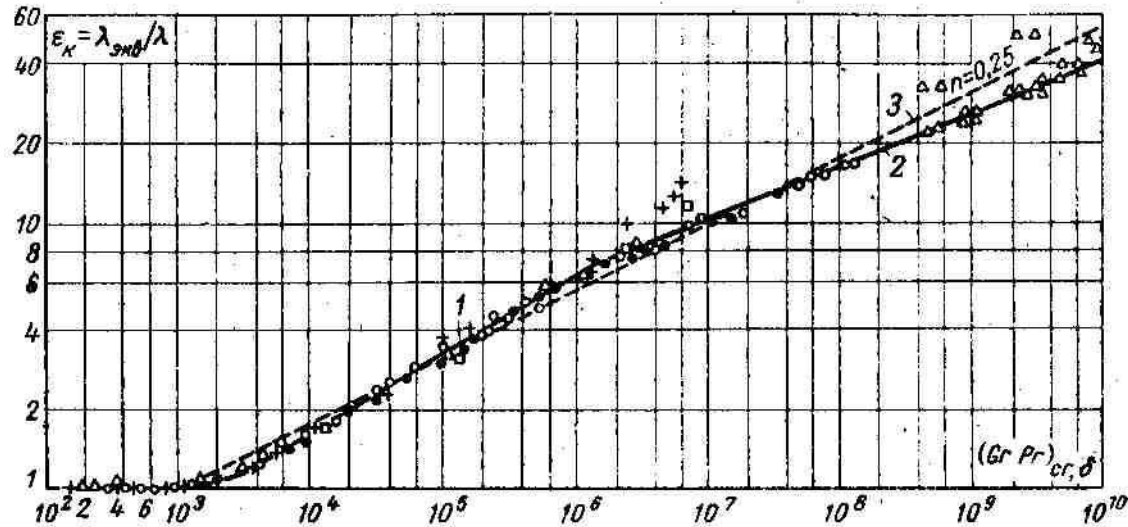


Рис. 10-9. Эквивалентная теплопроводность при свободном движении в ограниченном объеме.

+ — плоская горизонтальная газовая прослойка; □ — то же вертикальная; ○ — цилиндрическая газовая прослойка; ● — то же жидкостная; △ — шаровая газовая прослойка.

Определяющая температура: 
$$t_{cp} = 0.5(t_{c1} + t_{c2})$$

# Совместный теплообмен при свободной и вынужденной конвекции

Свободно-конвективный теплообмен имеет пренебрежимо низкую интенсивность при

$$Ra = Gr \cdot Pr < 10^3$$