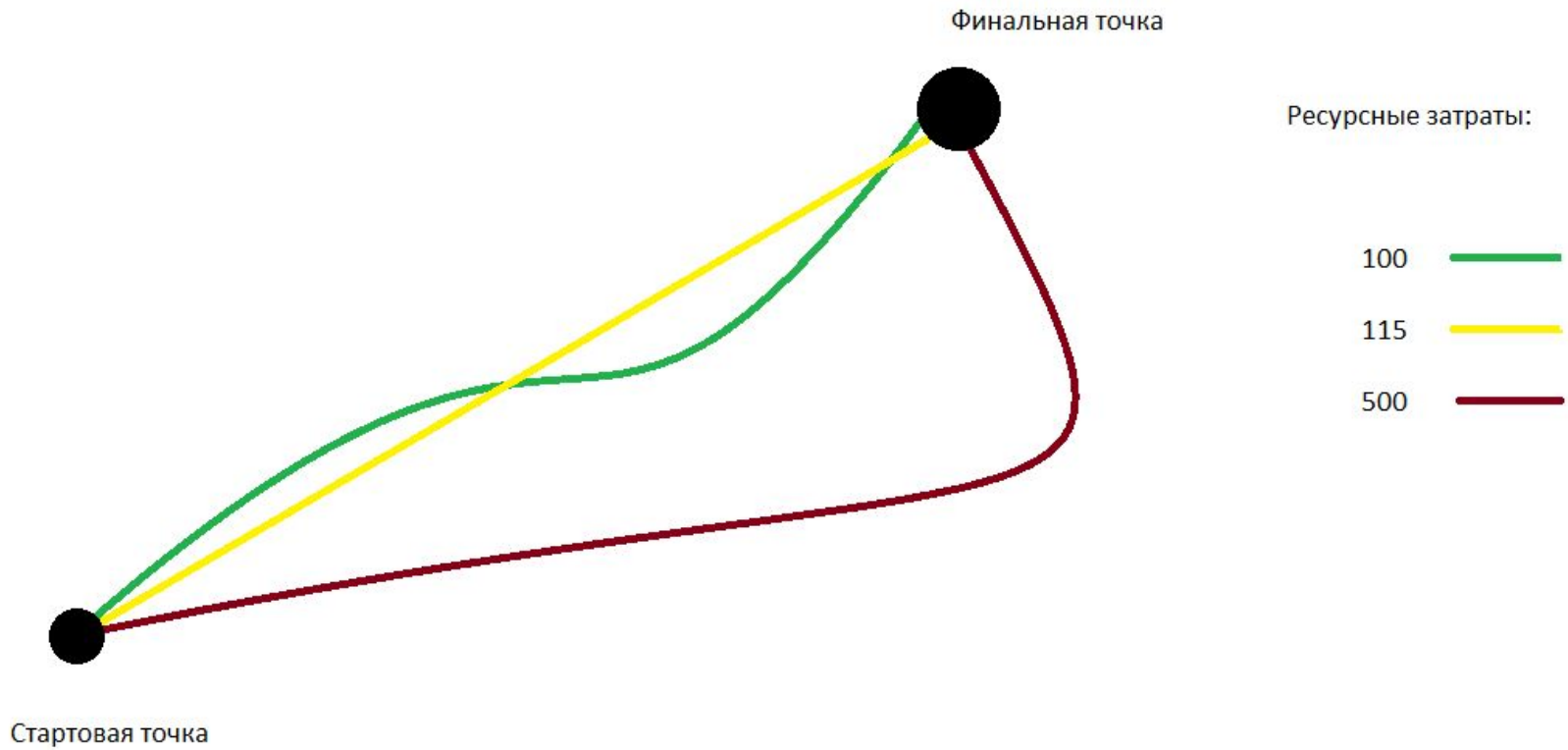


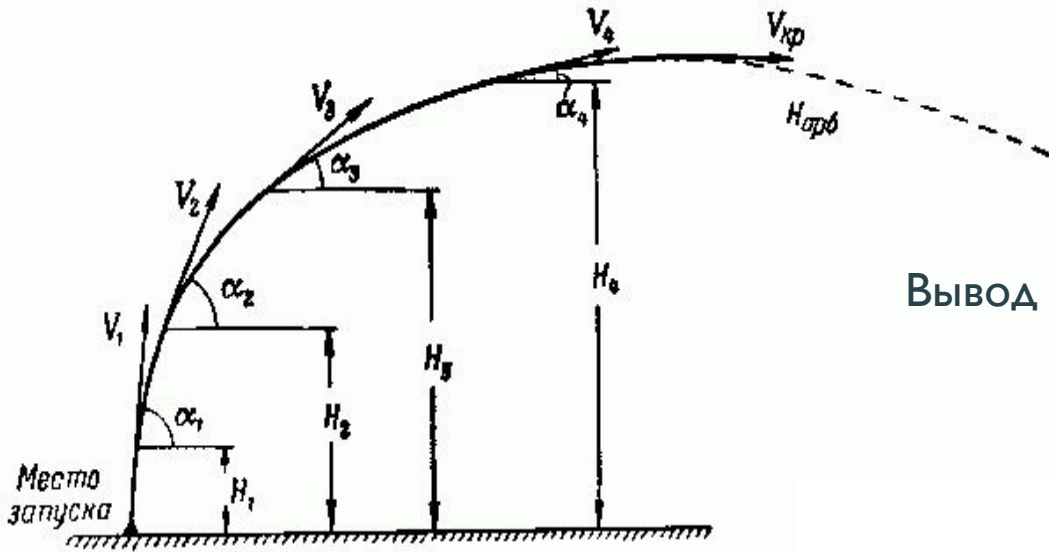
Управление ракетой-носителем

Ракетная техника глазами математика

Задача оптимального управления

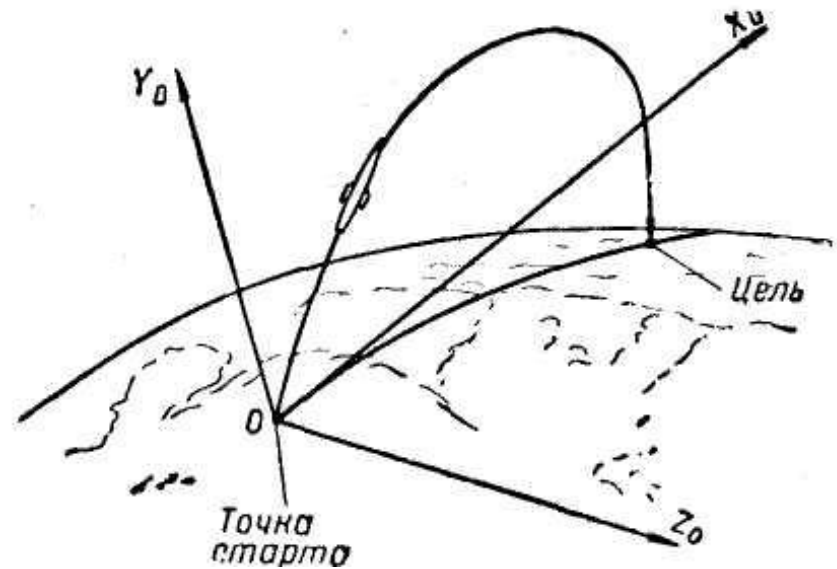


Задача управления ракетой



Вывод полезной нагрузки на орбиту

Максимальная дальность (МБР)



Средства управления



ФАУ-2: графитовые рули в реактивной струе
двигателя





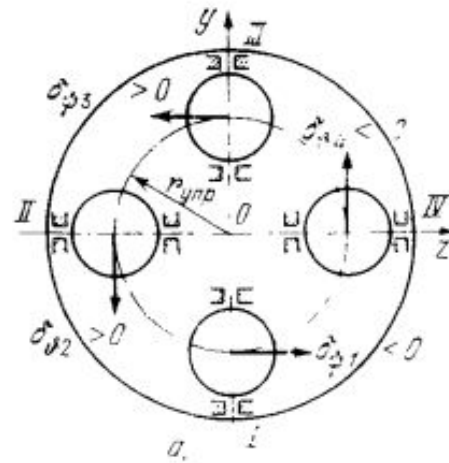
Space Shuttle: управляемый вектор тяги основных ЖРД



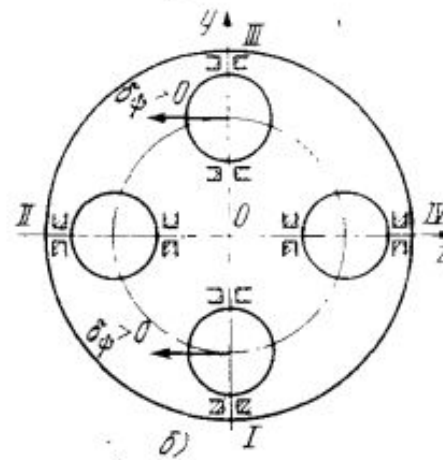


Сатурн-5: управление вектором тяги

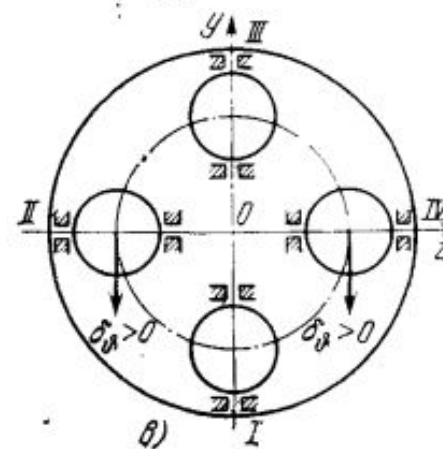




По крену



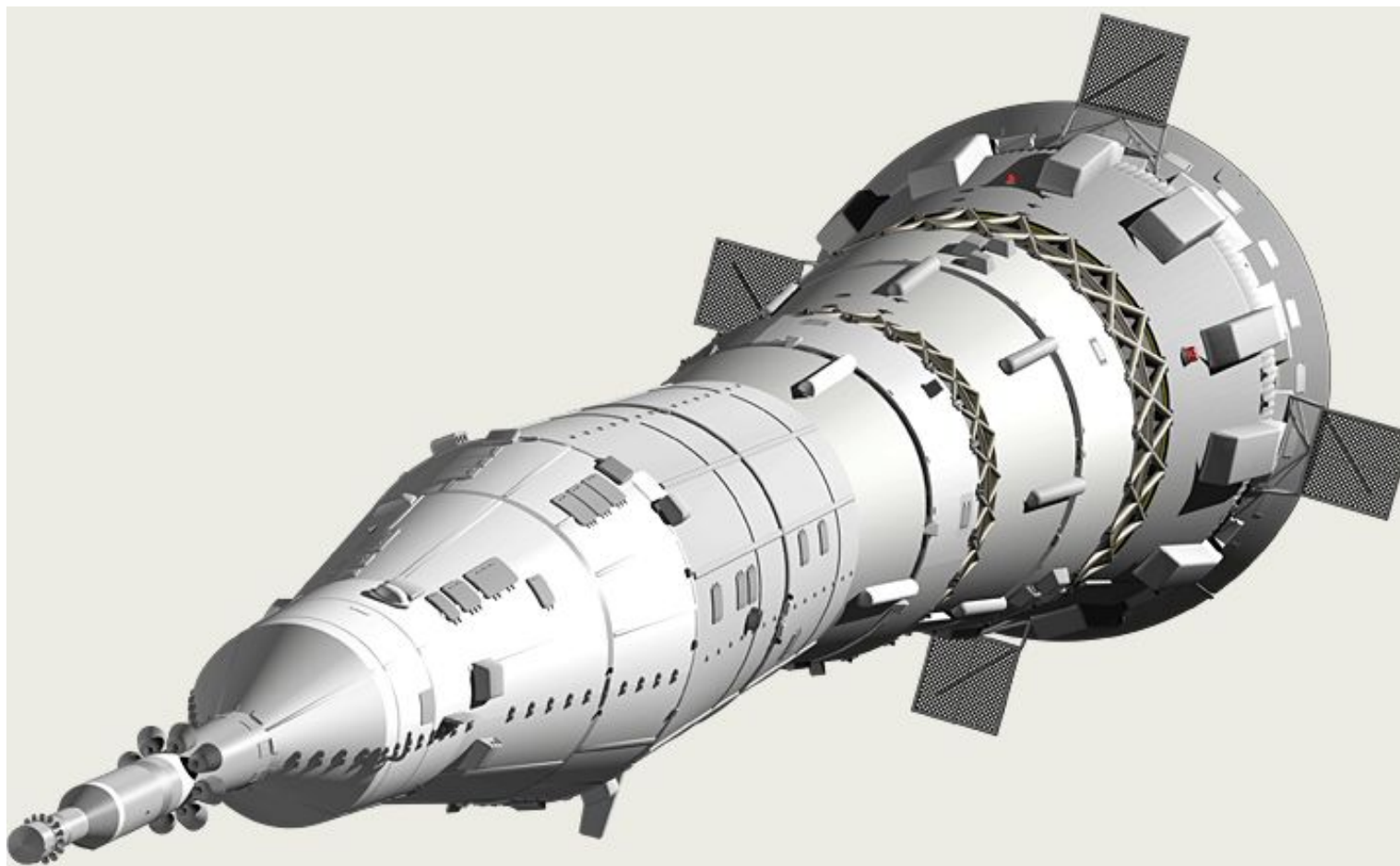
По тангажу



По рысканью

Создание управляющего момента:

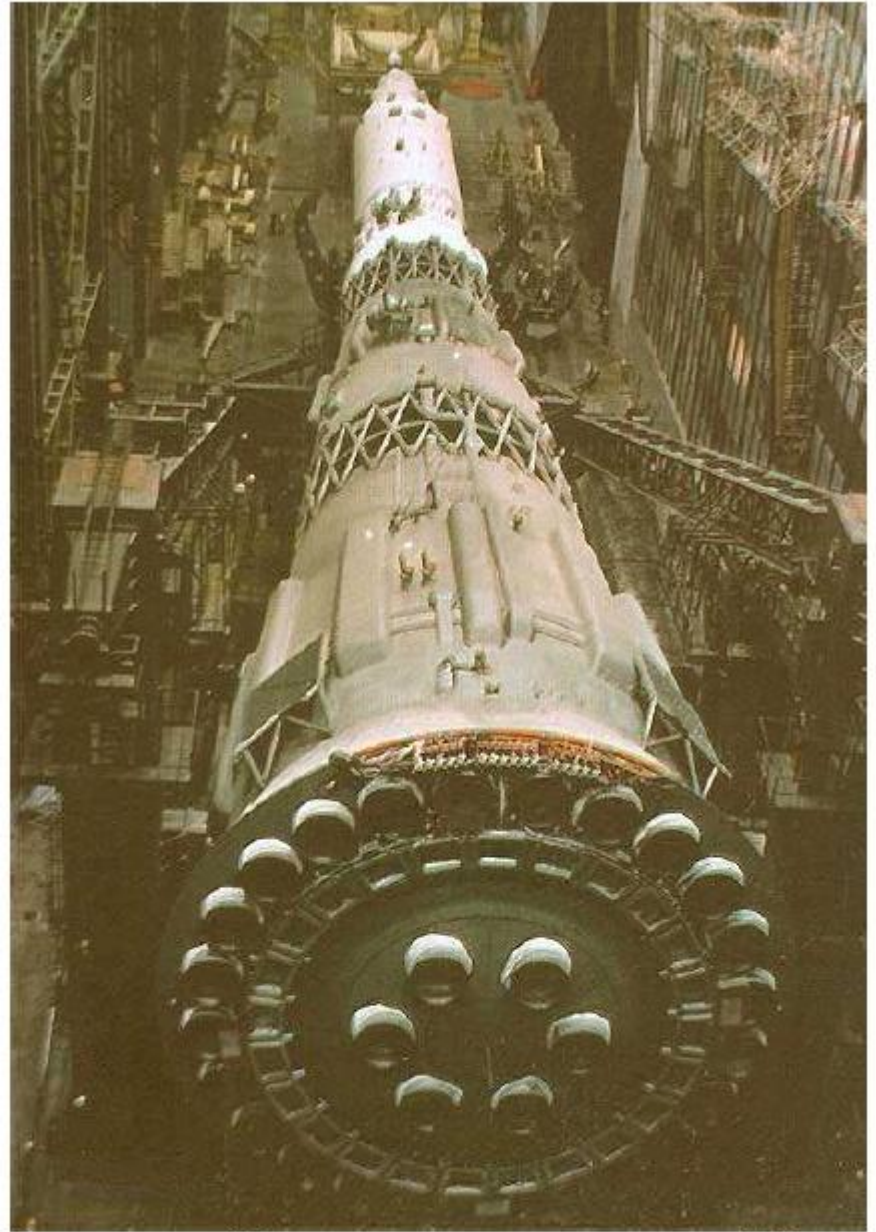




Н-1: решетчатые аэродинамические рули



Создание управляющего момента
разностью двигателей по окружности



Нестандартные схемы

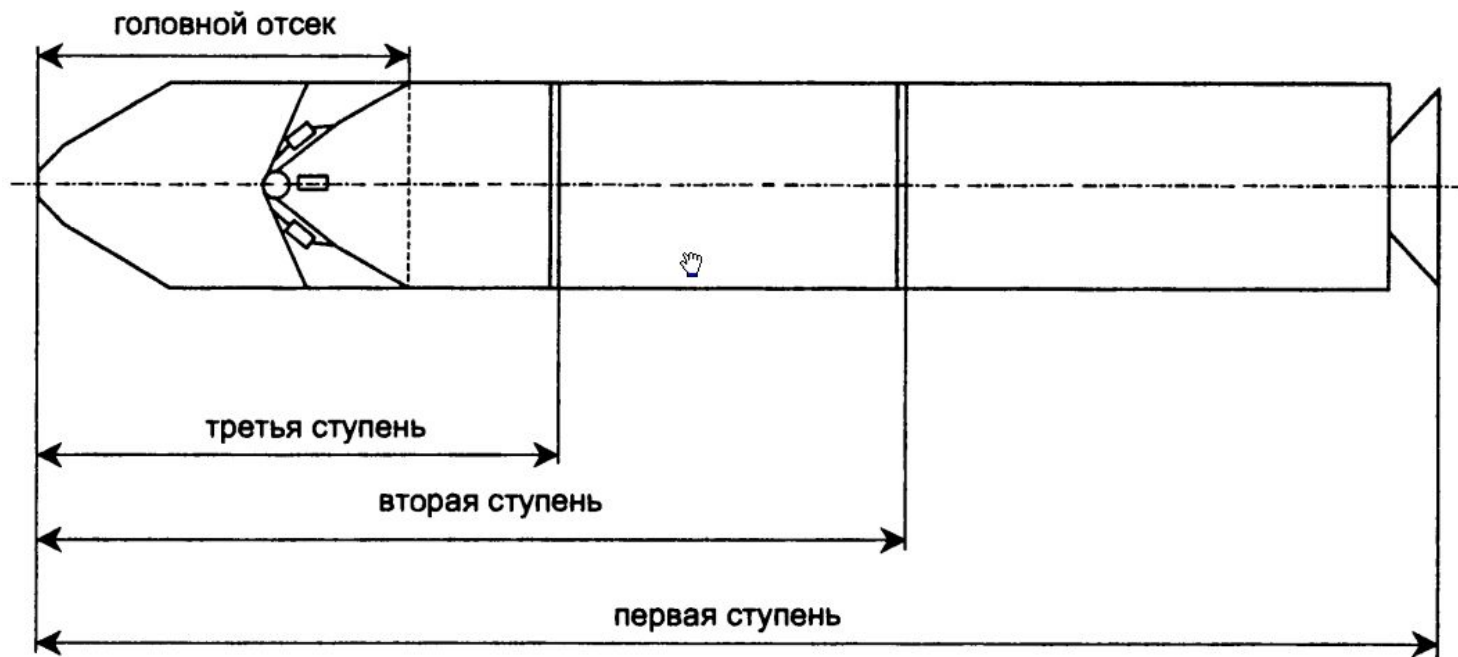


Рис. 6.2

15Ж60: управление отклонением головного отсека





Falcon-9: посадка первой ступени с решетчатыми АД-рулями

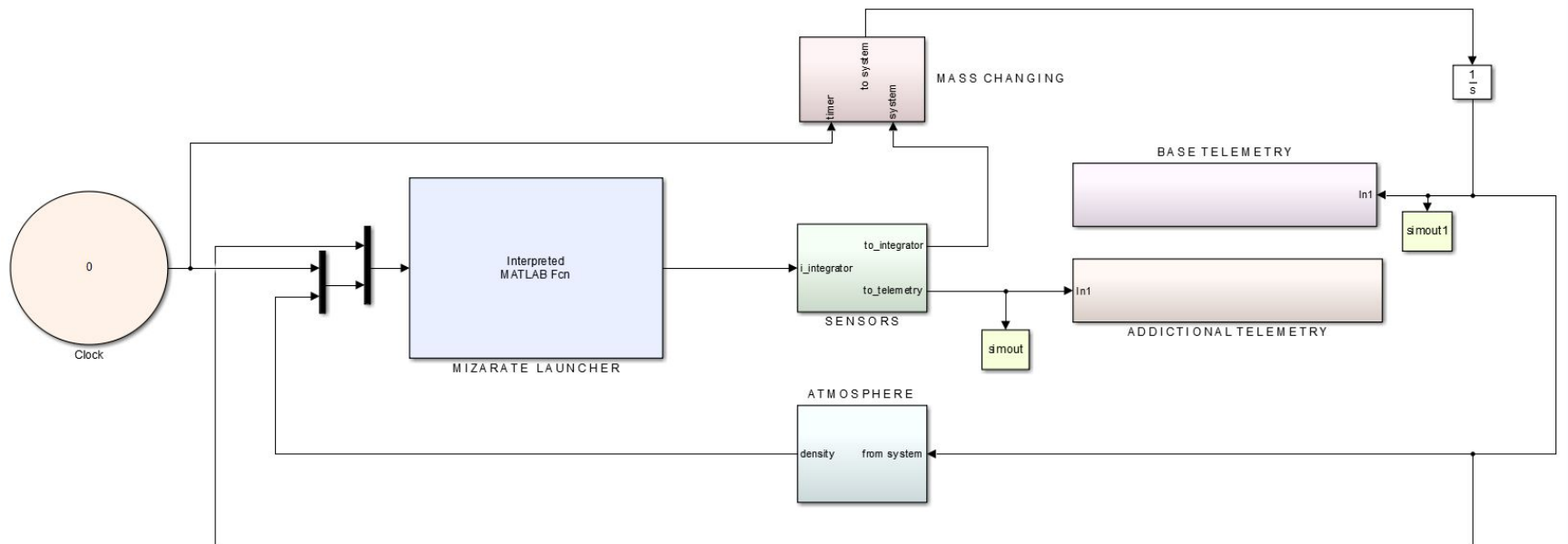


Ламбда-4s



Математические модели

NEMIRICH-6

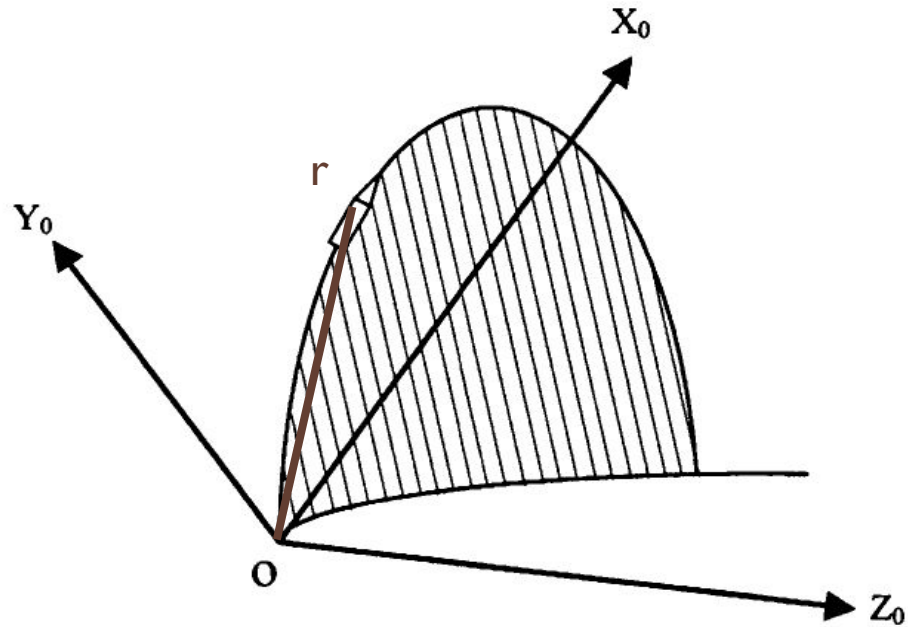


Математическая модель центра масс ракеты

$$\bar{F} = m \cdot \bar{a}$$

$$\bar{F} = m \cdot \frac{d\bar{r}}{dt}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_x}{m} = \frac{d^2 x}{dt^2}; \\ \frac{F_y}{m} = \frac{d^2 y}{dt^2}; \\ \frac{F_z}{m} = \frac{d^2 z}{dt^2}; \end{array} \right.$$



Система дифференциальных уравнений

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dV_x}{dt}$$

Ускорение есть скорость скорости

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV_x}{dt} = \frac{F_x}{m} \\ \frac{dV_y}{dt} = \frac{F_y}{m} \\ \frac{dV_z}{dt} = \frac{F_z}{m} \\ \frac{dx}{dt} = V_x \\ \frac{dy}{dt} = V_y \\ \frac{dz}{dt} = V_z \end{array} \right.$$

Разделение уравнений



Действующие силы: тяга

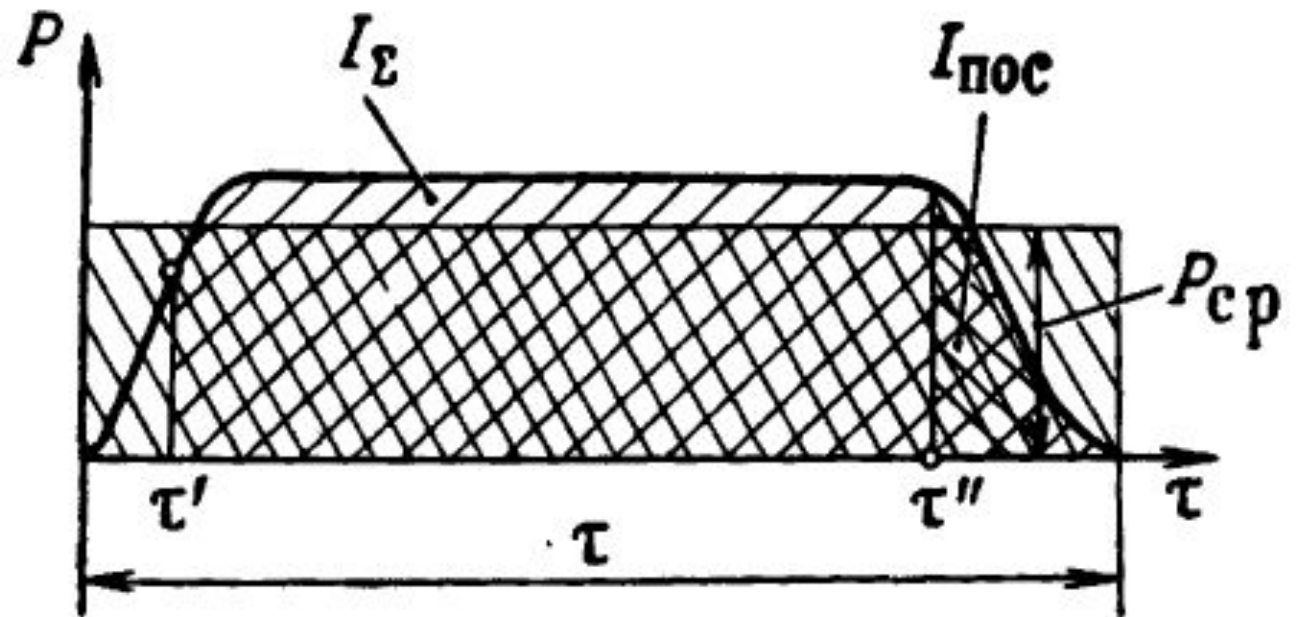
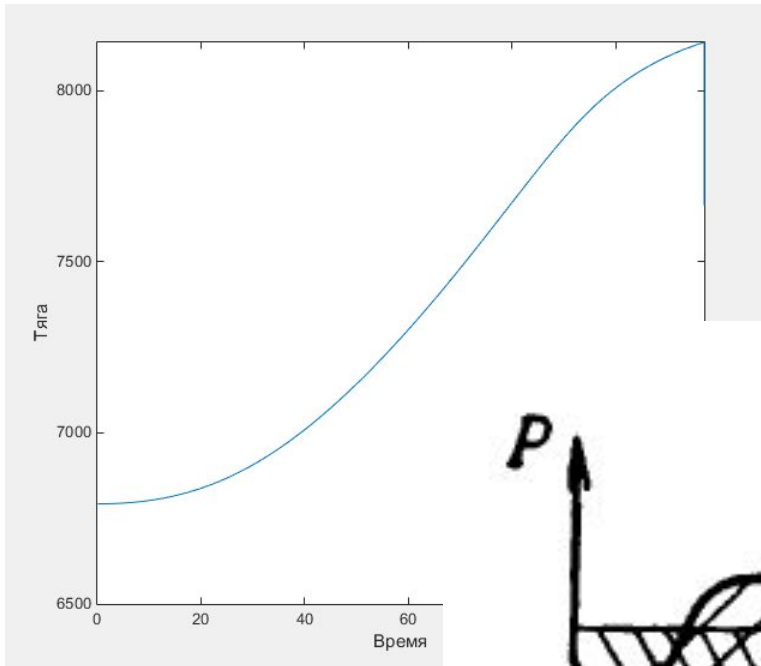


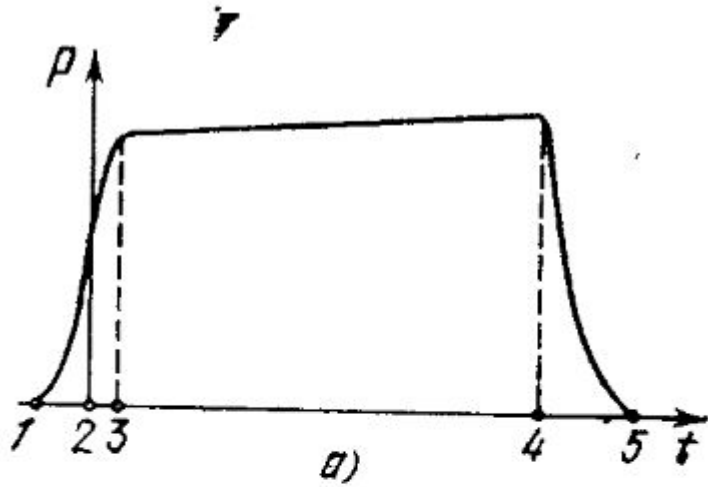
$$P = W_{\text{sec}} \cdot V_{\text{fl}}$$

$$P = W_{\text{sec}} \cdot g \cdot (I_v - (I_v - I_e) \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0})$$

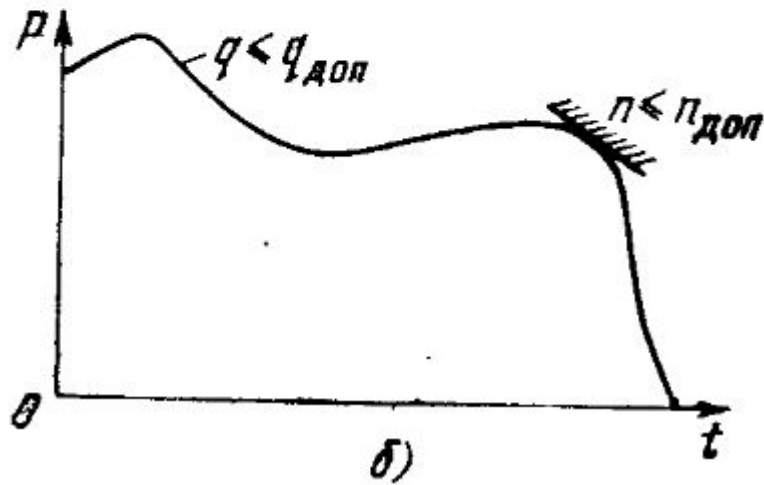


Модельная тяга



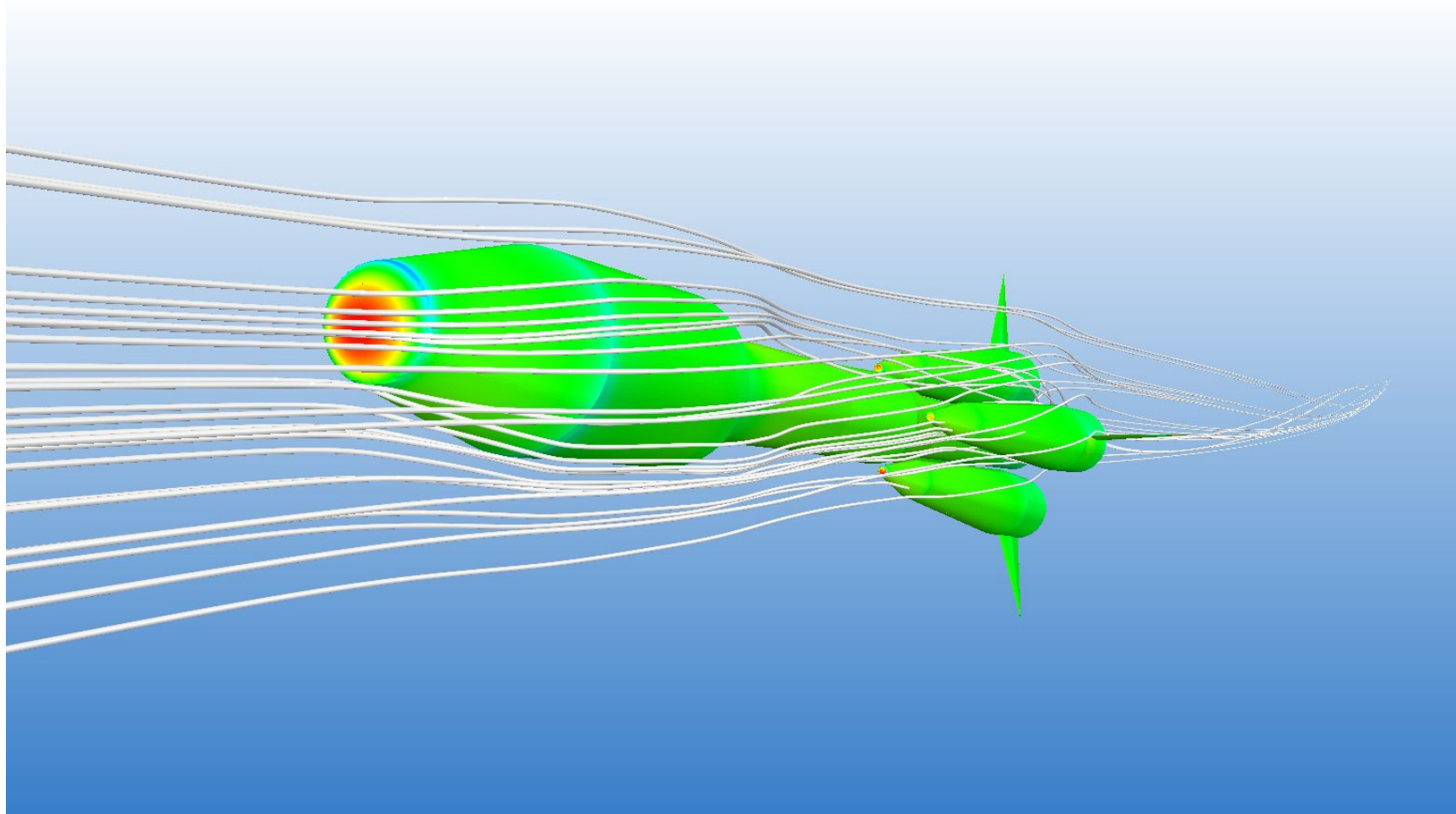


Без ограничений

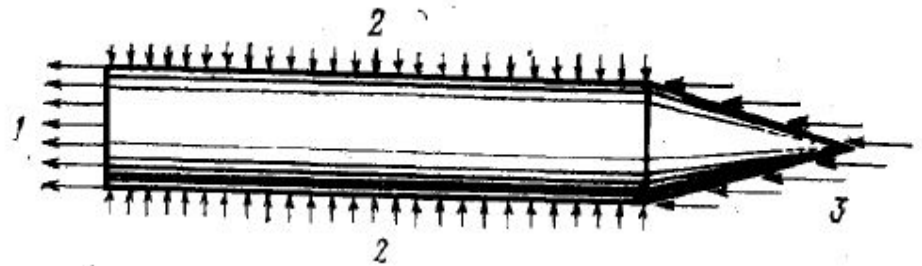
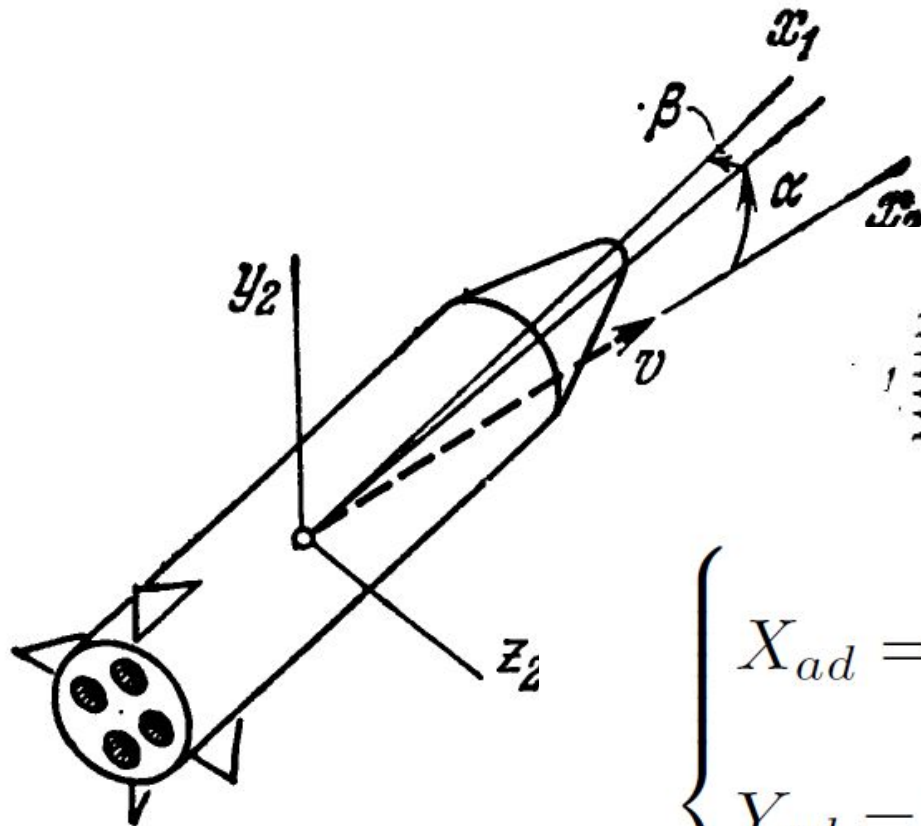


Скоростной напор и перегрузки ограничены

Аэродинамические силы



Угол атаки и скольжения



$$\left\{ \begin{array}{l} X_{ad} = 0.5 \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot c_x \cdot \cos(\alpha) \\ Y_{ad} = 0.5 \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot c_y \cdot \sin(\alpha) \\ Z_{ad} = 0.5 \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot c_z \cdot \sin(\beta) \end{array} \right.$$



Аэродинамическая труба

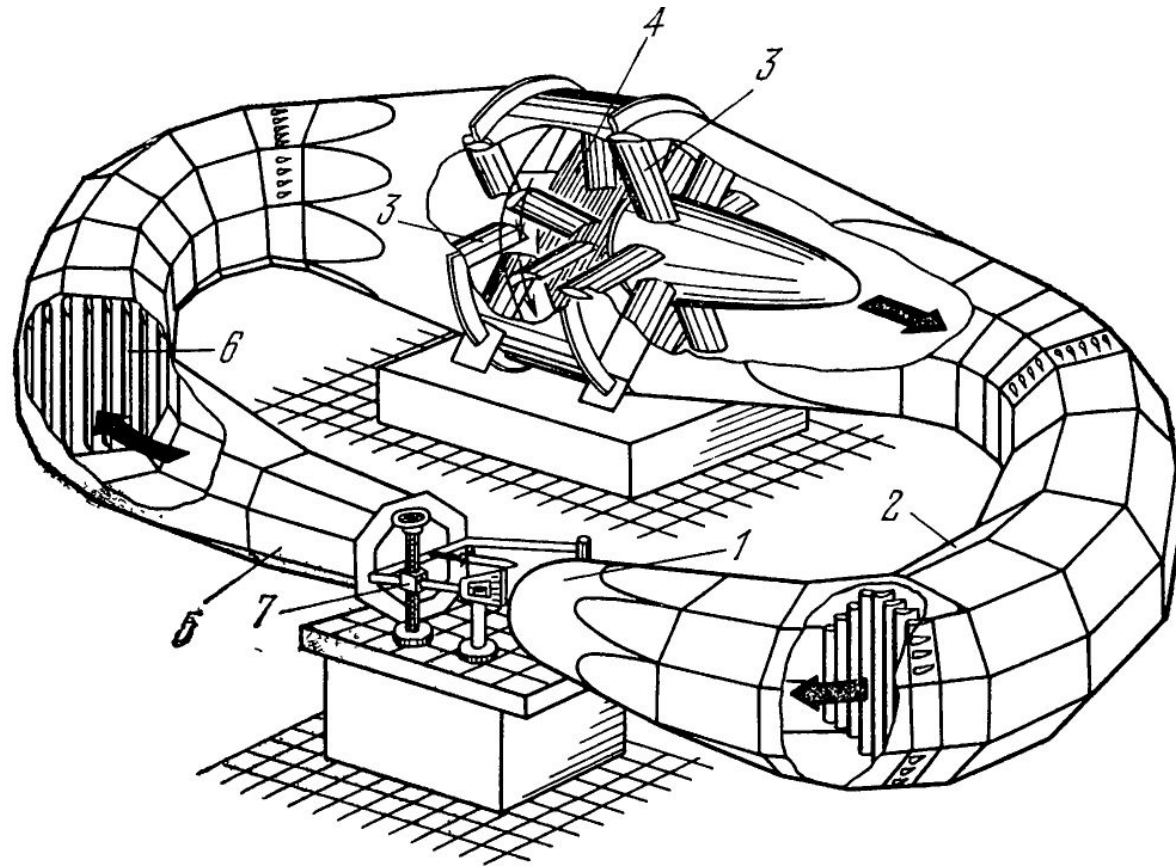
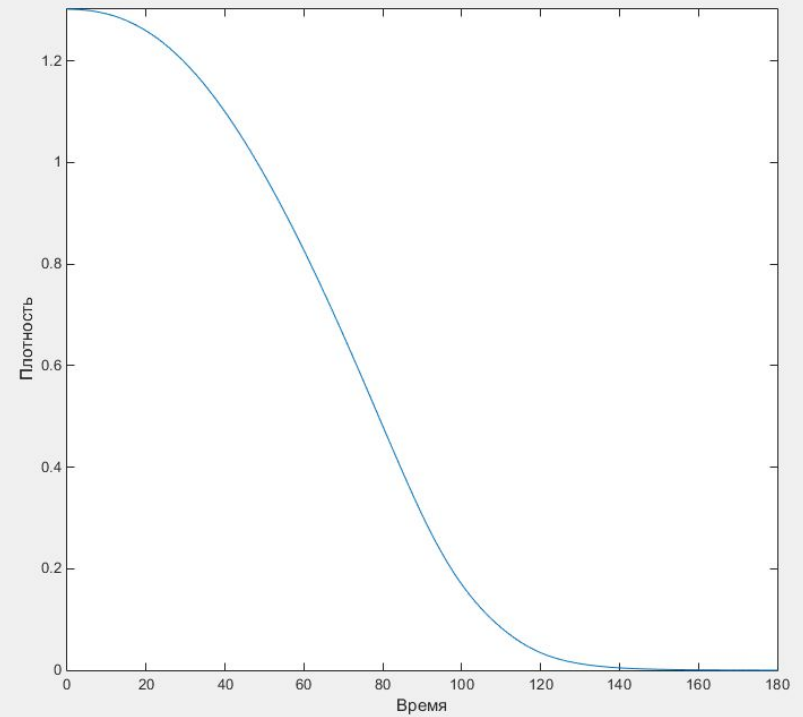
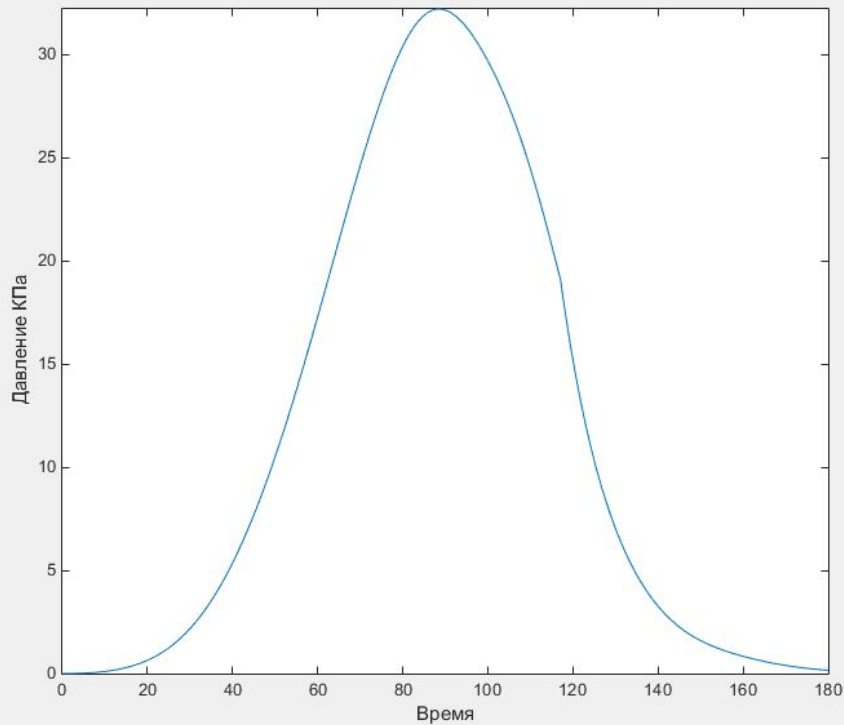
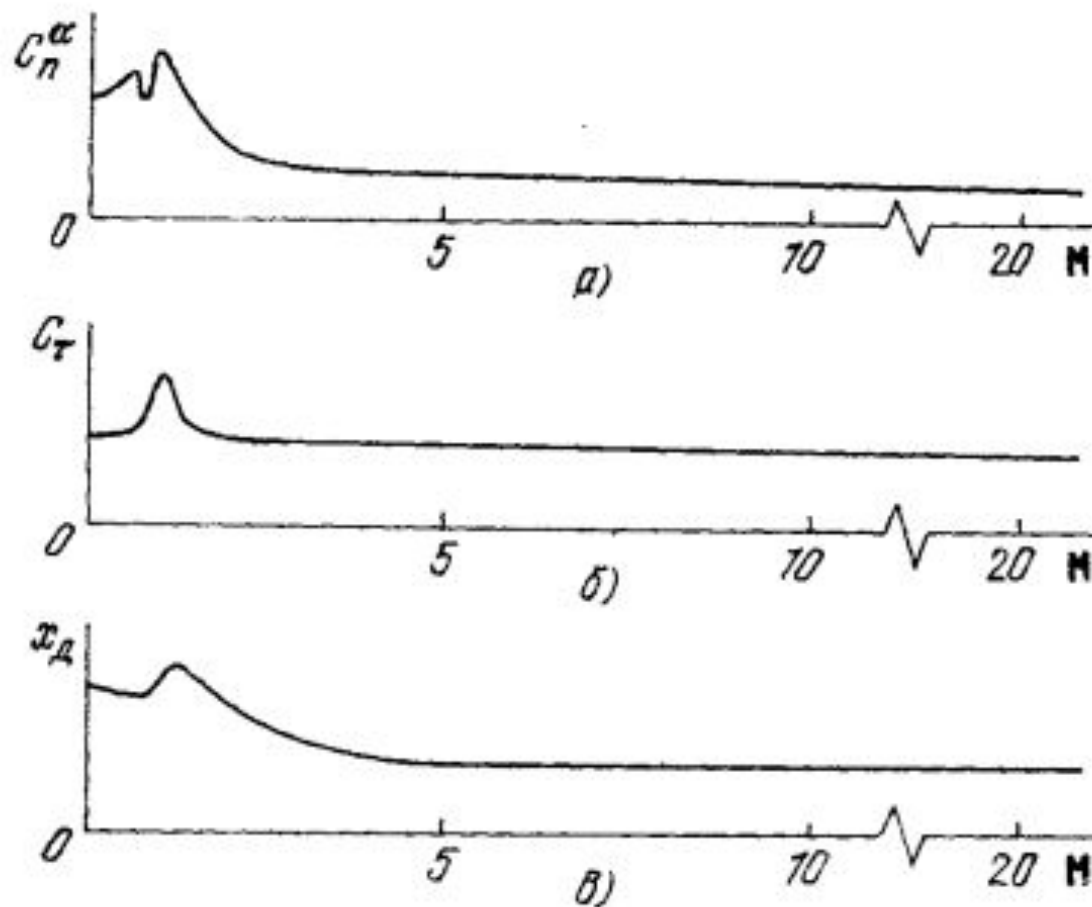


Рис. 6.29. Схема замкнутой дозвуковой аэродинамической трубы с открытой рабочей частью: 1—сопло, 2—обратный канал, 3—направляющий аппарат, 4—компрессор, 5—диффузор, 6—направляющие лопатки, 7—механизм углов атаки с моделью ракеты.

Модельные аэродинамические силы

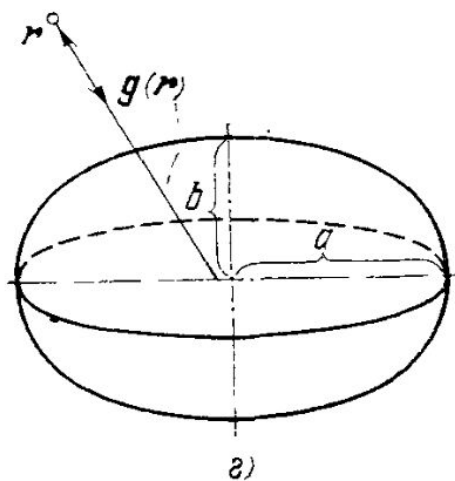
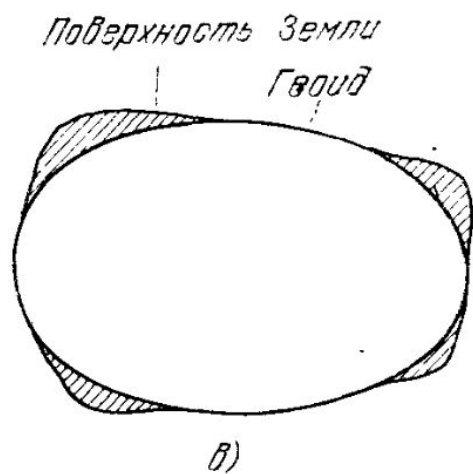
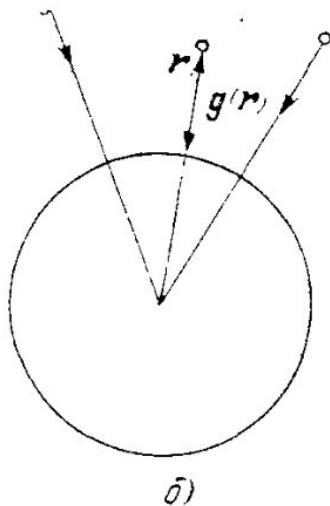
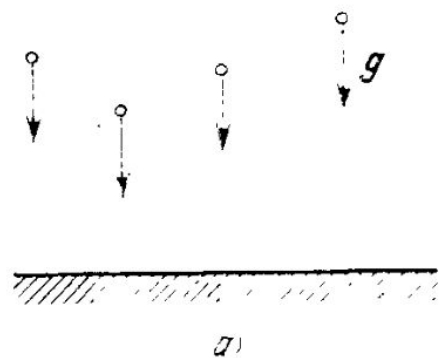


Аэродинамические коэффициенты



1.11. Аэродинамические коэффициенты осесимметричной ракеты.

Сила тяжести



$$\left\{ \begin{array}{l} G_x = 0 \\ G_y = -mg \\ G_z = 0 \end{array} \right.$$



Итоговые уравнения

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV_x}{dt} = \frac{(P+X_{ad}) \cdot \cos(\varphi)}{m} \\ \frac{dV_y}{dt} = \frac{(P+Y_{ad}) \cdot \sin(\varphi) - mg}{m} \\ \frac{dV_z}{dt} = 0 \\ \frac{dx}{dt} = V_x \\ \frac{dy}{dt} = V_y \\ \frac{dz}{dt} = V_z \\ \frac{dm}{dt} = -W \\ \frac{d\varphi}{dt} = \varphi_{prog} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{Горизонтальная скорость} \\ \text{Вертикальная скорость} \\ \text{Боковая скорость} \\ \\ \\ \\ \text{Программа тангажа} \end{array}$$



А на самом деле...

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V}_x = \frac{1}{m} * (P_{x_s} + A_{x_s}) + G_{x_s} \\ \dot{V}_y = \frac{1}{m} * (P_{y_s} + A_{y_s}) + G_{y_s} \\ \dot{V}_z = \frac{1}{m} * (P_{z_s} + A_{z_s}) + G_{z_s} \\ \dot{X} = V_x \\ \dot{Y} = V_y \\ \dot{Z} = V_z \\ \dot{\theta} = \theta_{prog} \\ \dot{\psi} = \psi_{prog} \\ \dot{\gamma} = \gamma_{prog} \\ \dot{m} = W_{sec} \end{array} \right. \quad P_r = \begin{pmatrix} P_{x_r} \\ P_{y_r} \\ P_{z_r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{sec} * g * (ISP_v - (ISP_v - ISP_e) * \frac{\rho}{\rho_0}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_r = \begin{pmatrix} A_{x_r} \\ A_{y_r} \\ A_{z_r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \rho C_x S_x V^2 \cos \alpha \\ \frac{1}{2} \rho C_y S_y V^2 \sin \alpha \\ \frac{1}{2} \rho C_z S_z V^2 \sin \beta \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{pmatrix} \cos \Delta \varphi \cos A & \sin \Delta \varphi & -\cos \Delta \varphi \sin A \\ -\sin \Delta \varphi \cos A & \cos \Delta \varphi & \sin \Delta \varphi \sin A \\ \sin A & 0 & \cos A \end{pmatrix}$$

$$g_r = -g_m * \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left(a - \frac{q}{2}\right) (1 - 3 \sin^2 \varphi) \right]$$

$$g_\varphi = -g_m \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left(a - \frac{q}{2}\right) \left(\frac{R}{r}\right)^2 \sin 2\varphi$$

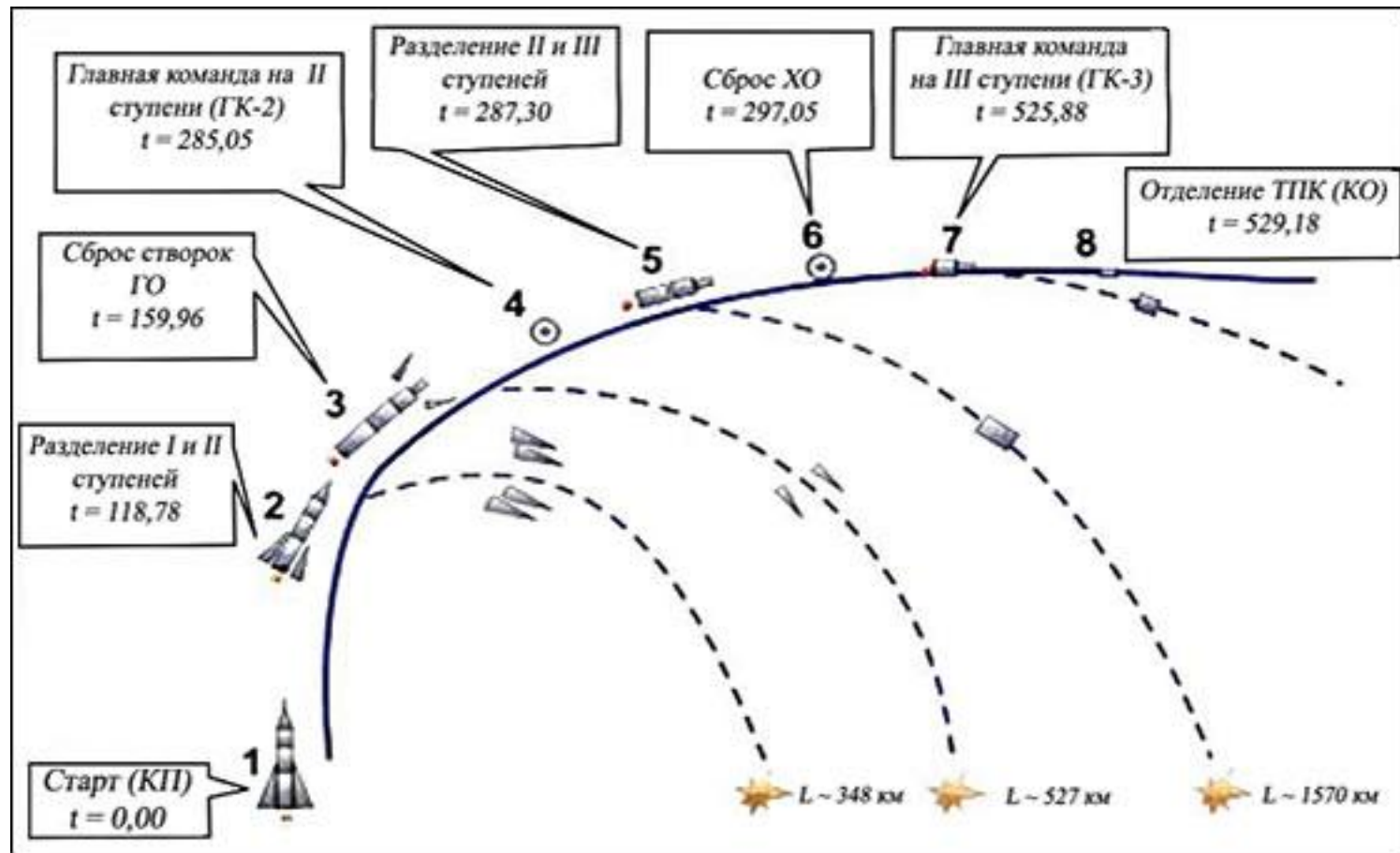
$$P_s + A_s = \begin{pmatrix} P_{x_s} + A_{x_s} \\ P_{y_s} + A_{y_s} \\ P_{z_s} + A_{z_s} \end{pmatrix} = L^{-1} * (P_r + A_r)$$

$$R = a \left(1 - \frac{a}{3}\right), \quad g_m = \frac{\mu}{R^2}, \quad q = \frac{\omega^2 a^3}{\mu}$$

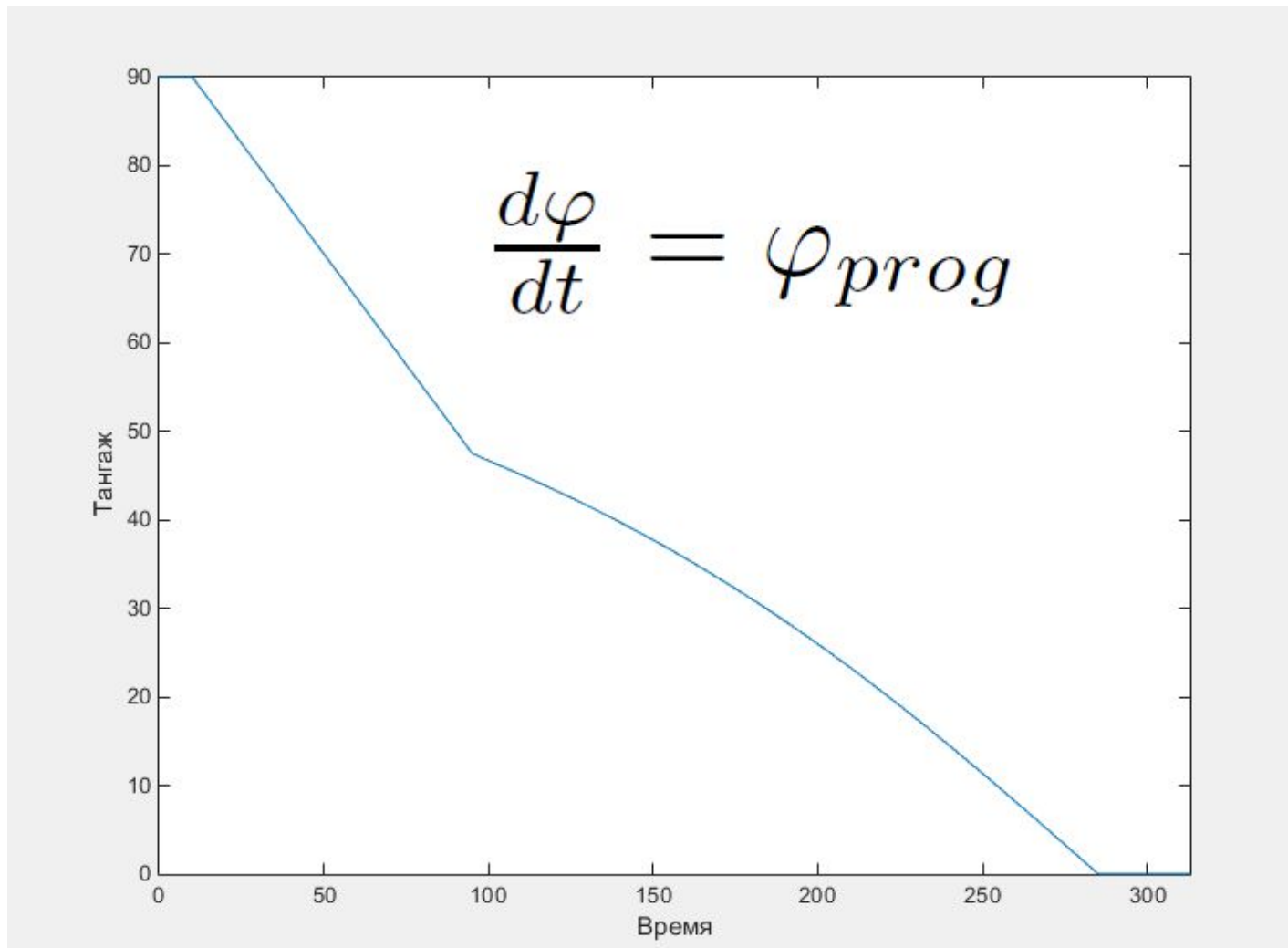
$$L = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \theta & -\cos \theta \sin \psi \\ \sin \gamma \sin \psi - \cos \gamma \sin \theta \cos \psi & \cos \gamma \cos \theta & \sin \gamma \cos \psi + \cos \gamma \sin \theta \sin \psi \\ \cos \gamma \sin \psi + \sin \gamma \sin \theta \cos \psi & -\sin \gamma \cos \theta & \cos \gamma \cos \psi - \sin \gamma \sin \theta \sin \psi \end{pmatrix}$$



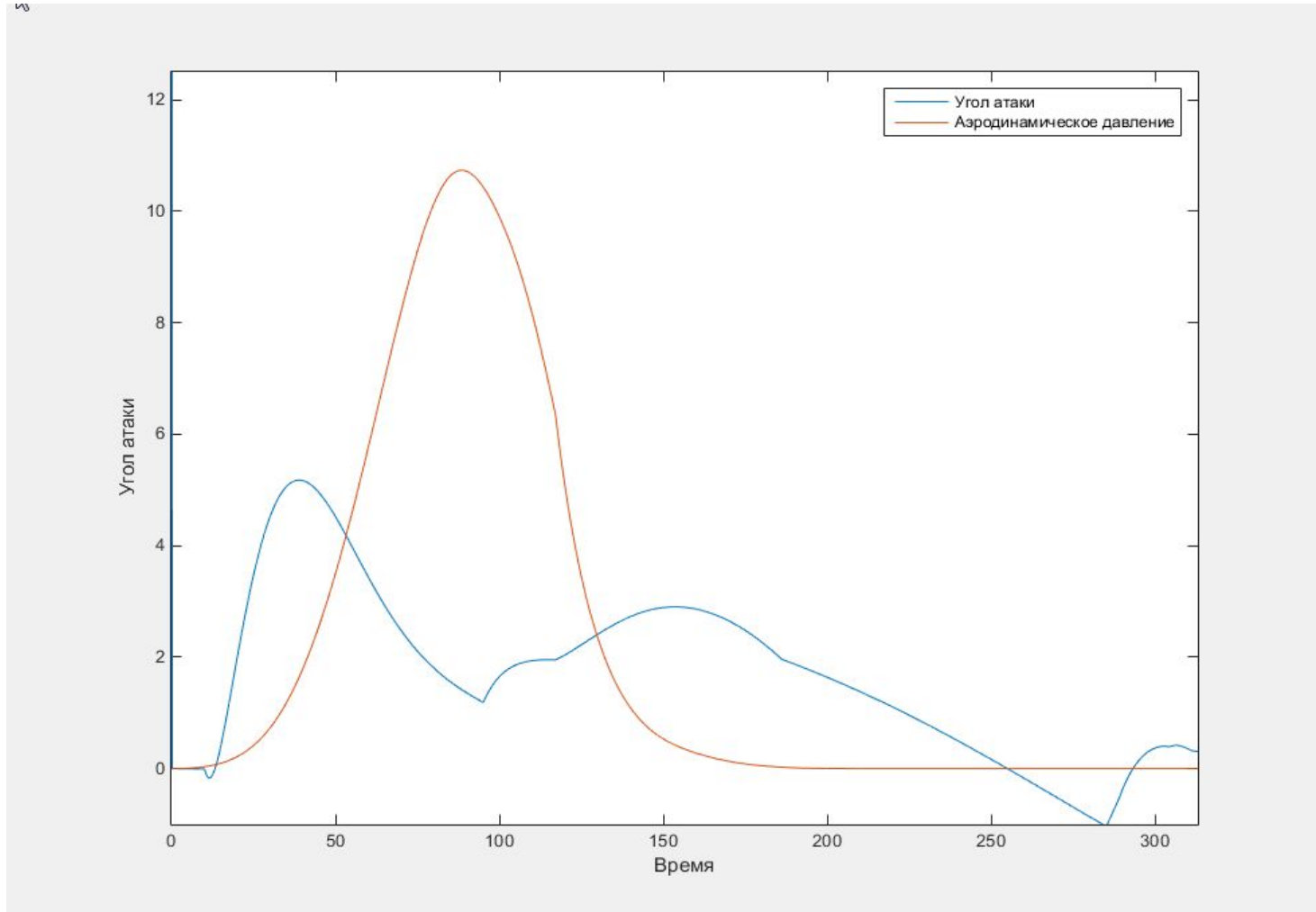
Задача оптимальной траектории



Программа тангажа



Пример реализации ограничения

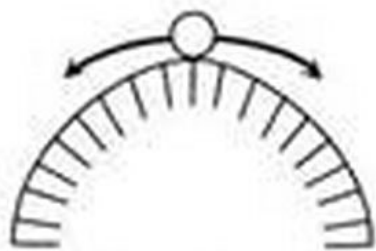


Уменьшить угол атаки при максимуме сопротивления



Задача стабилизации и устойчивости

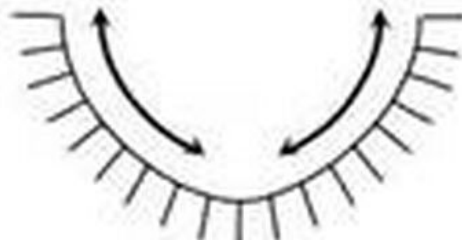
a



Неустойчивост

ь

б

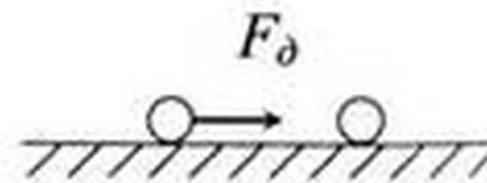


Асимптотическа

я

устойчивост

в



Устойчивост

ь



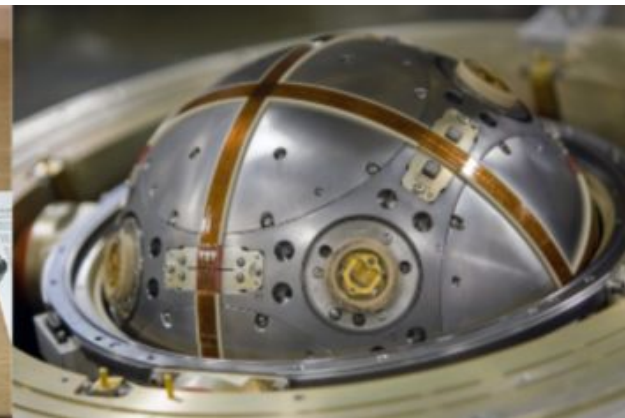
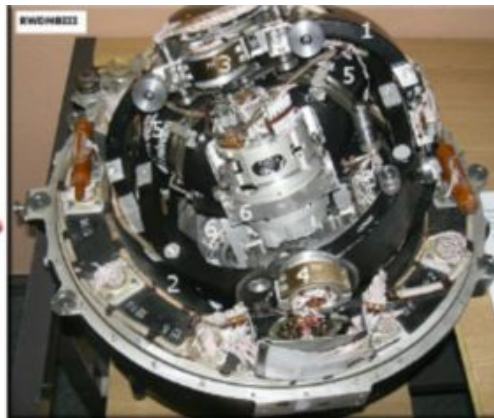
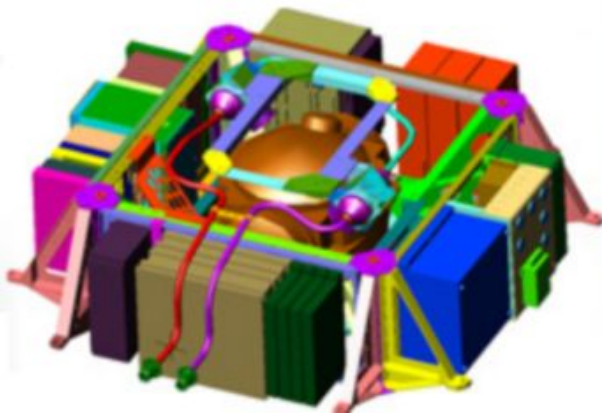
Потребные моменты для управления

$$M_{упр} = M_{пр} + M_{воз} + M_{стб}.$$

$$(M_{упр})_{\max} > (|M_{пр}| + |M_{воз}| + |M_{стб}|)_{\max}.$$



Инерциальная система навигации



Простая модель БИНС

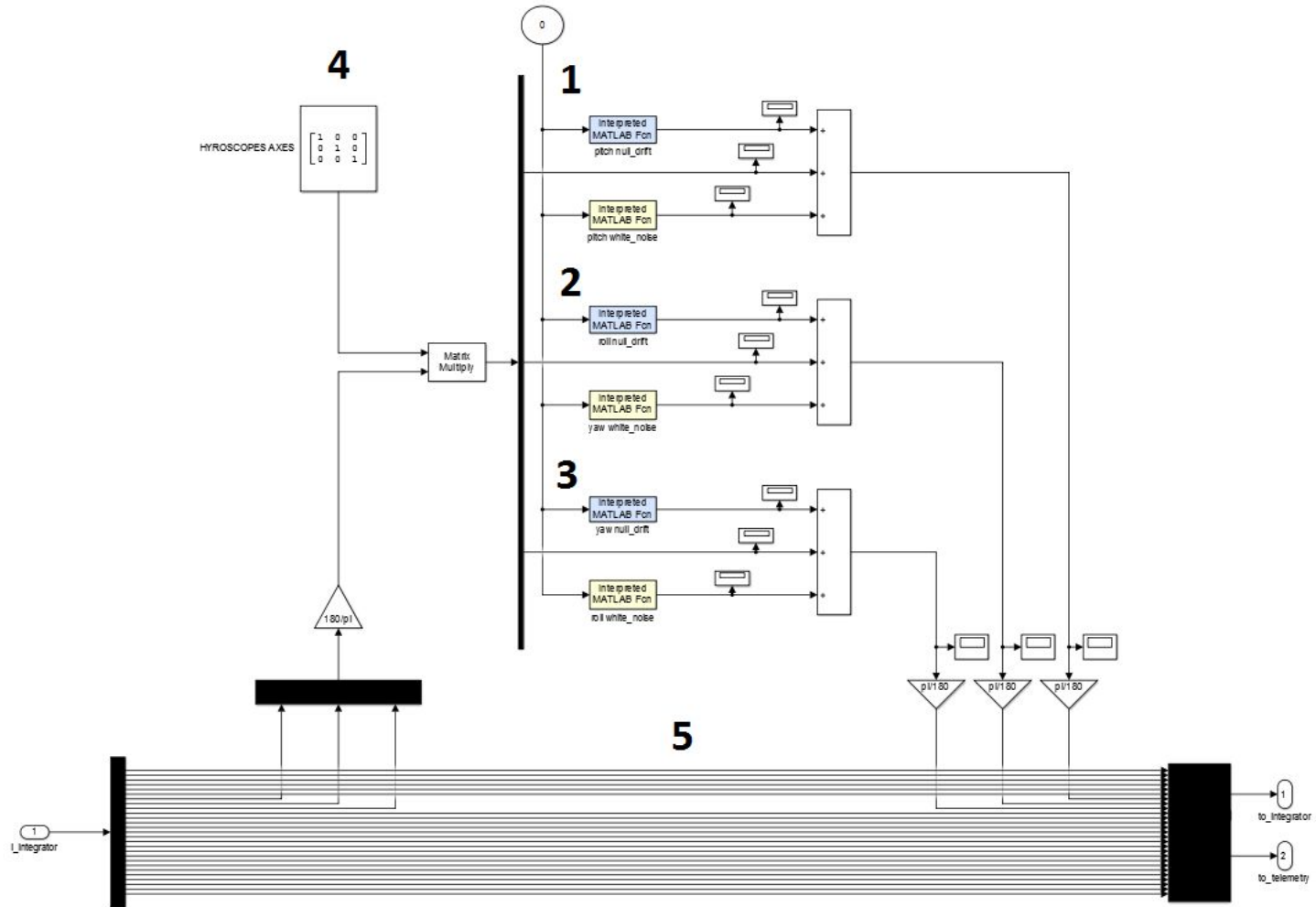
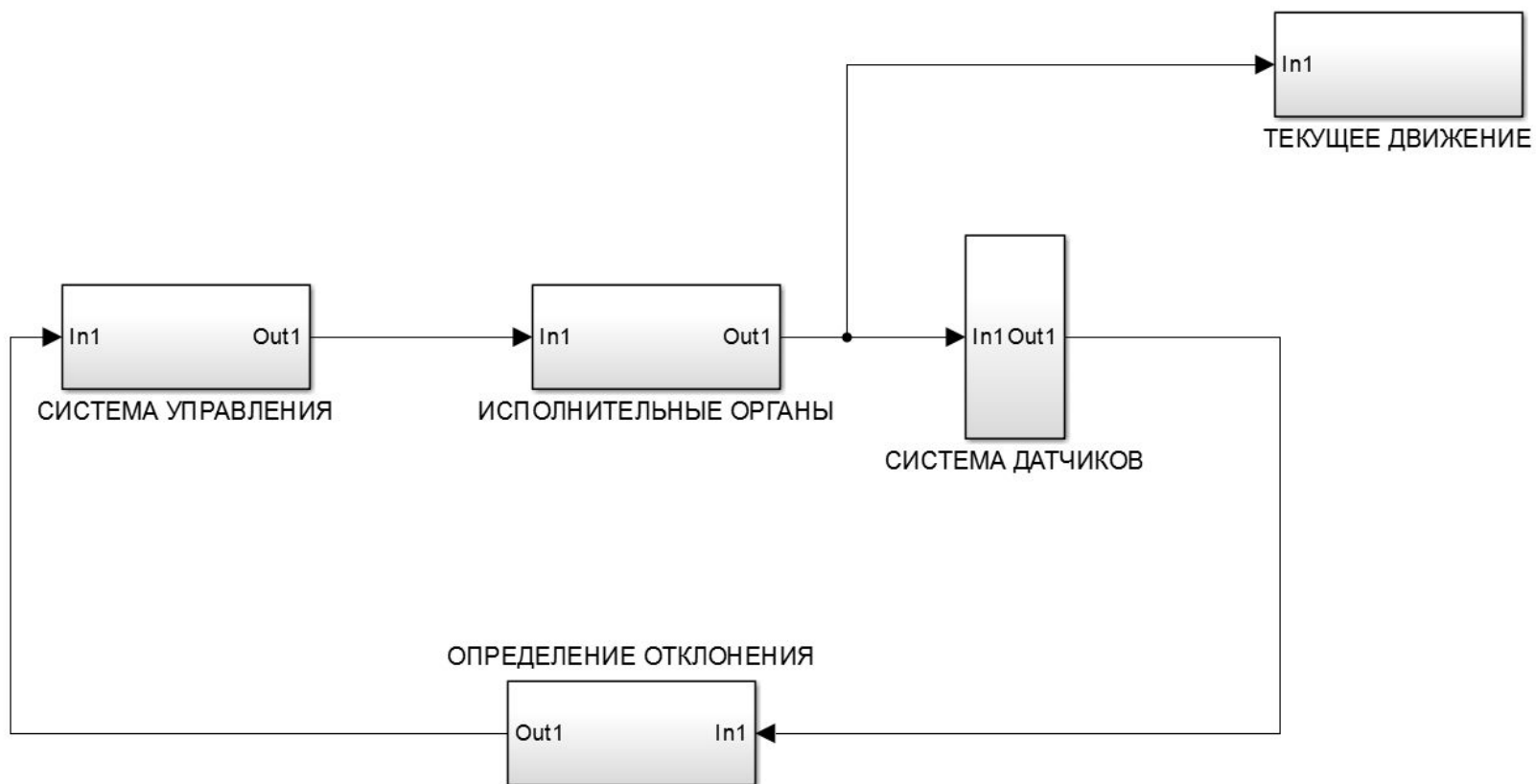
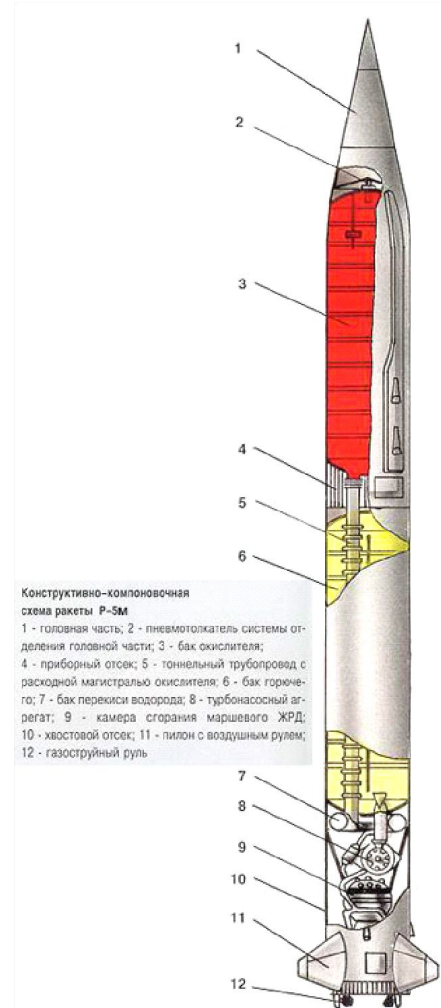
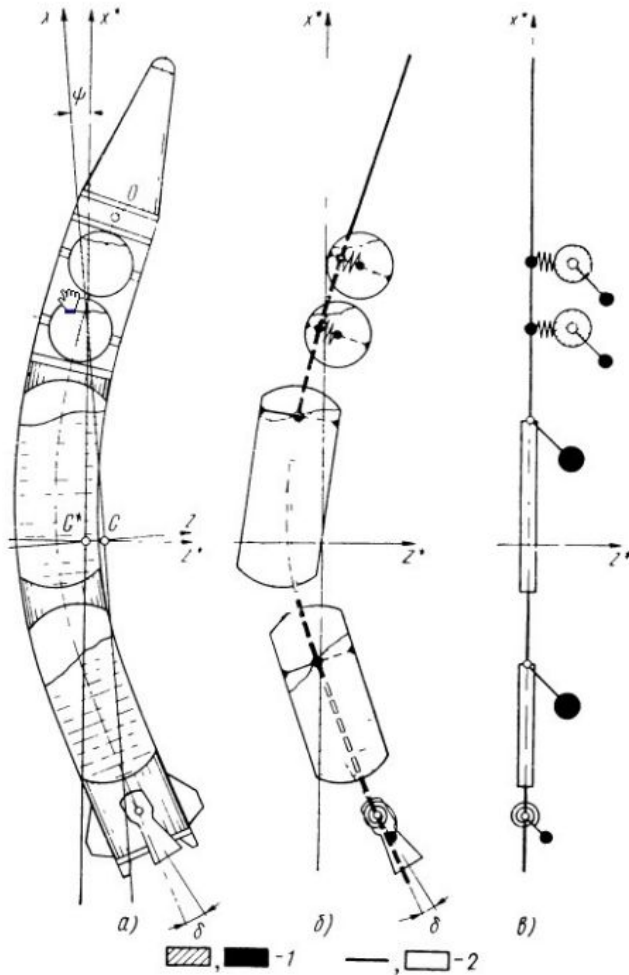


Схема обратной связи



Усложнения задачи



▶ Поперечные колебания

Из главы «простейшие примеры расчета»

$$B_l = \frac{4R^2 \left(1 - e^{-\frac{v_l H}{R}}\right)}{v_l (v_l^2 - 1) J_1(v_l) \left(e^{\frac{v_l H}{R}} - e^{-\frac{v_l H}{R}}\right)}$$

Подставляя (3.13.23) в (3.13.18), получим формулу

$$\theta_j^* = 4R^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left[e^{\frac{v_k \xi}{R}} + e^{-\frac{v_k \xi}{R}} - e^{\frac{v_k (H+\xi)}{R}} - e^{-\frac{v_k (H+\xi)}{R}} \right] J_1\left(\frac{v_k r}{R}\right)}{v_k (v_k^2 - 1) \left(e^{\frac{v_k H}{R}} - e^{-\frac{v_k H}{R}} \right) J_1(v_k)}$$

или

$$\theta_j^* = 4R^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left[\operatorname{ch} \frac{v_k \xi}{R} - \operatorname{ch} \frac{v_k (H+\xi)}{R} \right] J_1\left(\frac{v_k r}{R}\right)}{v_k (v_k^2 - 1) \operatorname{sh} \frac{v_k H}{R} J_1(v_k)} \quad (3.13.24)$$

Согласно (3.12.16), (3.13.3) и (3.13.24) в рассматриваемом примере потенциалы Жуковского будут определяться соотношениями:

$$\varphi_{jx} = y_j z - z_j y,$$

$$\varphi_{jy} = - \left\{ \xi r + 4R^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left[\operatorname{ch} \frac{v_k \xi}{R} - \operatorname{ch} \frac{v_k (H+\xi)}{R} \right] J_1\left(\frac{v_k r}{R}\right)}{v_k (v_k^2 - 1) \operatorname{sh} \frac{v_k H}{R} J_1(v_k)} \right\} \sin \alpha + z_j x - x_j z, \quad (3.13.25)$$

$$\varphi_{jz} = \left\{ \xi r + 4R^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left[\operatorname{ch} \frac{v_k \xi}{R} - \operatorname{ch} \frac{v_k (H+\xi)}{R} \right] J_1\left(\frac{v_k r}{R}\right)}{v_k (v_k^2 - 1) \operatorname{sh} \frac{v_k H}{R} J_1(v_k)} \right\} \cos \alpha + x_j y - y_j x.$$

Saturn-5: продольные автоколебания

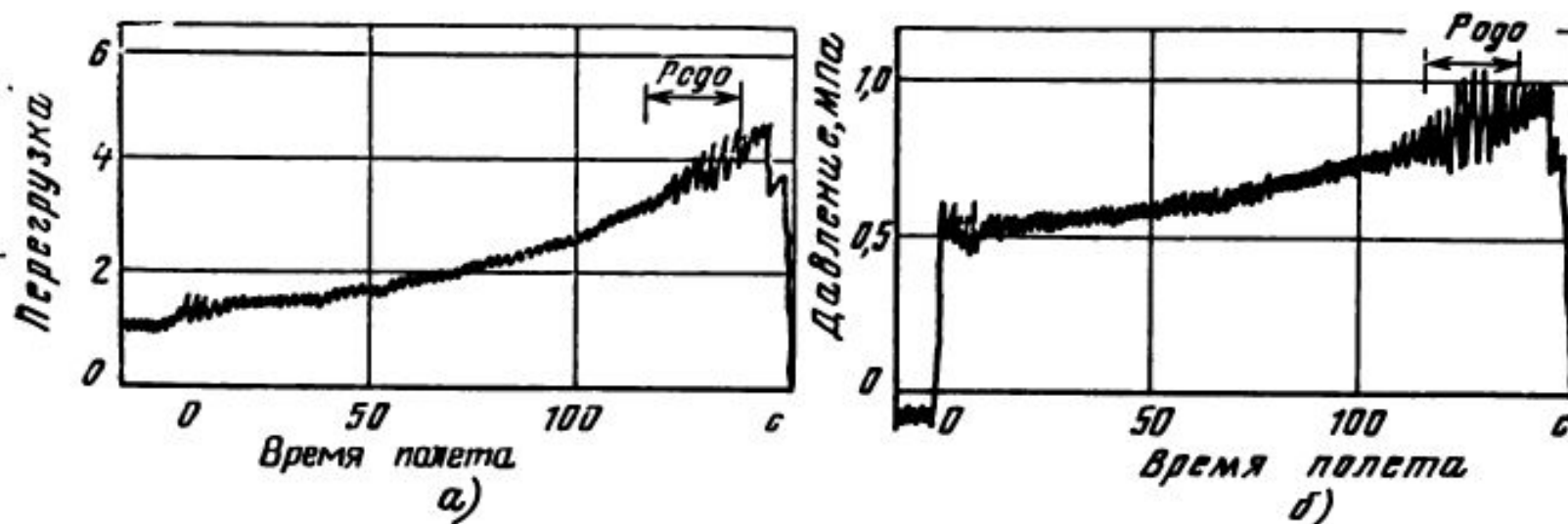
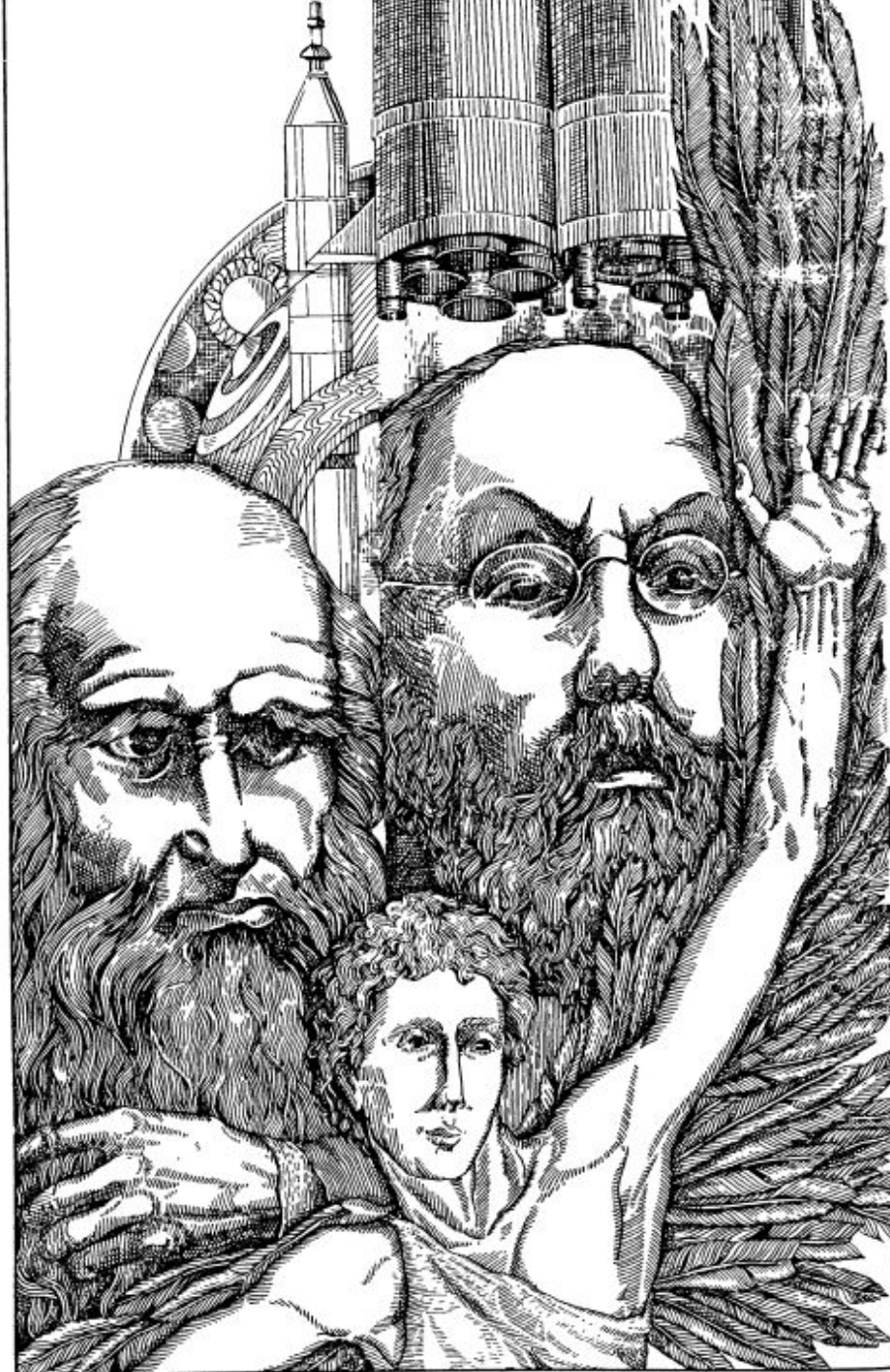


Рис. 1. Типичные данные телеметрической информации при потере продольной устойчивости ракеты «Сатурн-5» (пуск AS-502):

а—продольные ускорения, отнесенные к $9,81 \text{ м/с}^2$ (перегрузка), в межбаковом отсеке;
б—давление в баках окислителя на входе в насос двигателя



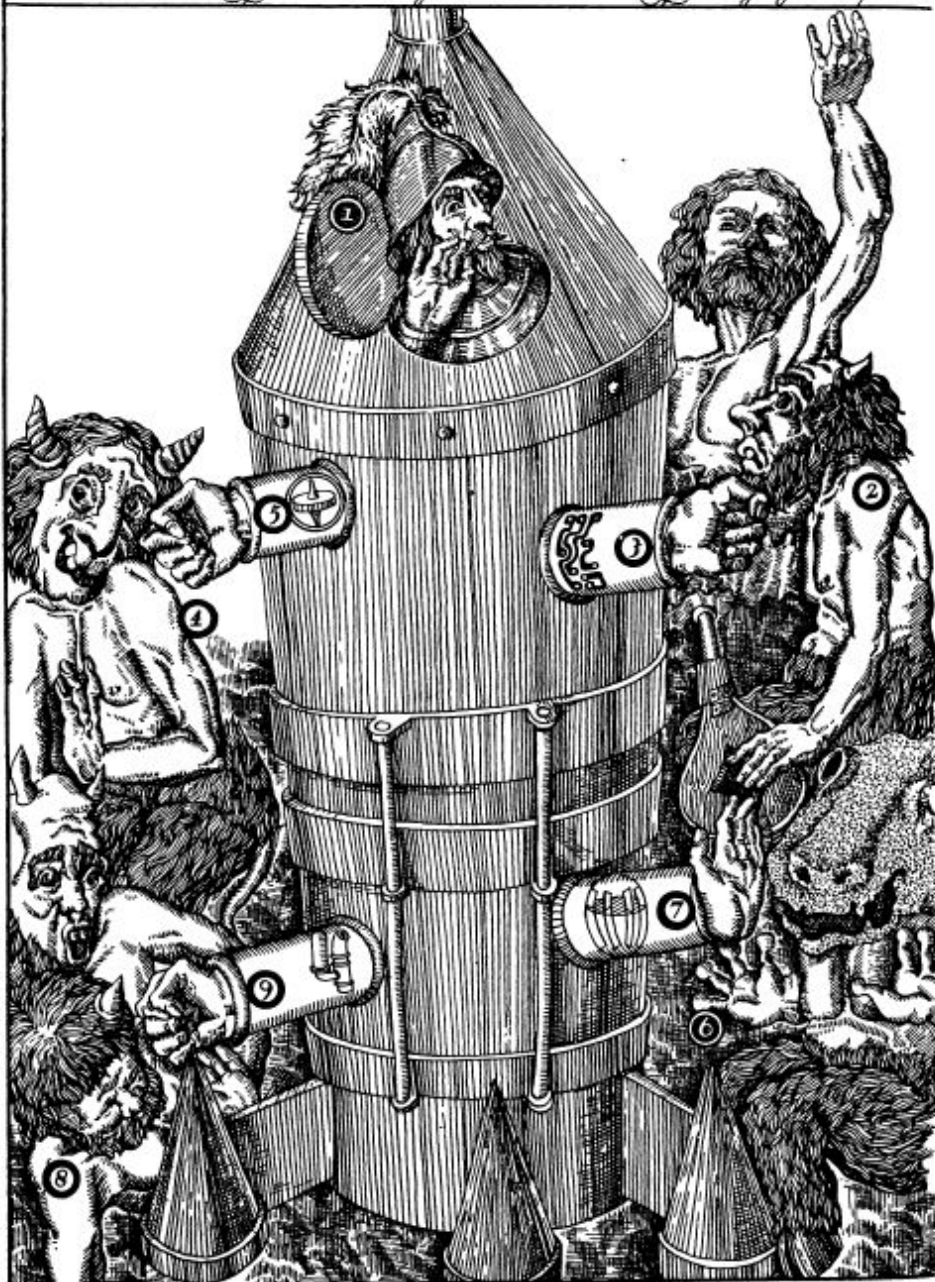
Основные возмущающие факторы, определяющие динамическую
схему объекта:

- 1) Подвижность жидкости в баках и магистралях
- 2) Тугодость корпуса



- ① Система управления ② Аэродинамические возмущения
 ③ Бортовая цифровая вычислительная машина ④ Упругость корпуса
 ⑤ Датчик угловых скоростей ⑥ Подвижность жидкости в баках и магистралях
 ⑦ Демпфер ⑧ Динамика двигательной установки ⑨ Гидроаккумулятор

- ① Система управления ② Аэродинамические возмущения
 ③ Упругость корпуса ④ Подвижность жидкости в баках и магистралях
 ⑤ Динамика двигательной установки



“ВОСТОК” -



ДЕЛО ТОНКОЕ

vk.com/dskataev

