

Управление рисками

Риск: статистические показатели

Вариация

- ▣ **Вариацией** (*variatio* — изменение, переменна) называется изменение или отклонение какого-либо показателя.
- ▣ **Вариация** — это различия индивидуальных значений признака у единиц изучаемой совокупности.



Показатели вариации

Абсолютные показатели

- размах вариации
- среднее линейное отклонение
- дисперсия
- среднеквадратическое отклонение
- стандартное отклонение

Относительные показатели

- относительный размах вариации
 - линейный коэффициент вариации
 - коэффициент вариации
-



Размах вариации

Размах вариации — это разность между максимальным и минимальным значениями признака.

$$R = x_{\max} - x_{\min};$$

- ▣ **Пример:** Опыт работы у пяти претендентов на предшествующей работе составляет: 2,3,4,7 и 9 лет.
Решение: размах вариации = $9 - 2 = 7$ лет.



Среднее линейное отклонение

Это средняя арифметическая из абсолютных отклонений отдельных значений признака от средней

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} \qquad \bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| * f}{\sum f}$$

Где \bar{x} — среднее арифметическое значений выборки

▣ **Пример:** Опыт работы у пяти претендентов на предшествующей работе составляет: 2,3,4,7 и 9 лет.

В нашем примере: $\bar{x} = 5$ лет;

$$\bar{d} = \frac{|2 - 5| + |3 - 5| + |4 - 5| + |7 - 5| + |9 - 5|}{5} = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ (года).}$$



Дисперсия

Дисперсия (σ^2)- представляет собой средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

□ В нашем примере: $\sigma^2 = 6,8$

Более удобно вычислять дисперсию по формуле:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$

которая получается из основной путем преобразований. В этом случае средний квадрат отклонений равен средней из квадратов значений признака минус квадрат средней.



Среднеквадратическое отклонение

Среднее квадратическое отклонение (σ) равно квадратному корню из среднего квадрата отклонений отдельных значений признака от средней арифметической.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}}$$

В нашем примере

$$\sigma = \sqrt{\frac{(2-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2 + (7-5)^2 + (9-5)^2}{5}} = \sqrt{6,80} = 2,607 \sim 2,61 \text{ (года)}.$$

- В общем смысле среднеквадратическое отклонение можно считать **мерой неопределённости**.
- **В Теории управлении капиталом среднее квадратическое отклонение доходности портфеля отождествляется с риском портфеля.**



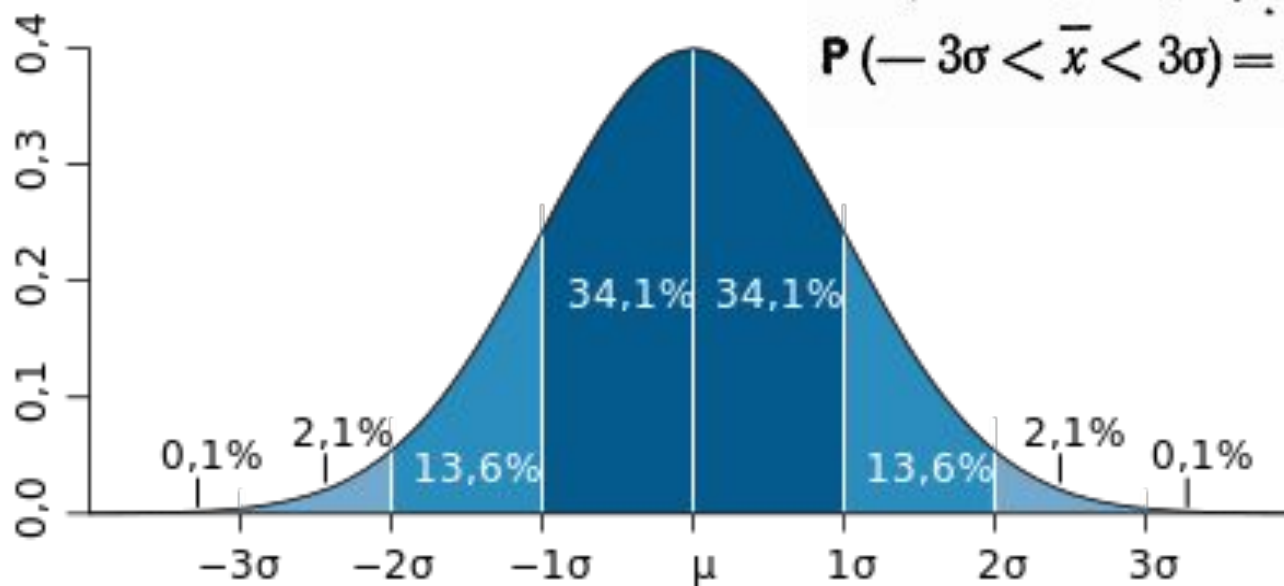
Правило трёх сигм

Правило трёх сигм (3σ) — практически все значения нормально распределённой случайной величины лежат в интервале. Более строго — приблизительно с 0,9973.

$$P(-\sigma < \bar{x} < \sigma) = \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0,683,$$

$$P(-2\sigma < \bar{x} < 2\sigma) = \Phi(\sqrt{2}) = 0,954,$$

$$P(-3\sigma < \bar{x} < 3\sigma) = \Phi\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = 0,997.$$



Стандартное отклонение

Стандартное отклонение - оценка среднеквадратического отклонения случайной величины X относительно её математического ожидания на основе несмещённой оценки её дисперсии:

$$s = \sqrt{\frac{n}{n-1} \sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2};$$



Относительный размах вариации

Относительный размах вариации (коэффициент осцилляции) определяется формулой:

$$V_r = \frac{R}{\bar{x}}$$



Линейный коэффициент вариации

Относительное линейное отклонение определяется формулой:

$$V_d = \frac{\bar{d}}{\bar{x}}$$



Коэффициент вариации

Коэффициент вариации определяется формулой:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$



Пример расчета показателей вариации

На этапе отбора кандидатов для участия в осуществлении сложного проекта фирма объявила конкурс профессионалов. Распределение претендентов по опыту работы показало следующие результаты:

- Опыт работы до 4 лет – 10 чел.
 - Опыт работы от 4 – до 6 лет – 10 чел.
 - Опыт работы от 6 – до 8 лет – 50 чел.
 - Опыт работы от 8 – до 10 лет – 20 чел.
 - Опыт работы от 10 лет – 10 чел.
-



| Группы конкурсантов по опыту работы | Число конкурсантов, чел. f_i | x_i | $x_i f_i$ | $(x_i - \bar{x})$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(x_i - \bar{x})^2 f_i$ | x_i^2 | $x_i^2 f_i$ |
|-------------------------------------|-----------------------------------|-------|-----------|-------------------|---------------------|-------------------------|---------|-------------|
| До 4 лет | 10 | 3 | 30 | -4,2 | 17,64 | 176,4 | 9 | 90 |
| 4-6 лет | 10 | 5 | 50 | -2,2 | 4,84 | 48,4 | 25 | 250 |
| 6-8 лет | 50 | 7 | 350 | -0,2 | 0,04 | 2,0 | 49 | 2450 |
| 8-10 лет | 20 | 9 | 180 | 1,8 | 3,24 | 64,8 | 81 | 1620 |
| 10 и более лет | 10 | 11 | 110 | 3,8 | 14,44 | 144,4 | 121 | 1210 |
| Итого | 100 | - | 720 | - | - | 436 | - | 5620 |

- Вычислим средний производственный опыт работы, лет

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}; \quad \bar{x} = \frac{720}{100} = 7,2 \text{ (лет)}.$$

- Рассчитаем дисперсию по продолжительности опыта работы

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}; \quad \sigma^2 = \frac{436}{100} = 4,36$$

- Такой же результат получается, если использовать для расчета другую формулу расчета дисперсии

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2, \text{ где } \bar{x}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}; \quad \sigma^2 = \frac{5620}{100} - (7,2)^2 = 4,36.$$

- Вычислим среднее квадратическое отклонение, лет:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}; \quad \sigma = \sqrt{4,36} = 2,09 \sim 2,1 \text{ (лет)}.$$

- Определим коэффициент вариации, %:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100; \quad V = \frac{2,1}{7,2} \times 100 = 29,2 \text{ \%}.$$



Задача 1

Известно, что месячный финансовый результат торговой организации в предыдущий год был следующим:

| месяц | финансовый результат (руб) |
|----------|----------------------------|
| январь | 80 |
| февраль | 50 |
| март | 20 |
| апрель | -10 |
| май | 15 |
| июнь | -5 |
| июль | -20 |
| август | 30 |
| сентябрь | 70 |
| октябрь | -10 |
| ноябрь | 20 |
| декабрь | 30 |

Рассчитать основные статистические показатели распределения месячного финансового результата торговой организации.



Задача 2

В предыдущие 100 дней финансовый результат инвестиционного подразделения был следующей (руб

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|------|
| 182 | 113 | 161 | 110 | -34 | 221 | -5 | 227 | 153 | 87 |
| -51 | -89 | 130 | 168 | 32 | 322 | 238 | -125 | 153 | 111 |
| 27 | 184 | 126 | 137 | -7 | 268 | 97 | 130 | 129 | 69 |
| 244 | 197 | -65 | -69 | 201 | 41 | -13 | 124 | 59 | -72 |
| 15 | 168 | 230 | 37 | 190 | 171 | -16 | 126 | 189 | -6 |
| -43 | -1 | -66 | 64 | 109 | 17 | 282 | 219 | 67 | 108 |
| 158 | 93 | -5 | -39 | 59 | -44 | 39 | 172 | 45 | 73 |
| -8 | 97 | 230 | 152 | 96 | 83 | 68 | 130 | 54 | -117 |
| 41 | -32 | 68 | 165 | 155 | 73 | 200 | -80 | 270 | 125 |
| 13 | 126 | 93 | 107 | 56 | 119 | 195 | 174 | 128 | 68 |

- **Рассчитать:** средний ожидаемый финансовый результат, 99,7%, 95,4% и 68,3% интервалы доходности актива, вероятность убытка, вероятность того, что финансовый результат будет меньше 100.



Задача 2 (решение)

- средняя ожидаемая доходность: **92**
- интервал 99,7%: **от -199 до 383**
- интервал 95,4%: **от -102 до 285**
- интервал 68,3%: **от -5 до 189**
- вероятность убытка: **17%**
- вероятность меньше 100 : **53%**



