

# **Управление инвестициями**

## **Модуль 7**

### **Основы управления финансовыми активами**

# Модели оценки стоимости финансовых активов

## Базовая модель оценки стоимости финансовых активов (DCF-модель):

$$V_0 = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+d)^t}$$

где  $CF_t$  — ожидаемый денежный поток в  $t$ -м периоде;  
 $d$  — приемлемая (ожидаемая или требуемая) доходность;  
 $n$  — число периодов, включенных в расчет.

**DCF-модель** предполагает капитализацию дохода с доходностью, равной ставке дисконтирования. Для разных инвесторов  $V_0$  может иметь разные значения, т.к. по-разному оцениваются поступления денежных средств, приемлемая норма доходности.

Приемлемая норма доходности ( $d$ ) может быть принята в размере:

- ставки процента по банковскому депозиту;
- ставки процента, выплачиваемого по вкладам, плюс надбавка за риск;
- процента, выплачиваемого по государственным ценным бумагам, плюс надбавка за риск.

## ***Модели оценки облигаций***

**Оценка облигаций с нулевым купоном (облигаций, по которым поступления денежных средств по годам, за исключением последнего, равны нулю) :**

$$V_o = \frac{CF}{(1+d)^n} = \frac{N+I}{(1+d)^n}$$

*где  $V_o$  — стоимость облигации с позиции инвестора (теоретическая стоимость);*

*CF — сумма, выплачиваемая при погашении облигации;*

*n — число лет, через которое произойдет погашение облигации;*

*d — приемлемая (ожидаемая или требуемая) доходность*

*I — доход в абсолютном выражении;*

*N — номинальная стоимость облигации, подлежащая погашению в конце срока*

## ***Модели оценки облигаций***

*Пример:*

Облигация с нулевым купоном нарицательной стоимостью 1000 руб. и сроком погашения 5 лет продается за 630,12 руб. Проанализировать целесообразность приобретения этих облигаций на основе показателя внутренней (теоретической) стоимости, если имеется возможность альтернативного инвестирования с нормой прибыли в 12%.

*Решение:*

$$V_o = \frac{1000}{(1 + 0.12)^5} = 567,43 \text{ руб.}$$

Реальная цена, по которой продается облигация (630,12 руб.), завышена относительно ее внутренней (теоретической) стоимости (567,43 руб.), поэтому ее покупка нецелесообразна.

# Модели оценки облигаций

Оценка бессрочных облигаций (облигаций, долговая выплата по которым производится в установленном проценте или по плавающей ставке) осуществляется по формуле:

$$V_a = \frac{CF}{d} = \frac{I}{d}$$

где  $CF$  — ежегодная сумма дохода, выплачиваемая по облигации;

Пример:

$d$  — требуемая доходность инвестируемого капитала.

Вычислить теоретическую стоимость бессрочной облигации, если выплачиваемый по ней годовой доход составляет 1000 руб., а рыночная приемлемая норма прибыли — 18%. При каком условии инвестирование средств в эти облигации эффективно.

Решение:

$$V_o = \frac{1000}{0.18} = 5555,56 \text{ руб.}$$

Если рыночная цена облигации больше чем 5555,56 руб., инвестирование средств в облигации не имеет смысла.

## Модели оценки облигаций

### Оценка безотзывных облигаций с постоянным доходом (облигаций, денежный поток которых складывается из одинаковых по годам поступлений и нарицательной стоимости в момент погашения)

— при годовом начислении процентов

$$V_o = I_k * \sum_{t=1}^n \frac{I_k}{(1 + d_s)^t} + \frac{N}{(1 + d_s)^n}$$

— при полугодовом начислении процентов

$$V_o = \sum_{k=1}^{2n} \frac{\frac{I_k}{2}}{(1 + \frac{d}{2})^k} + \frac{N}{(1 + \frac{d}{2})^{2n}}$$

где  $I_k$  — *годовой купонный доход*;

$N$  — *нарицательная стоимость, выплачиваемая при погашении облигации*;

$d$  — *требуемая доходность инвестируемого капитала*;

$n$  — *число лет до погашения облигаций*;

$k$  — *число раз начисления процентов*.

**Оценка отзывных облигаций с постоянным доходом производится по данным формулам, в которых**

**нарицательная стоимость  $N$  заменена выкупной ценой  $P$ .**

# Модели оценки облигаций

Пример:

Рассчитать рыночную цену облигации нарицательной стоимостью 1000 руб. с купонной ставкой 15% годовых и сроком погашения через четыре года, если рыночная норма прибыли по финансовому инструменту такого рода равна 10%. Процент по облигации выплачивается дважды в год.

$$\begin{aligned} V_0 &= \sum_{k=1}^{2*4} \frac{1000 * 0.15}{(1 + \frac{0.1}{2})^k} + \frac{1000}{(1 + \frac{0.1}{2})^{2*4}} = \\ &= \frac{75}{(1 + 0.05)^1} + \frac{75}{(1 + 0.05)^2} + \dots + \frac{75}{(1 + 0.05)^7} + \\ &+ (1000 + 75) * \frac{1}{(1 + 0.05)^8} = 75 * 5.786 + 1075 * 0.677 = \\ &= 1161.73 \text{ руб.} \end{aligned}$$

## ***Модели оценки стоимости акций***

**Оценка стоимости акции, используемой в течение заранее неопределенного срока, производится по формуле:**

$$V_a = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+d_s)^t}$$

*где  $V_a$  — внутренняя или теоретическая стоимость акции с позиции инвестора, выполняющего анализ (субъективная оценка инвестором ожидаемого потока и рискованность акции);*

*$D_t$  — сумма дивидендов, предполагаемая к получению в каждом  $t$  периоде;*

*$d_s$  — текущая требуемая доходность.*

# ***Модели оценки стоимости акций***

Для оценки стоимости акции, используемой в течение заранее определенного срока, используется формула:

$$V_a = \sum_{t=1}^n \frac{D_t}{(1 + d_s)^t} + \frac{P_m}{(1 + d_s)^n}$$

где  $D_t$  — *сумма дивидендов, предполагаемая к получению в каждом  $t$  периоде;*

$P_m$  — *ожидаемая курсовая стоимость акции в конце периода ее использования;*

$d_s$  — *текущая требуемая доходность;*

$n$  — *число периодов, включенных в расчет.*

## ***Модели оценки стоимости акций***

*Пример:* Определить теоретическую стоимость акции, если известно, что предполагаемый дивиденд по ней составляет 2 руб., акцию планируется продать через 5 лет по цене 20 руб., требуемая текущая доходность равна 12%.

*Решение:*

$$V_a = \sum_{t=1}^5 \frac{2}{(1 + 0.12)^t} + \frac{20}{(1 + 0.12)^5} =$$
$$2 * 3.605 + 20 * 0.567 = 18.55 \text{ руб.}$$

## ***Модели оценки стоимости акций***

**Оценка стоимости акции со стабильным уровнем дивиденда (привилегированных акций) производится по формуле:**

$$V_a = \frac{CF}{d_s} = \frac{D}{d_s}$$

где  $V_a$  — текущая цена привилегированной акции;

$D$  — ожидаемый фиксированный дивиденд;

*пример*  $d_s$  — текущая требуемая доходность.

Привилегированная акция номиналом 25 руб. выпущена со ставкой фиксированного дивиденда 30% годовых. Требуемый уровень доходности данной акции, соответствующий ее риску, составляет 35% годовых в рублях. По какому курсу будет продаваться данная акция?

*Решение:*

$$D = 25 * 0,3 = 7,5 \text{ руб.}$$

$$V_a = \frac{7.5}{0.35} = 21.43 \text{ руб.}$$

# **Модели оценки стоимости акций**

**Для оценки стоимости акций с равномерно возрастающим дивидендом используется формула:**

$$V_a = \frac{D_i}{d_s - g}$$

где  $V_a$  — внутренняя или теоретическая стоимость акции с позиции инвестора, выполняющего анализ (субъективная оценка инвестором ожидаемого потока и рискованность акции);

$D_i$  — дивиденд, ожидаемый к получению ( $D_i = D_0 * (1 + g)^i$ ), где  $D_0$  — последний фактически выплаченный дивиденд);  
 $d_s$  — требуемая доходность акции, учитывающая как риск, так доходность альтернативных вариантов инвестирования;

— предполагаемый темп прироста дивиденда.

Равномерный рост дивидендов означает, что:

- доходы корпорации так же равномерно увеличиваются;
- доля прибыли, выплачиваемая в виде дивидендов, остается постоянной.

# Модели оценки стоимости акций

*Пример:*

Темп роста дивиденда по акции российской компании А за прошлые годы составляет:

g 1 12 %

g 2 8 %

g 3 20 %

g 4 12 %

g 5 10 %

Дивиденд, ожидаемый в текущем периоде, равен 0,35 руб. за акцию. Оцените курс акции, если требуемый уровень ее доходности составляет, по рыночным данным, 23% годовых.

*Решение:*

$$g_{cp} = \sqrt[6]{1.12 * 1.08 * 1.2 * 1.12 * 1.1 * 1.22} = 10\%$$

$$V_a = \frac{0.35}{0.23 - 0.10} = 2.69 \text{ руб.}$$

# Доходность финансового актива

*Доходность финансового актива — это относительный показатель, характеризующий эффективность использования финансовых активов.*

$$d = \frac{I}{CI}$$

Исходная формула расчета доходности :

где  $d$  — доход, генерируемый активом (дивиденд, процент, прирост капитализированной стоимости);

$I$  — регулярный доход от использования актива, полученный в виде процентов или дивидендов;

$CI$  — величина инвестиций в актив.

- **Фактическая доходность**, рассчитываемая на основе фактически полученных данных и имеющая значение лишь для ретроспективного анализа.
- **Ожидаемая доходность**, рассчитываемая на основе прогнозных данных в рамках имитационного перспективного анализа и используемая для принятия решения о целесообразности приобретения тех или иных

# Доходность финансового актива

Алгоритм расчета доходности актива может представлен следующим образом:

$$d_t = \frac{I}{P_o} + \frac{P_m - P_o}{P_o} \quad \text{или} \quad d_s + d_c$$

где  $d_t$  — общая доходность;

$d_s$  — текущая доходность;

$d_c$  — капитализированная доходность;

$P_o$  — цена приобретения актива;

$P_m$  — ожидаемая цена реализации актива;

$I$  — регулярный доход от использования актива, полученный в виде процентов или дивидендов.

*Пример:*

Предприниматель год назад приобрел акцию предприятия по цене 15 руб. Рыночная цена акции на текущий момент равна 16,7 руб., дивиденды по акции за год составили 1 руб. Определить общую доходность актива для предпринимателя.

Решение:  $d_t = \frac{1}{15} + \frac{16.7 - 15}{15} = 0.18$  или 18%

# ***Доходность облигаций***

***Доходность облигации без права досрочного погашения (YTM) (доходность к погашению) определяется по формуле:***

$$YTM = \frac{I_k + \frac{N - P_o}{t}}{\frac{N + P_o}{2}}$$

*где N — номинал облигации;*

*P<sub>o</sub> — текущая цена (на момент оценки);*

*I<sub>k</sub> — купонный доход;*

*t — число лет, оставшихся до погашения облигации.*

*Пример:*

Рассчитать доходность облигации нарицательной стоимостью 1000 руб. с годовой купонной ставкой 9%, имеющую рыночную цену 840 руб. Облигация будет приниматься к погашению через 8 лет.

*Решение:*

$$YTM = \frac{1000 * 0.09 + \frac{1000 - 840}{8}}{\frac{1000 - 840}{2}} = 0.12 \text{ или } 12\%$$

# Доходность облигаций

При сравнении доходности *ггм* облигаций (без права досрочного погашения) с различной частотой начисления процентов — годовое, квартальное, ежемесячное и т.д. — необходимо перейти от номинальной ставки ( $d_n$ ) к эффективной или сравнимой процентной ставке ( $d_e$ ).

Эффективная ставка может быть рассчитана по формуле:

$$d_e = \left(1 + \frac{d_n}{m}\right)^m - 1.0$$

где  $d_n$  -номинальная годовая процентная ставка (доходность);

$d_e$  -эффективная годовая процентная ставка;

$m$  -количество начислений процентов в год.

Пример:

Необходимо определить эффективную среднегодовую процентную ставку при следующих условиях - денежная сумма 1000 руб.

приносит доход в течение двух лет, годовая процентная ставка, по которой ежеквартально осуществляется начисление процента, составляет 10%.

Решение:

$$d_e = \left(1 + \frac{0.1}{4}\right)^4 - 1 = 0.1038 \text{ или } 10,38\%$$

# ***Доходность облигаций***

Оценка доходности на момент отзыва облигации с рынка или ее досрочного погашения производится помощью показателя **доходность облигации с правом досрочного погашения (YTC)**.

*Расчет YTC осуществляется на основе формулы оценки безотзывной облигации с постоянным доходом с выплатой процентов каждые полгода, в которой номинал заменен выкупной ценой  $P_m$ .*

$$V_o = \sum_{t=1}^{2n} \frac{2}{\left(1 + \frac{d}{2}\right)^k} + \frac{P_m}{\left(1 + \frac{d}{2}\right)^{2n}}$$

*Пример:* Облигация номиналом 1000 руб. и погашением через 10 лет была выпущена 3 года назад. В настоящее время ее цена равна 1050 руб. Проценты выплачиваются каждые полгода по ставке 14% годовых. В проспекте эмиссии указано, что в течение 5 лет предусмотрена защита от досрочного погашения. Выкупная цена превышает номинал на сумму годовых процентов. Рассчитать YTM, YTC.

*Решение:*

До погашения облигации осталось 7 лет, через 2 года облигация может быть досрочно погашена эмитентом (защита от досрочного погашения предусмотрена в течение 5 лет, с момента выпуска облигации прошло 3 года). Каждые полгода выплачивается купонный доход  $(\frac{1000 * 0,14}{2})$  в размере 70 руб.

Доходность облигации без права досрочного погашения, или доходность к погашению (YTM), определяется с помощью функции Excel «Подбор параметра» на основе формулы оценки безотзывной облигации с постоянным доходом с выплатой процентов каждые полгода:

$$1050 = \sum_{k=1}^{7*2} \frac{70}{(1 + \frac{YTM}{2})^k} + \frac{1000}{(1 + \frac{YTM}{2})^{14}} \Rightarrow YTM = 12.89\%$$

Доходность облигации с правом досрочного погашения (YTC) осуществляется с помощью функции Excel «Подбор параметра» на основе формулы оценки безотзывной облигации с постоянным доходом с выплатой процентов каждые полгода, в которой номинал (N) заменен выкупной ценой ( $P_m = 1000 + 1000 * 0,14 = 1140$  руб.):

$$1050 = \sum_{k=1}^{2*2} \frac{70}{(1 + \frac{YTC}{2})^k} + \frac{1140}{(1 + \frac{YTC}{2})^4} \Rightarrow YTC = 17.1\%$$

# Доходность акций

Для оценки доходности бессрочной привилегированной акции используется формула:

$$d_t = \frac{D}{P_o}$$

где  $D$  — ожидаемый дивиденд;

$P_o$  — текущая рыночная цена акции.

Пример:

Компания «Иванов и К<sub>о</sub>» эмитировала бессрочные привилегированные акции со ставкой 10%. Номинал акции — 100 руб., дивиденды выплачиваются поквартально. Акции продаются за 85 руб. Какова ожидаемая номинальная доходность акции? Какова ожидаемая эффективная годовая доходность?

Решение:

$$d_t = \frac{100 * 0.1}{85} = 0.1176 \text{ (или } 11.76\%)$$

$$d_e = \left(1 + \frac{0.1176}{4}\right)^4 = 0.1229 \text{ (или } 12.29\%)$$

# Доходность акций

Доходность (ожидаемая) обыкновенной акции с равномерно возрастающим дивидендом определяется по формуле:

$$d_t = \frac{D_i}{P_o} + g$$

где  $D_i$  — ожидаемый дивиденд ( $D_i = D_0 (1 + g)^i$ ), где  $D_0$  — последний полученный к моменту оценки дивиденд по акции);

$P_o$  — цена акции на момент оценки;

$g$  — темп прироста дивиденда.

*Пример:*

Согласно прогнозу, компания «Северные зори» выплатит очередной годовой дивиденд в размере 2 руб.; в дальнейшем дивиденды будут увеличиваться с темпом прироста 6% в год. Акции продаются по цене 22,22 руб. Какова ожидаемая доходность акции?

*Решение:*

$$d_t = \frac{2}{22.22} + 0.06 = 0.15(15\%)$$

## **Оценка риска финансовых активов**

При оценке риска финансовых активов необходимо иметь в виду особенности применения статистических коэффициентов:

- Результативность операций с финансовыми активами принято измерять не доходом, а доходностью.
- Основными показателями оценки риска на рынке капиталов являются дисперсия и среднее квадратичное отклонение.
- На финансовом рынке большинство величин, представляющих интерес для инвесторов, оцениваются в вероятностных терминах.

Риск актива — величина непостоянная и зависит, в частности, от того, в каком контексте рассматривается данный актив: изолированно или как составная часть инвестиционного портфеля.

## Оценка риска финансовых активов

Оценка риска альтернативных вариантов инвестиций в предположении, что каждый из них рассматривается изолированно (общего риска) в вероятностных терминах, производится по следующему алгоритму:

1. Делаются прогнозные оценки значений доходности ( $d_i$ ) и вероятностей их осуществления ( $p_i$ );

2. Рассчитывается наиболее вероятная доходность ( $d_{ml}$ ) по формуле:

$$d_{ml} = \frac{\sum d_i * p_i}{\sum_{i=1}^n p_i}$$
$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (d_i - d_{ml})^2 * p_i} \quad v = \frac{\sigma}{d_{ml}}$$

3. Рассчитывается среднеквадратичное (стандартное) отклонение ( $\sigma$ ) по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (d_i - d_{ml})^2 * p_i}$$

4. Рассчитывается коэффициент вариации:

$$v = \frac{\sigma}{d_{ml}}$$

*Пример:* Оценить риск каждого из альтернативных финансовых инструментов, если имеются следующие характеристики:

Показатель	Вариант А	Вариант В
Доходность (экспертная оценка), %:		
пессимистическая	14	13
наиболее вероятная	16	17
оптимистическая	18	21
Вероятность наиболее вероятной доходности, %:		
пессимистическая	15	25
наиболее вероятная	55	55
оптимистическая	30	20

Решение:

$$d_{mlA} = 14 * 0.15 + 16 * 0.55 + 18 * 0.3 = 16.3\%$$

$$d_{mlB} = 13 * 0.25 + 17 * 0.55 + 21 * 0.2 = 16.8\%$$

$$\sigma_A = \sqrt{(14 - 16.3)^2 * 0.15 + (16 - 16.3)^2 * 0.55 + (18 - 16.3)^2 * 0.3} = 1.31\%$$

$$\sigma_B = \sqrt{(13 - 16.8)^2 * 0.25 + (17 - 16.8)^2 * 0.55 + (21 - 16.8)^2 * 0.2} = 2.68\%$$

$$v_A = \frac{1.31}{16.3} = 0.08$$

$$v_B = \frac{2.68}{16.8} = 0.16$$

# Оценка риска финансовых активов

При оценке портфеля и целесообразности операций с входящими в него активами необходимо оперировать с показателями доходности и риска портфеля в целом.

Ожидаемая доходность портфеля ( $d_p$ ) представляет собой линейную функцию показателей доходности входящих в него активов (или средневзвешенную доходность отдельных активов) :

$$d_p = \sum_{j=1}^n d_j * a_j$$

где  $d_j$  — доходность  $j$ -го актива;

$a_j$  — доля  $j$ -го актива в портфеле;

$n$  — число активов в портфеле.

Мерой риска портфеля может служить показатель среднего квадратичного отклонения.

---

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^k a_i^2 * \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k a_i * a_j * K_{ij} * \sigma_i * \sigma_j}$$

где  $a_i$  - доля  $i$ -го актива в портфеле;

$\sigma_i$  — вариация доходности  $i$ -го актива;

$K_{ij}$  — коэффициент корреляции между ожидаемыми доходностями  $i$ -го и  $j$ -го активов.