Точечные и интервальные оценки

Определения

Приближенное значение случайной величины, вычисленное по ограниченному числу опытов, т. е. выборке, содержит элемент случайности и называется ***оценкой.***

Статистические оценки делятся на точечные и интервальные.

Оценка определяемая одним числом, называется ***точечной.***

Требования к оценке

Оценка $\tilde{a}$ для параметра a представляет собой функцию величин $x_1, x_2, ..., x_n$

$$\tilde{a} = a(x_1, x_2, ..., x_n)$$

1) **Несмещенность** – среднее значение средних величин равно среднему значению выборки

$$M(\tilde{a}) = a$$

Требования к оценке

2) **Состоятельность** – с увеличением числа опытов случайная величина $\tilde{a}$ приближается (сходится по вероятности) к параметру a

$$D(\tilde{a}) \to 0$$

$$Lim_{n\to\infty}(P(\tilde{a} - a) \geq \varepsilon) = 0$$

Требования к оценке

3) **Эффективность** – оценка обладает наименьшей дисперсией по сравнению с другими

$$D(\tilde{a}) = \min$$

Точечные оценки

Среднее выборочное наблюдаемых значений – это состоятельная и несмещенная оценка.

Эффективность оценки зависит от вида распределения случайной величины.

Выборочная дисперсия, среднее квадратическое отклонение и исправленная выборочная дисперсия

$$\sigma_0^2 = \frac{n}{n-1} * \sigma^2$$

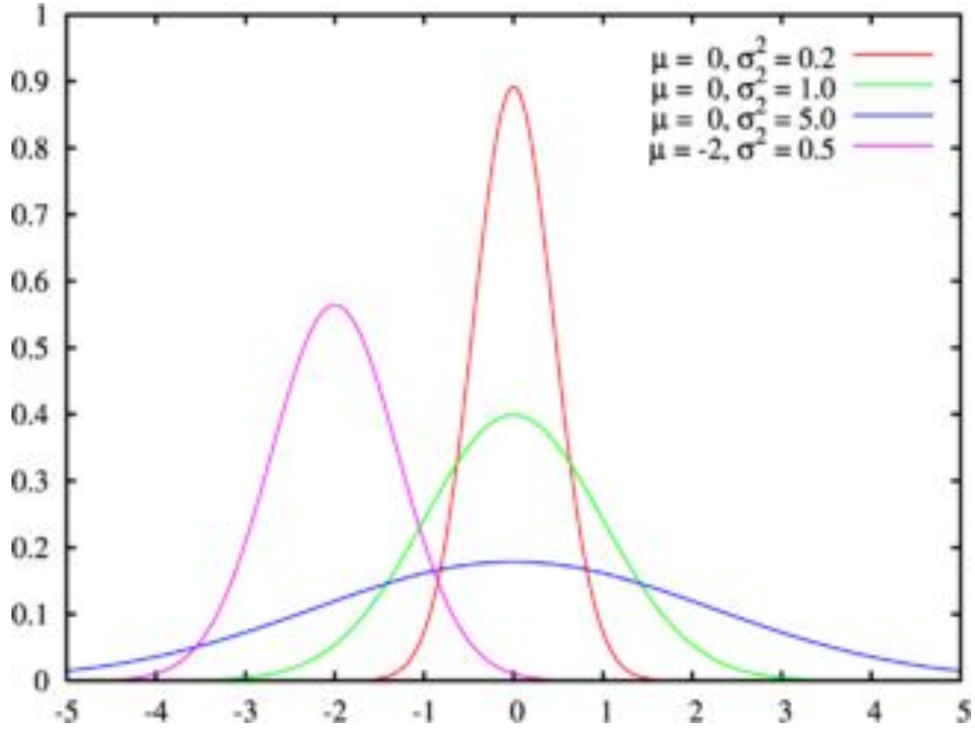
– несмещенные оценки.

- При обработке статистической информации широко используют распределение статистик, которые вычисляются по выборке из нормально распределенной генеральной совокупности.

Квантилью порядка р распределения случайной величины Х называется действительное число X_p, удовлетворяющее уравнению Р(Х<x_p) $= p$. (определяются по специальным стат.таблицам)

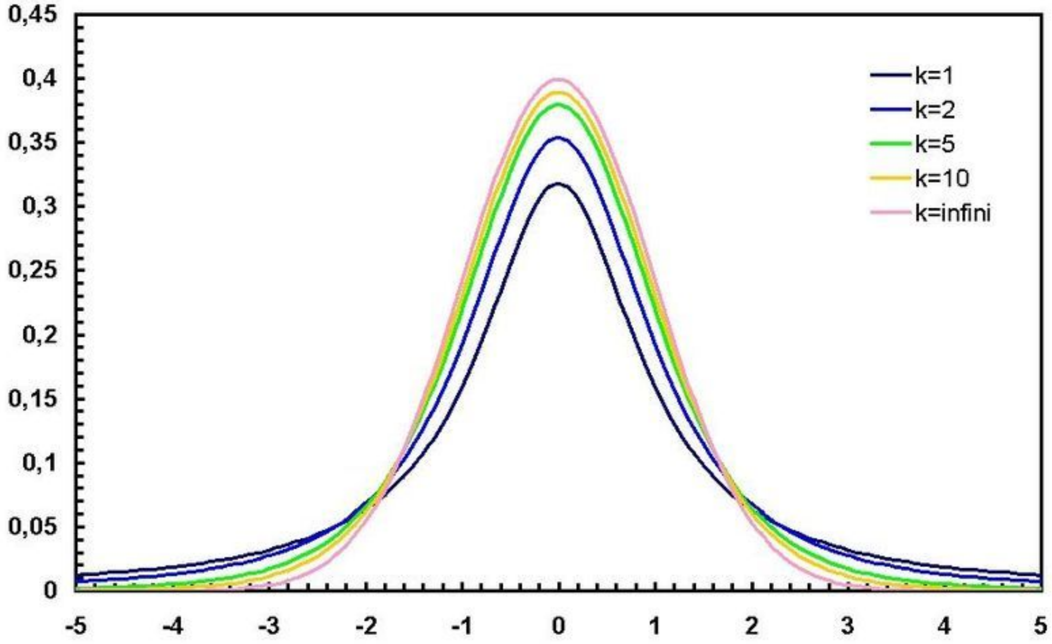
Виды распределений: Стандартное нормальное распределение

График плотности распределения



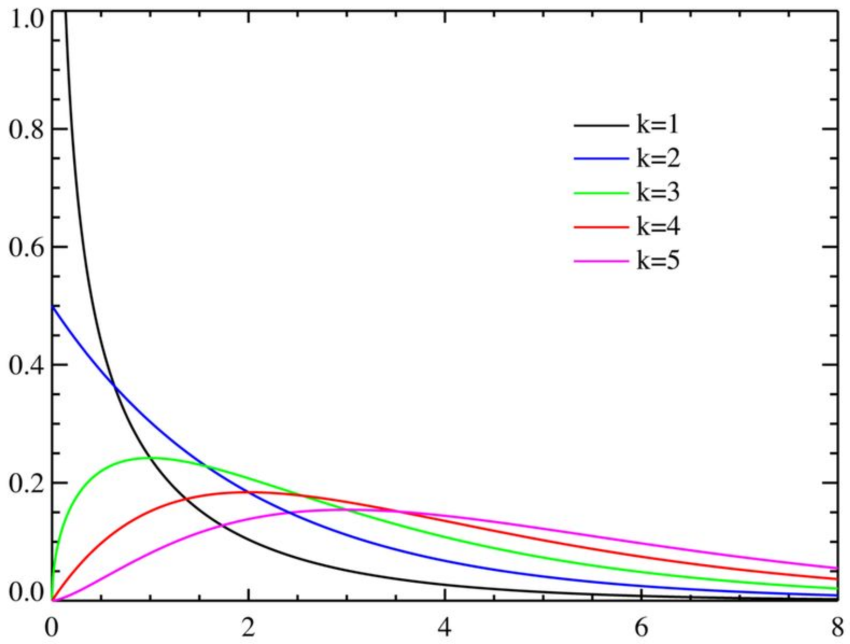
Виды распределений:
t-распределение (Стьюдента)

Распределение Стьюдента с k степенями свободы, t-распределение симметрично. При увеличении объема выборки распределение стремится к нормальному.



Виды распределений: X^2 распределение

Распределение с k – степенями свободы.



Интервальная оценка

Для оценки точности и надежности вычисленного параметра $\widetilde{a}$ используют ***доверительные интервалы*** и ***доверительные вероятности***.

$$\left(\widetilde{a} - \varepsilon;\; \widetilde{a} + \varepsilon\right)$$

$\widetilde{a}$ - точечная оценка параметра;

ε- некоторая малая, положительная величина.

Определение

Доверительный интервал - интервал

$$I_\beta = \left(\widetilde{a} - \varepsilon;\, \widetilde{a} + \varepsilon\right)$$

который с вероятностью β **накрывает** истинное значение параметра.

β - достаточно большая вероятность, при которой событие можно считать практически достоверным.

$\alpha = 1 - \beta$ - вероятность допустить ошибки при вычислении параметра (очень малая величина, уровень значимости).

Свойства интервальной оценки

1) ***Точность*** интервала определяется ε (чем меньше, тем точнее интервал).

2) **Надежность** интервала определяется доверительной вероятность β (надежностью).

Интервал может быть точным или надежным.

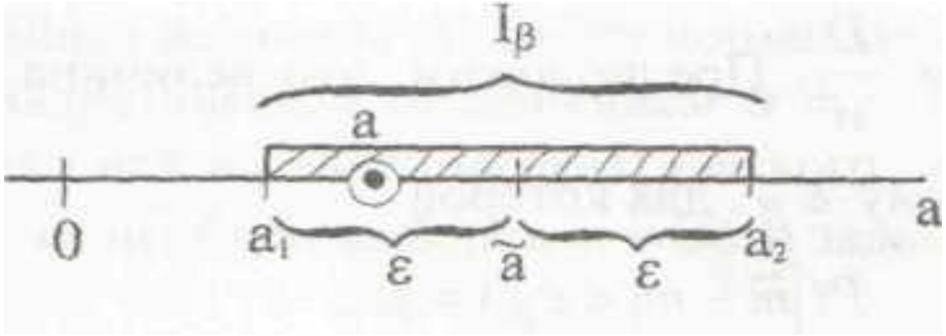


Таблица построения интервальных оценок

Параметр	Интервальная оценка	
Математическое ожидание	$(\overline{X}_в - A\frac{S_0}{\sqrt{n}}; \overline{X}_в + A\frac{S_0}{\sqrt{n}})$	Среднее выборочное $\overline{X}_в = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i n_i}{n}$; Распределение Стьюдента A=$t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ - если $n<30$ Стандартное нормальное распределение A=$U_{1-\frac{\alpha}{2}}$ - если $n \geq 30$; $S_0 = \sqrt{S_0^2}$ - среднеквадратическое отклонение
Дисперсия	$(\frac{S_0^2(n-1)}{A_1}; \frac{S_0^2(n-1)}{A_2})$	Выборочная дисперсия $S_0^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x}_в)^2 n_i}{n-1}$; Распределение Хи-квадрат $A_2 = \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$; $A_1 = \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$
Доля признака	$\left(\tilde{p} - A_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n}}; \tilde{p} + A_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n}}\right)$	Стандартное нормальное распределение A=$U_{1-\frac{\alpha}{2}}$; $\tilde{p} = \frac{m}{n}$ - выборочная доля признака; m, n - число благоприятных и всевозможных исходов соответственно

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ