



УЧИМСЯ НА ОШИБКАХ

АНАЛИЗ ТОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ (МАРТ 2016)

Алгебра

№ 21 Решить уравнение (2 балла)

N 21

$$(x+2)^4 - 4(x+2)^2 - 5 = 0$$

Пусть $(x+2)^2 = t$. Тогда:

$$t^2 - 4t - 5 = 0$$

$$t_1 = -1 \quad t_2 = 5$$

$$(x+2)^2 = -1 \quad \text{или} \quad (x+2)^2 = 5$$

$$x^2 + 4x + 4 = -1$$

$$x^2 + 4x + 4 = 5$$

$$x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

~~⊙~~

$$x_1 = \frac{-4 + 2\sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-4 - 2\sqrt{5}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2(2 - \sqrt{5})}{2}$$

$$x_2 = \frac{2(-2 - \sqrt{5})}{2}$$

$$x_1 = -2 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = -2 - \sqrt{5}$$

Ответ: $-2 + \sqrt{5}$; $-2 - \sqrt{5}$.

21.

$$(x+1)^4 + (x+1)^2 - 6 = 0$$

ОДЗ: \mathbb{R}

Решим уравнение
1) Пусть $t = (x+1)^2$, тогда

$$t^2 + t - 6 = 0$$

$$t_1 = 2; \quad t_2 = -3$$

$$2) \quad (x+1)^2 = 2$$

$$x^2 + 2x + 1 - 2 = 0$$

$$D = 8$$

$$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{8}}{2} = -1 + \sqrt{2}$$

$$x_2 = \frac{-2 - \sqrt{8}}{2} = -1 - \sqrt{2}$$

$$(x+1)^2 = -3$$

$$D < 0$$



Ответ: $-1 + \sqrt{2}, -1 - \sqrt{2}$

$$\sqrt{21}) (x+2)^4 - 4(x+2)^3 - 5 = 0$$

Пусть $(x+2)^2 = y$, тогда

$$y^2 - 4y - 5 = 0.$$

$$y_1 = -1; y_2 = 10.$$

Если $(x+2)^2 = -1$, то такого быть не может, а если

$(x+2)^2 = 10$, то решим y это уравнение:

$$x^2 + 4x - 6 = 0.$$

$$x_1 = \frac{-4 - 2\sqrt{10}}{2}; x_2 = \frac{-4 + 2\sqrt{10}}{2}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{-4 - 2\sqrt{10}}{2}; \frac{-4 + 2\sqrt{10}}{2}.$$

$$(x+1)^4 + (x+1)^2 - 6 = 0 \quad 21$$

Tyams $(x+1)^2 = t$, maka

$$t^2 + t - 6 = 0$$

$$D = 25$$

$$t_1 = 2 \quad t_2 = -3$$

$$(x+1)^2 = 2$$

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$D = 8$$

$$x_1 = -2 - \sqrt{2}$$

$$x_2 = -2 + \sqrt{2}$$

Jawab: $x_1 = -2 - \sqrt{2}$; $-2 + \sqrt{2}$

$$~~x+1~~ (x+1)^2 = -3$$

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$D = -12$$

~~⊗~~

N21

$$(x+1)^4 + (x+1)^2 - 6 = 0$$

Положим $(x+1)^2 = t$, тогда:

$$t^2 + t - 6 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

$$t_1 = \frac{-1 + 5}{2} = 2$$

$$t_2 = \frac{-1 - 5}{2} = -\frac{6}{2} = -3$$

Найдем x :

$$(x+1)^2 = 2 \quad ; \quad (x+1)^2 = -3$$

$$x^2 + 2x + 1 - 2 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 + 3 = 0$$

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$D = 4 + 4 = 8$$

$$D = 4 - 16 = -12 \text{ (не существует)}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 2\sqrt{2}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-2 - 2\sqrt{2}}{2}$$

Ответ: $\frac{-2 + \sqrt{2}}{2}$; $\frac{-2 - 2\sqrt{2}}{2}$

N21

$$(x+2)^4 - 4(x+2)^2 - 5 = 0$$

Ditanya $(x+2)^2 = y$, maka

$$y^2 - 4y - 5 = 0$$

$$\Delta = 16 + 20 = 36$$

$$y_{1,2} = \frac{4 \pm 6}{2}$$

$$y_1 = 5 ; y_2 = -1$$

$$(x+2)^2 = 5$$

$$x+2 = \sqrt{5}$$

$$\underline{x = \sqrt{5} - 2}$$

$$(x+2)^2 = -1$$

\emptyset

Jawab: $\sqrt{5} - 2$

$$21) (x+2)^4 - 4(x+2)^2 - 5 = 0.$$

$$(x+2)^2 - 4(x+2) - 5 = 0.$$

$$(x+2)^2 - 4x - 8 - 5 = 0$$

$$x^2 + 4/x + 4 - 4/x - 8 - 5 = 0$$

$$x^2 - 9 = 0.$$

$$x^2 = 9$$

$$\underline{x = \pm 3}$$

$$21 \quad (x+2)^4 - 4(x+2)^2 - 5 = 0$$

$$\text{nyamko } y = (x+2)^2$$

$$y^2 - 4y - 5 = 0$$

$$y_1 = \frac{4+5}{2} = 5$$

$$(x+2)^2 = 5$$

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$D = 20$$

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{20}}{2} = -2 + \sqrt{20}$$

$$x_2 = \frac{-4 - \sqrt{20}}{2} = -2 - \sqrt{20}$$

$$\text{Jawab: } x_1 = -2 + \sqrt{20}; x_2 = -2 - \sqrt{20}$$

$$D = 36$$

$$y_2 = \frac{4-5}{2} = -1$$

$$(x+2)^2 = -1$$

$$x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$D = -4$$

\emptyset

$$21. (x+1)^4 + (x+1)^2 - 6 = 0$$

$$\sqrt{(x+1)^2 + x + 1 - 6} = 0 \quad ; \quad \sqrt{x^2 + 3x - 4} = 0$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$D = 25 \quad ; \quad x_1 = 2 \quad ; \quad x_2 = 7$$

№ 21

$$(x+1)^4 + (x+1)^2 - 6 = 0$$

Пусть $(x+1)^2 = y$, тогда: $y^2 + y - 6 = 0$

$$y_1 = \frac{-1 + 5}{2} = 2$$

$$y_2 = \frac{-1 - 5}{2} = -3$$

Ответ: $y_1 = 2$; $y_2 = -3$

№ 22 Решить задачу (вариант 3922)

22

	U	S	t
I	24 км/ч	$144 - x \text{ км}$	$\frac{144 - x}{24} \text{ ч}$
II	28 км/ч	$x \text{ км}$	$\frac{x}{28} \text{ ч}$

меньше на $0,5 \text{ ч}$

$$\frac{x^{(24)}}{28} - \frac{144 - x^{(28)}}{24} = \frac{1}{2}^{(108)}$$

$$\frac{24x}{672} - \frac{4032 - 28x}{672} - \frac{336}{672} = 0$$

$$24x - 4032 + 28x - 336 = 0$$

$$52x - 4368 = 0$$

$$x = 84$$

Ответ: $S = 84 \text{ км}$

№ 22 Решить задачу (вариант 3921)

2 2 1) $52 : 4 = 13$ (ч) - время движения плота

2) $13 - 1 = 12$ (ч) - время движения лодки

Пусть x км/ч - скорость лодки в неподвижной воде, тогда $(x+4)$ км/ч - скорость лодки по течению, а $(x-4)$ км/ч - скорость лодки против течения. По условию задачи составим уравнение.

$$\frac{30}{x+4} + \frac{30}{x-4} = 12 \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} x+4 \\ x-4 \end{cases}$$

$$-12x^2 + 180x + 192 = 0 \quad | :12$$

$$-x^2 + 15x + 16 = 0$$

$$D = 225 + 64 = 289$$

$$x_1 = \frac{-15 + 17}{-2} = -1 - \text{не удовл. усл. задачи}$$

$$x_2 = \frac{-15 - 17}{-2} = 16 - \text{удовл. ОДЗ}$$

Ответ: 16 км/ч

№22) Пусть x км — расстояние, пройденное $\text{II}^{\text{м}}^{\text{м}}$ велосипедистом.

	$S, \text{ км}$	$v, \frac{\text{км}}{\text{ч}}$	$t, \text{ ч}$
$\text{I}^{\text{м}}^{\text{м}}$	$144 - x$	24	$\frac{144 - x}{24}$
$\text{II}^{\text{м}}^{\text{м}}$	x	28	$\frac{x}{28}$

$\left. \begin{array}{l} \frac{144-x}{24} \\ \frac{x}{28} \end{array} \right\} \frac{1}{2} \text{ ч}$

Составим уравнение по данному условию и решим его:

$$\frac{x}{28} - \frac{1}{2} = \frac{144 - x}{24}$$

$$\frac{5x - 120}{240} = \frac{10(144 - x)}{240}$$

$$5x - 120 = 1440 - 10x$$

$$15x = 1560$$

$$x = 104 \text{ (км)} - \text{проехал } \text{II}^{\text{м}}^{\text{м}} \text{ велосипедист.}$$

Ответ: 104 км.

$$\sqrt{22}$$

I	144 - x	24	$\frac{144-x}{24}$	} на $\frac{1}{2}$ сумма
II	x	28	$\frac{x}{28}$	

$$\frac{144-x}{24} - \frac{x}{28} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{144-x}{24} - \frac{x}{28} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{6(144-x)}{168} - \frac{7x}{168} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{864-13x}{168} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{864-13x-84}{168} = 0$$

$$(864-13x-84) : 168 = 0$$

$$780 - 13x = 0$$

$$13x = 780$$

$$x = 60$$

Ответ: 60 км
проехал и велосипедист.

22) Пусть x км. — путь по велосипедиста, а y км. — путь по велосипедиста. Тогда:

	S	v	t
I вел.	144 км - x	24 км/ч	144- x 24
II вел.	144 км - y	28 км/ч	144- y 28

на 30 м

$$\frac{144-x}{24} - \frac{144-y}{28} = 30$$

$$\frac{36-x}{6} - \frac{36-y}{7} = 30$$

$$\frac{252-7x-252-6y}{42} = 30$$

$$\frac{-7x-6y}{42} = 30$$

$$-x-y = 30$$

№22.

	S	t	v
Λ	180	?	(?)
Π	52	?	$4 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

$$1) 52 : 4 = 13 \text{ (ч.)} - t$$

$$2) 180 : 13 = 13,45 \text{ (км/ч)} - v_{\Lambda}$$

Ответ: скорость лодки - 13,45 км/ч.

№22.

Представим данные задачи в таблице:

	S	v	t
плот	52	$\frac{52}{x+1}$	$\frac{x+1}{4}$
лодка	90	$\frac{90}{x+4}$	$\frac{90}{x+4}$

Получим уравнения

$$52 = \frac{52}{4} \cdot (x+1)$$

$$90 = 90 \cdot (x+4)$$

Пусть x - скорость лодки в неподвижной воде.

$$90 = \frac{90}{x+4} \cdot (x+4)$$

Ответ: скорость лодки в неподвижной воде равна 4 км/ч

$$\frac{90}{x+4} = \frac{90}{x+4}$$

$$90(x+4) = 90(x+4)$$

$$90x + 360 = 90x + 360$$

$$x = 360 : 90$$

$$x = 4$$

№ 22.	S	t	v	Пусть x - v
плот.	52	13	4	моторной лодки,
мотор. лодка	180	$\frac{180}{x}$	x	тогда, получаем
		x		уравнение:

$$13 - \frac{180}{x} = 1$$

$$12 = \frac{180}{x}$$

$$x = \frac{180}{12}$$

$$x = 15 \text{ (v мотор. лодки + v течения)}$$

$$1) \quad 15 - 4 = 11 \text{ км/ч.}$$

Ответ: v лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч.

№ 23 Построить график функции

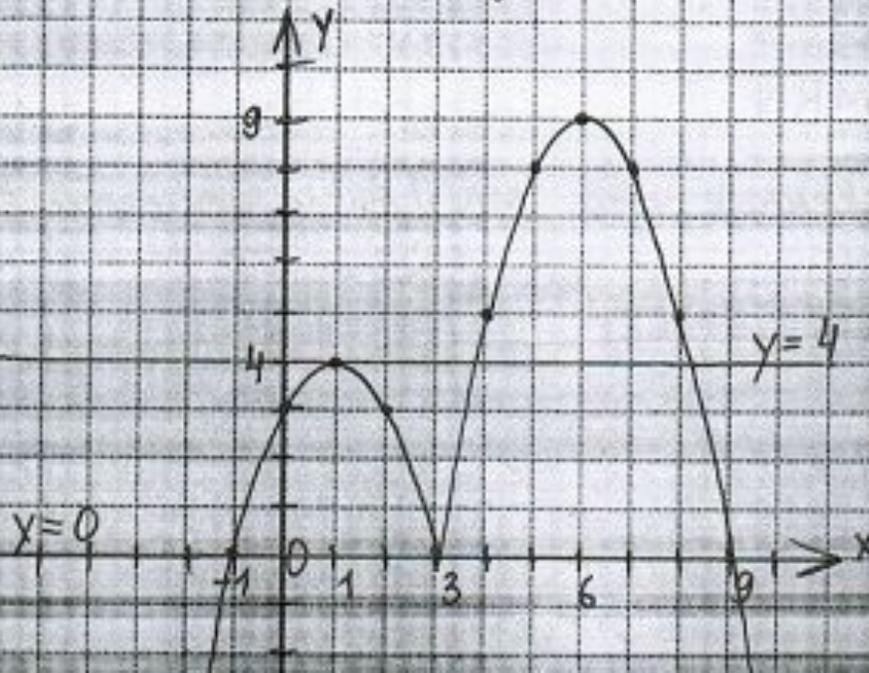
23.

$$y = 5|x - 3| - x^2 + 7x - 12$$

$$D(f): \mathbb{R}$$

$$y \begin{cases} -x^2 + 12x - 27, & x - 3 \leq 0 \\ -x^2 + 2x + 3, & x - 3 > 0 \end{cases}$$

Построить график функции



Ответ:

Прямая $y = m$
имеет с графиком
ровно три общие
точки при
 $m = 0$ и $m = 4$.

№23

$$y = 4|x-3| - x^2 + 8x - 15$$

$$y = \begin{cases} -x^2 + 4x - 3, & x \leq 0 \\ -x^2 + 12x - 27, & x > 0 \end{cases}$$

y



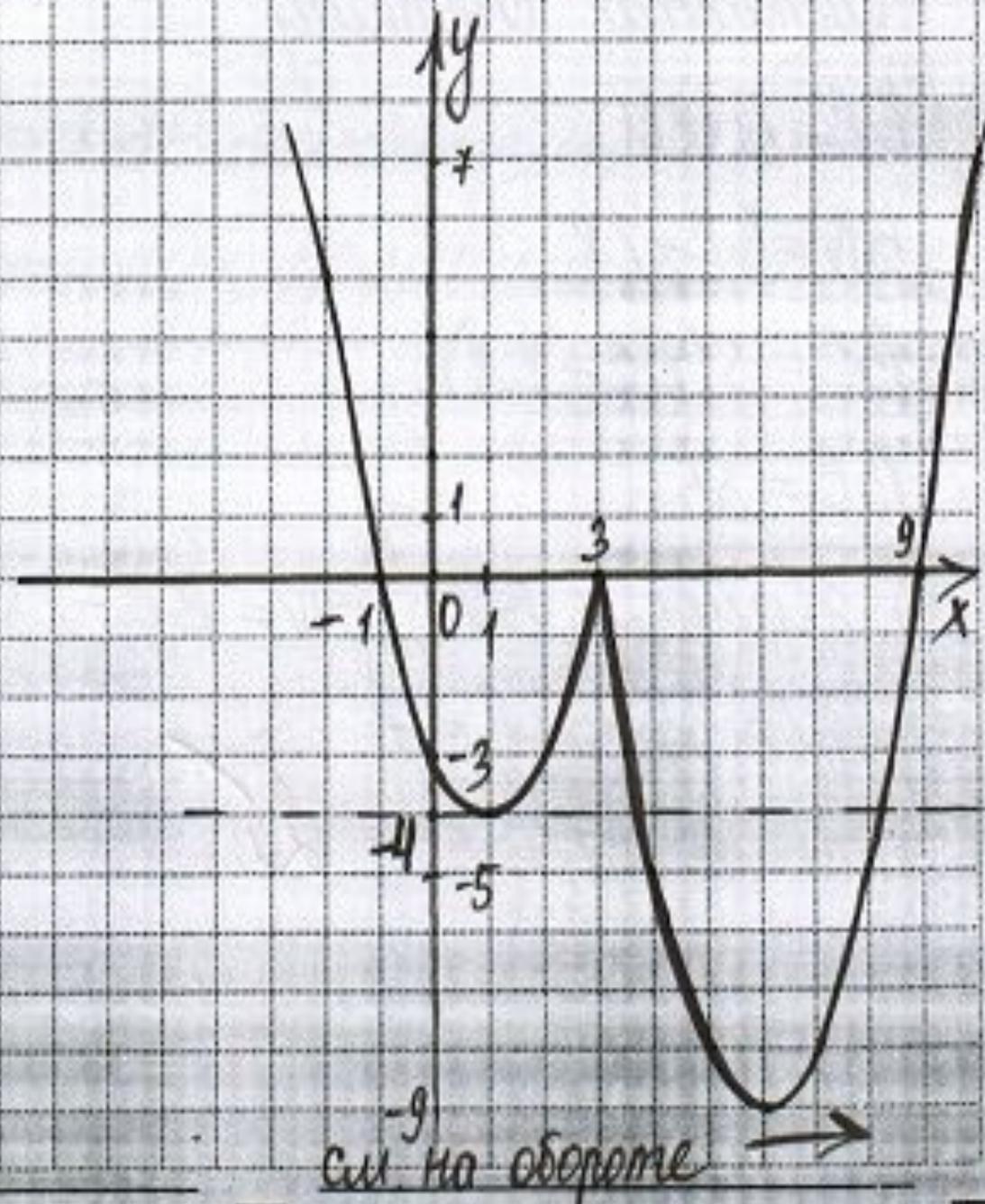
Ответ: прямая $y = m$ имеет
с графиком 3 общие
точки при $m \in (-\infty; -3]$

N23

$$y = 5|x-3| - x^2 + 7x - 12$$

$$y = \begin{cases} 5x - 15 - x^2 + 7x - 12, & x \geq 3 \\ -5x + 15 - x^2 + 7x - 12, & x < 3 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} x^2 - 12x + 27, & x \geq 3 \\ x^2 - 2x - 3, & x < 3 \end{cases}$$

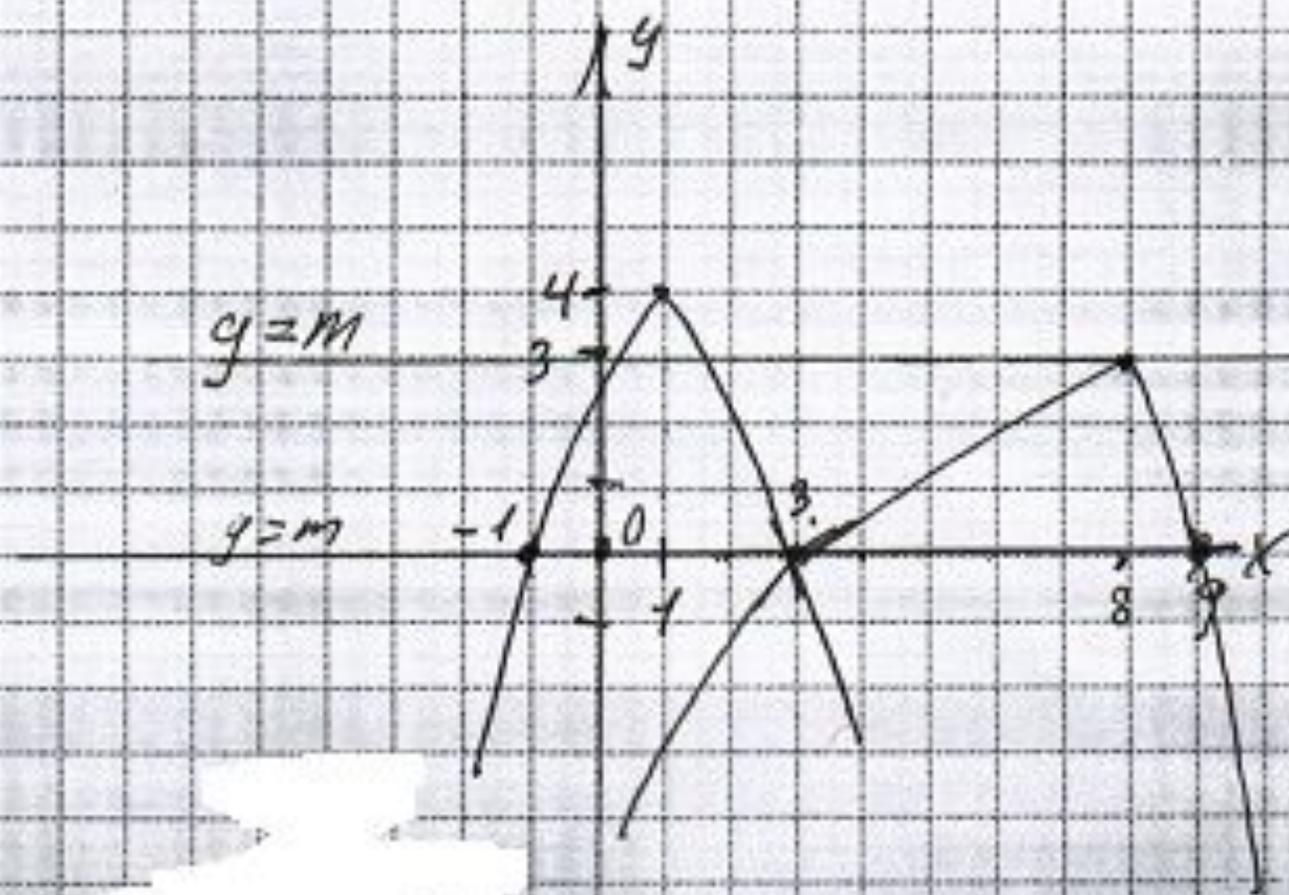


$$y = 5|x-3| - x^2 + 7 - 12$$

$$D(A) = \mathbb{R}$$

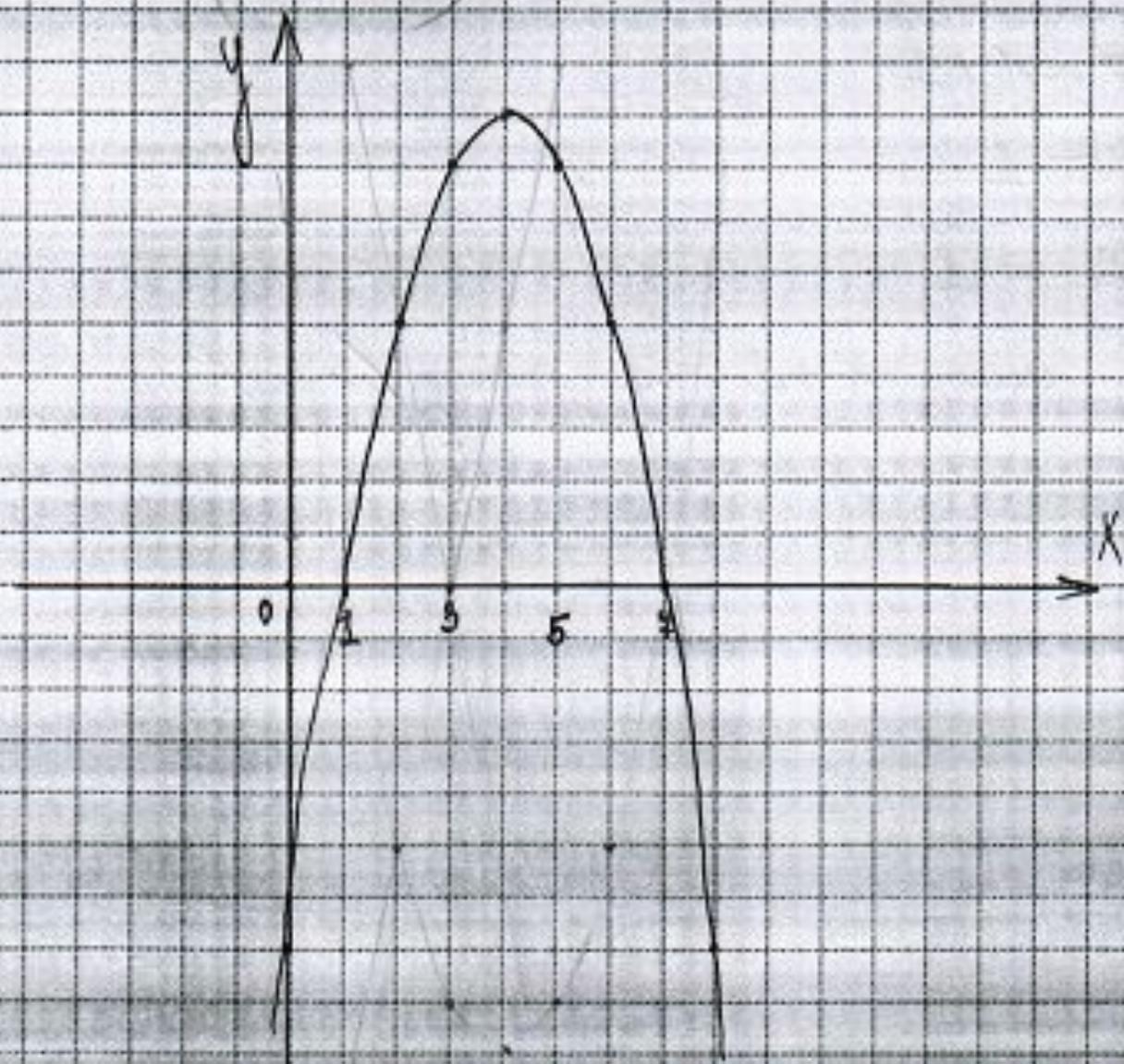
$$y = \begin{cases} -x^2 + 12x - 27 \\ -x^2 + 2x + 3 \end{cases}$$

Прямая $y=m$ имеет
с графиком три общие
точки при $m=4$; 0



N 23

$$y = \left(\frac{5}{x-3} \right) - x^2 + 7x - 12$$



$$-x^2 + 7x - 12 = y$$

$$D = 49 + 4 \cdot (-1) \cdot (-12) =$$

$$= 49 - 24 = 25$$

$$x_1 = \frac{-7 + 5}{-2} = 1,$$

$$x_2 = \frac{-7 - 5}{-2} = 7.$$

$$y = \frac{5}{x-3}$$

x	1	2	3
---	---	---	---

y	-10	-5	0
---	-----	----	---

№23

$$y = 4|x-3| - x^2 + 8x - 15$$

1.сл.

$$\text{при } x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$$

$$y_1 = 4x - 12 - x^2 + 8x - 15$$

$$y_1 = -x^2 + 12x - 27$$

x	3	4	5	6	7	8	9
y	0	5	8	9	8	5	0

2.сл.

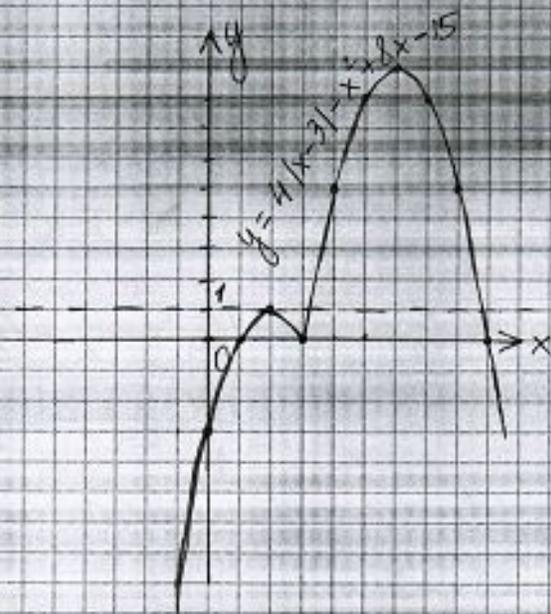
$$\text{при } x-3 < 0 \Rightarrow x < 3$$

$$y_2 = -4x + 12 - x^2 + 8x - 15$$

$$y_2 = -x^2 + 4x - 3$$

x	3	2	1	0	-1
y	0	1	0	-3	-8

$$y = m$$

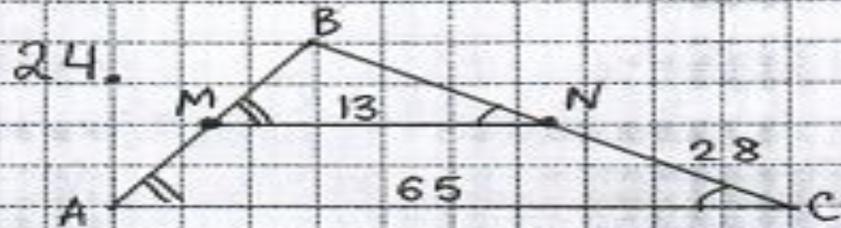


Ответ: при $m \in [0; 1]$ прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Геометрия



№ 24 Решить задачу (2 балла)



Дано: $MN \parallel AC$,
 $MN = 13$, $AC = 65$, $NC = 28$.

Найти: BN

Решение:

1) Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle MBN$

$\angle BAC = \angle BMN$ (соответственные при $MN \parallel AC$ и секущей BA)

$\angle BCA = \angle BNM$ (соответственные при $MN \parallel AC$ и секущей BC)

$\triangle ABC \sim \triangle MBN$
(подобны по двум углам)



2)

$$\frac{AC}{MN} = \frac{BC}{BN}$$

Пусть $BN = x$, тогда

$$\frac{65}{13} = \frac{28 + x}{x}$$

$$65x = 364 + 13x$$

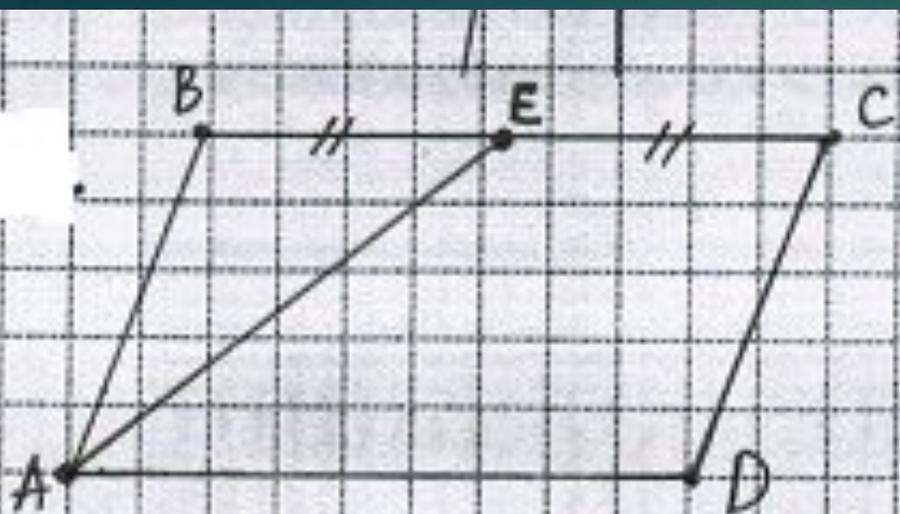
$$52x = 364$$

$$x = 7$$

$$BN = 7$$

Ответ: ~~28~~ 7

№ 25 Доказать (2 балла)



Дано: $ABCD$ - параллелограмм,
 $BC = 2 \cdot AB$,
 $BE = EC$.

Доказать: AE - биссектриса $\angle BAD$

Доказательство:

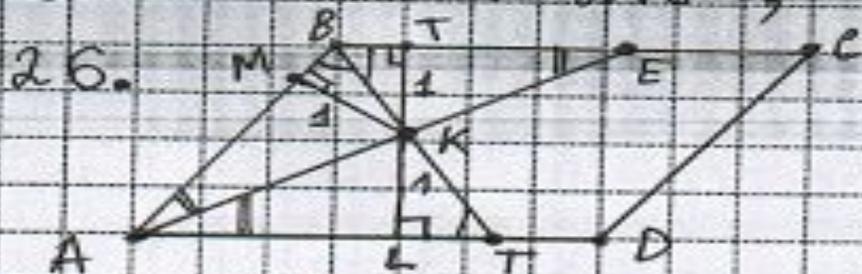
1) $AB = \frac{1}{2} BC$ (по условию) $= BE \Rightarrow \triangle ABE$ равнобедренный

2) $\angle BAE = \angle BEA$ (так как $\triangle ABE$ равнобедренный)

3) $\angle BEA = \angle EAD$ (накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей AE)

$\angle BEA = \angle EAD = \angle BAE \Rightarrow AE$ делит угол $\angle BAD$ на равные углы, тогда AE - биссектриса.

№ 26 Сложная задача (2 балла)



Дано: $ABCD$ - параллелограмм,
 $BC = 18$,
 $MK = 1$ (высота)

Найти: S_{ABCD}

Решение:

1) $\angle KABT = \angle BEA$ (накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей AE)
 $\Downarrow \triangle ABE$ равнобедренный

$\angle EBT = \angle BTA$ (накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей BT)
 $\Downarrow \triangle ABT$ равнобедренный

2) $\triangle ABK = \triangle KBE$ (по трем сторонам)
 $\triangle ABK = \triangle AKT$ (по трем сторонам)

3) Проведем из точки K к стороне BE перпендикуляр $KT \perp BE$,
 $\triangle MKB = \triangle BKT$ (по гипотенузе и прилежащему к ней углу)
 $\Downarrow MK = KT = 1$

Проведем из точки K перпендикуляр к стороне AD , $KL \perp AD$,
 $\triangle BTK = \triangle KTL$ (по гипотенузе и прилежащему к ней углу)
 $\Downarrow KT = KL = 1$

$TL = TK + KL = 2$, TL - высота h , проведенная к основанию AD

4) $S_{ABCD} = 18 \cdot 2 = 36$, $S_{ABCD} = AD \cdot TL$.

Ответ: Площадь параллелограмма 36.