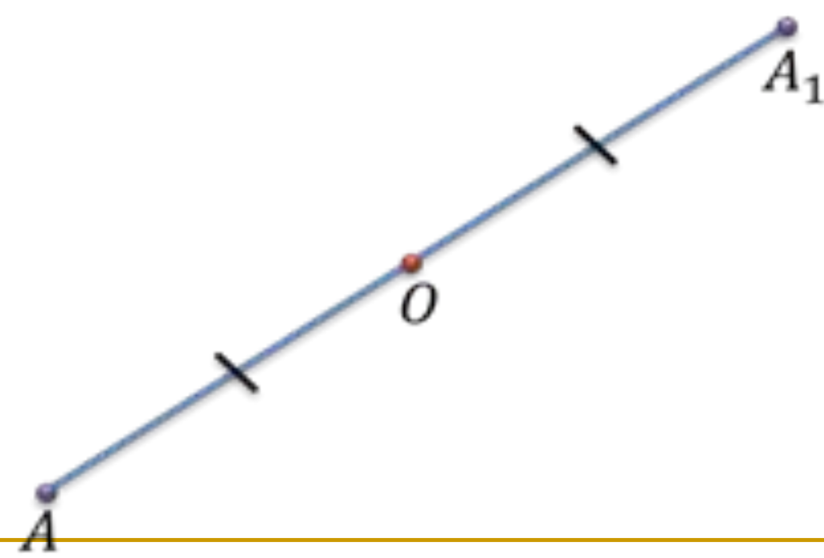
Центральная симметрия

Подготовила
ученица 11 «А» класса
ГБОУ Романовской школы
Козленкова Каролина

A_1

- ***Центральной симмерией*** *относительно точки O называют преобразование* *пространства**, переводящее точку A в такую точку A_1, что O — середина отрезка AA_1. ъ*
- *Точка O называется центром симметрии.*
- *Точка O считается симметричной сама себе.*



- В курсе планиметрии мы доказывали, что центральная симметрия является движением.

- Напомним это доказательство.

- Рассмотрим точки M и N и точки M1 и N 1 симметричные точкам M и N относительно точки O.
- Рассмотрим треугольники M NO и M1ON1.
- Рассмотрим треугольники M NO и M1ON1.

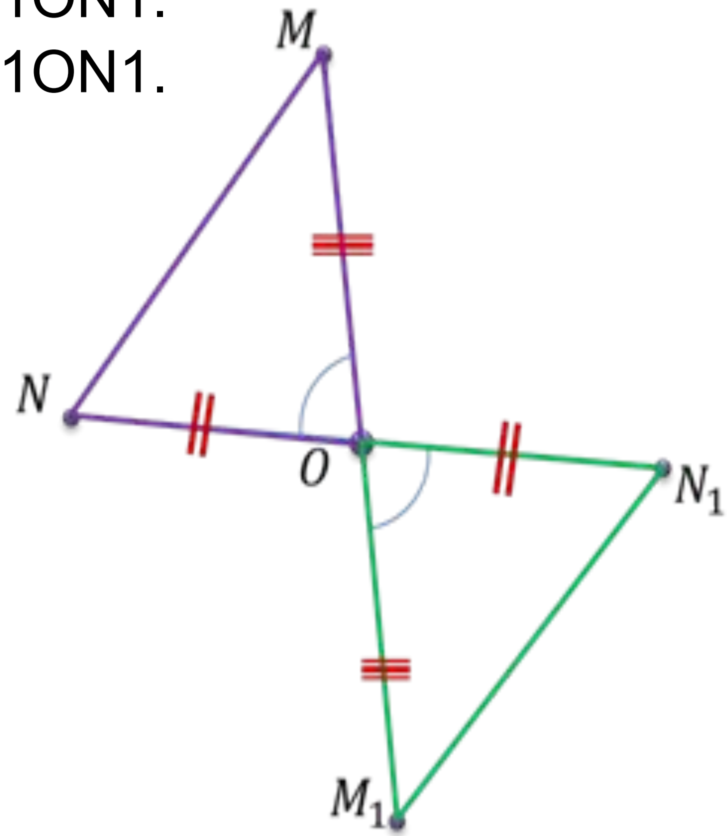
$\angle NOM = \angle M_1ON_1$ – вертикальные

$NO = ON_1$

$MO = OM_1$

$\Delta MNO = \Delta M_1N_1O$

$MN = M_1N_1$



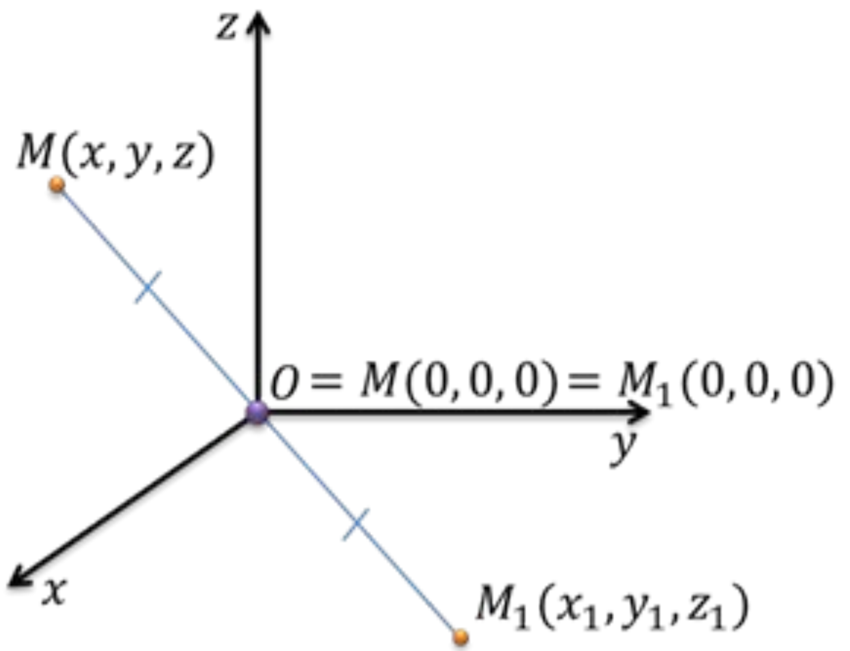
- То есть при центральной симметрии сохраняется расстояние между точками. Тогда по определению движения, получим, что и ***центральная симметрия является движением***.

- Определение:

В пространстве центральной симметрией мы назовём отображение пространства на себя, при котором любая точка М переходит в симметричную ей точку М1 относительно данного центра О.

- Теперь давайте докажем, что и в пространстве центральная симметрия является движением.

- Пусть O – центр симметрии. Введём прямоугольную систему координат Oxyz с началом в точке O. Теперь давайте попробуем установить связь между координатами двух точек M (x, y, z) и M1(x1, y1, z1), симметричных относительно точки O.



$$\frac{x + x_1}{2} = 0 \Rightarrow x_1 = -x$$

$$\frac{y + y_1}{2} = 0 \Rightarrow y_1 = -y$$

$$\frac{z + z_1}{2} = 0 \Rightarrow z_1 = -z$$

- Если точка M не совпадает с точкой O, то по определению центральной симметрии O – середина отрезка MM1. Тогда координаты точки O можно вычислить по формулам координат середины отрезка. С другой стороны, поскольку O – начало координат, значит, точка O имеет координаты 0, 0, 0. То есть получим, что

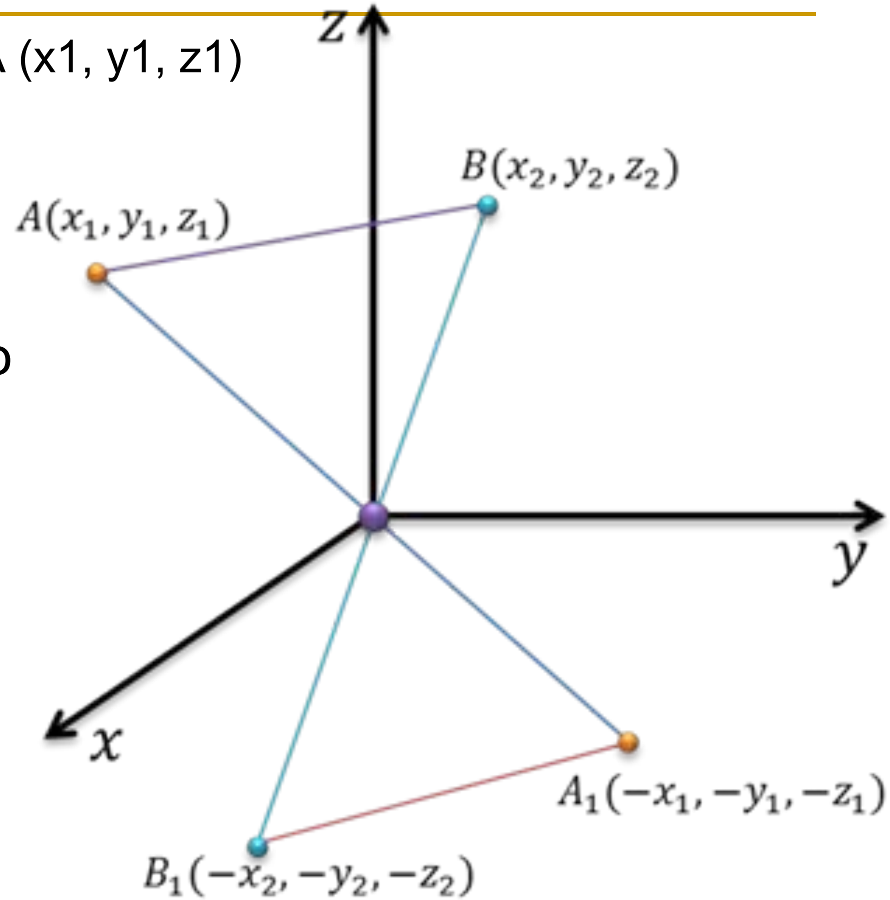
$$x_1 = -x \qquad y_1 = -y \qquad z_1 = -z$$

- Если точки M и O совпадают, тогда точка M1 также совпадает с точкой O, потому что точка O – центр симметрии, а, значит, она отображается сама на себя. И в этом случае будут выполнятся равенства

$$x_1 = -x \qquad y_1 = -y \qquad z_1 = -z$$

- Теперь давайте рассмотрим две точки A (x1, y1, z1) и B (x2, y2, z2).

- По только что доказанным формулам для координат симметричных точек получим, что точка A2(-x1,-y1, -z1) и B2(-x2,-y2, -z2)



- Теперь давайте найдём расстояние AB . Получим, что расстояние между точками A и B равно:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

- Теперь давайте найдём расстояние между точками А1 и В1

$$A_1B_1 = \sqrt{(-x_2 - (-x_1))^2 + (-y_2 - (-y_1))^2 + (-z_2 - (-z_1))^2} =$$

$$= \sqrt{(-(x_2 - x_1))^2 + (-(y_2 - y_1))^2 + (-(z_2 - z_1))^2} =$$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Очевидно, что оба эти выражения равны, то есть получим, что АВ=А1В1

- **Вывод:** расстояние между точками при центральной симметрии в пространстве сохраняется, значит, центральная симметрия в пространстве также является движением, но уже не плоскости, а пространства.