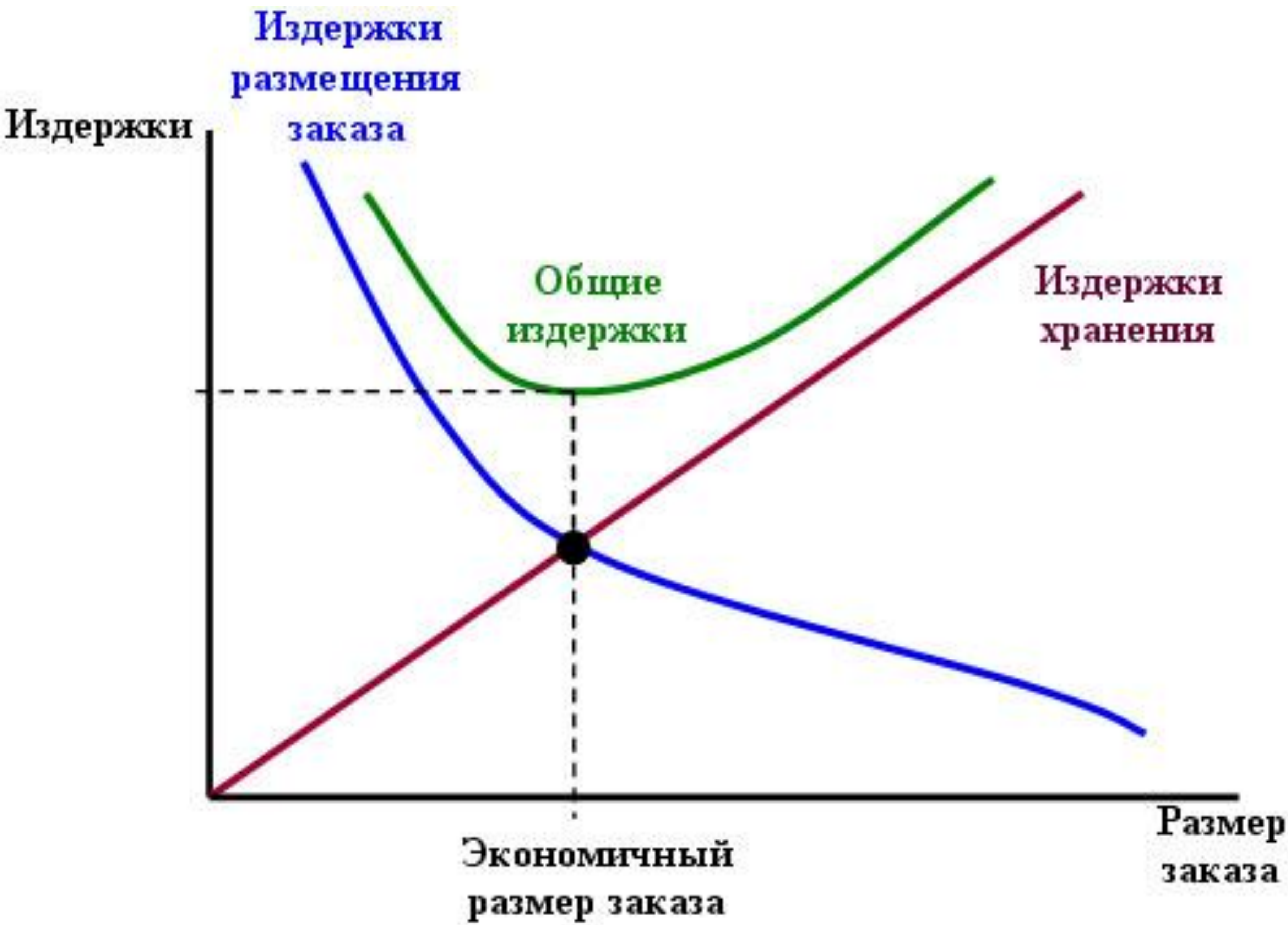
Управление запасами

Определение оптимального размера заказа


Издержки
Издержки размещения заказа
Общие издержки
Издержки хранения
Экономичный размер заказа
Размер заказа

Формула оптимального размера заказа для единственного продукта может быть представлена как точка минимума следующей функции издержек:

Общие издержки = издержки на закупку + издержки размещения заказа + издержки хранения, что соответствует:

$$TC(Q) = PR + \frac{CR}{Q} + \frac{PFQ}{2}$$

Продифференцировав обе части уравнения и приравняв выражение к нулю, получим:

$$\frac{dTC(Q)}{dQ} = \frac{d}{dQ}\left(PR + \frac{CR}{Q} + \frac{PFQ}{2}\right) = 0$$

В результате получим:

$$\frac{PF}{2} - \frac{CR}{Q^2} = 0$$

Решим относительно Q:

$$\frac{PF}{2} = \frac{CR}{Q^2}$$

$$Q^2 = \frac{2CR}{PF}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2CR}{PF}} = \sqrt{\frac{2CR}{H}}$$

Однопродуктовая статическая модель с разрывами цен

В предыдущей модели не учитывались удельные затраты на приобретение товаров, т.к. они постоянны и не влияют на уровень запаса. Однако нередко цена единицы продукции зависит от размеров закупаемой партии.

В таких случаях цена меняется скачкообразно или предоставляются оптовые скидки. При этом в модели управления запасами необходимо учитывать затраты на приобретение.

Рассмотрим модель управления запасами с мгновенным пополнением запаса при отсутствии дефицита. Предположим, что цена единицы продукции равна c_1 при $y<q$ и равна c_2 при $y>=q$, где $c_1 > c_2$ и q- размер заказа, при превышении которого предоставляется скидка.

Тогда суммарные затраты на цикл помимо издержек оформления заказа и хранения запаса должен включать издержки приобретения.

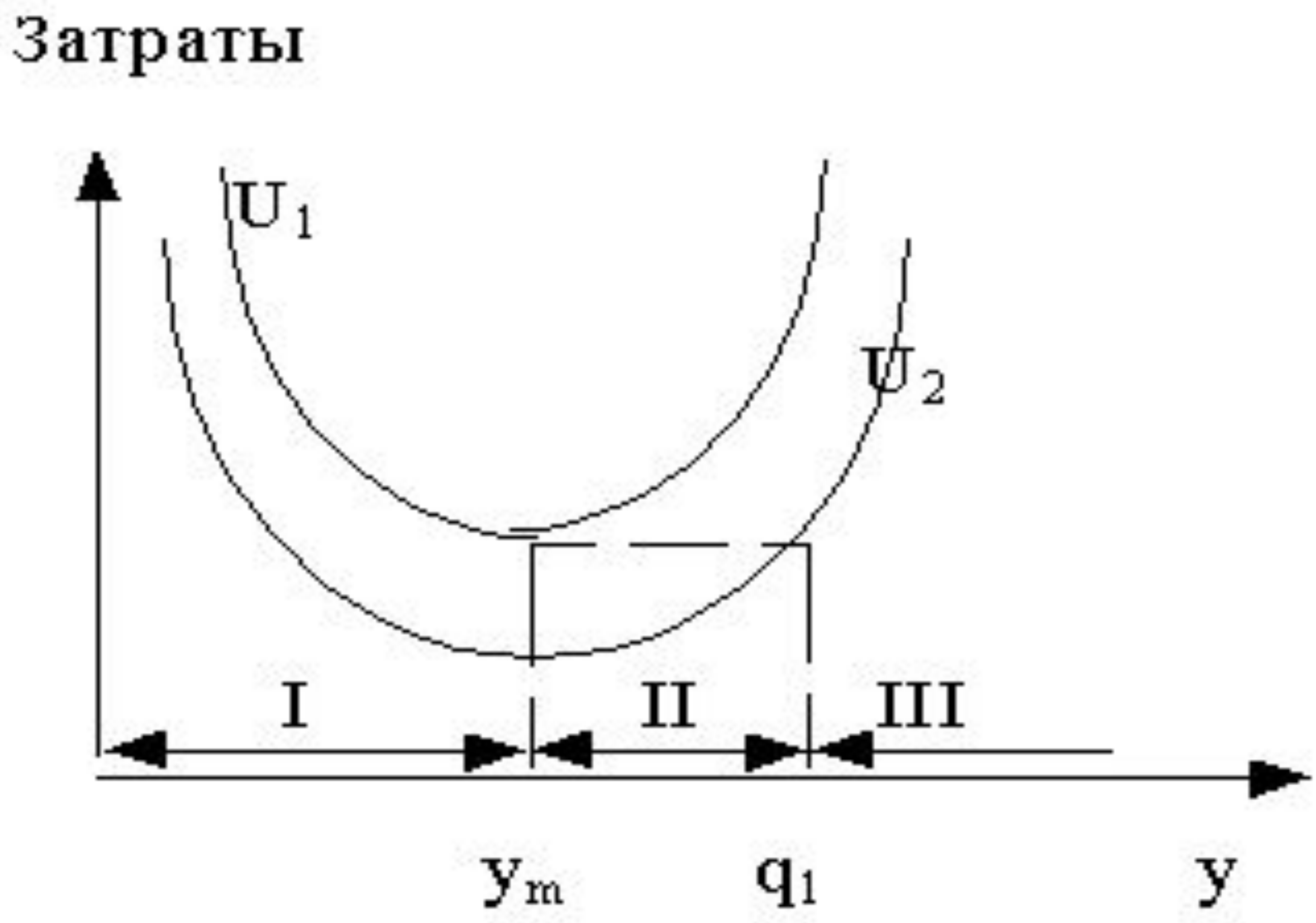
Суммарные затраты на единицу времени при y<q

$$U_1(y) = \beta c_1 + \frac{K\beta}{y} + \frac{h}{2} y$$

При y>=q эти затраты составляют

$$U_2(y) = \beta c_2 + \frac{K\beta}{y} + \frac{h}{2} y$$

Пренебрегая влиянием снижения цен, обозначим через y_m размер заказа, при котором достигается минимум $U_1(y)$ и $U_2(y)$.



Затраты
U1
U2
I
II
III
ym
q1
y

Из вида функций затрат U1(y)и U2(y) следует, что оптимальный размер заказа y^* зависит от того, где по отношению к трем показанным на рисунке зонам I, II, III находится точка разрыва цены q. Эти зоны находятся в результате определения $q_1(>y_m)$ из уравнения $U_1(y_m) = U_2(q_1)$.

Так как значение y_m известно ( ), то решение уравнения дает значение величины q_1. Тогда зоны определяются следующим образом:

Зона I: $0 <= q < y_m$,

Зона II: $y_m <= q < q_1$,

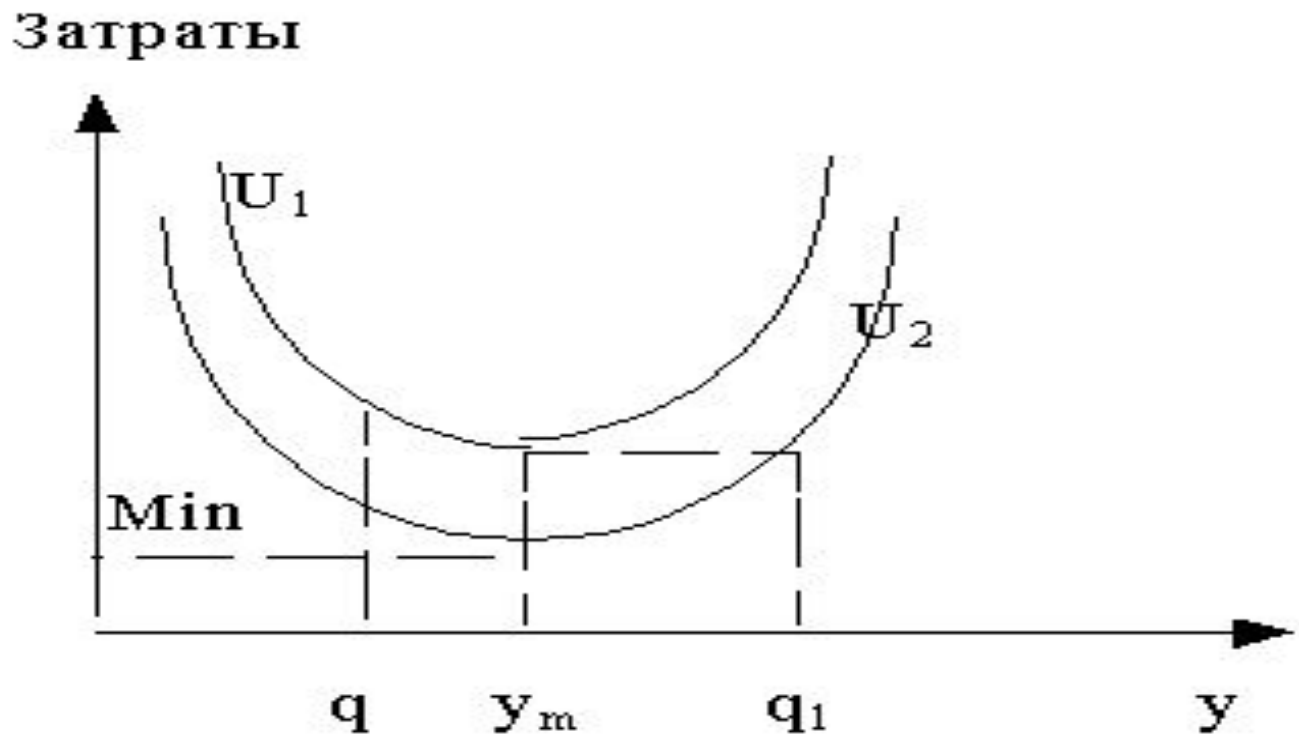
Зона III: $q >= q_1$.

Алгоритм определения y*
можно представить в
следующем виде:
1. Определить . Если $q< y_m$,
(зона I), то $y^* = y_m$ и алгоритм
закончен. В противном случае
перейти к шагу 2.

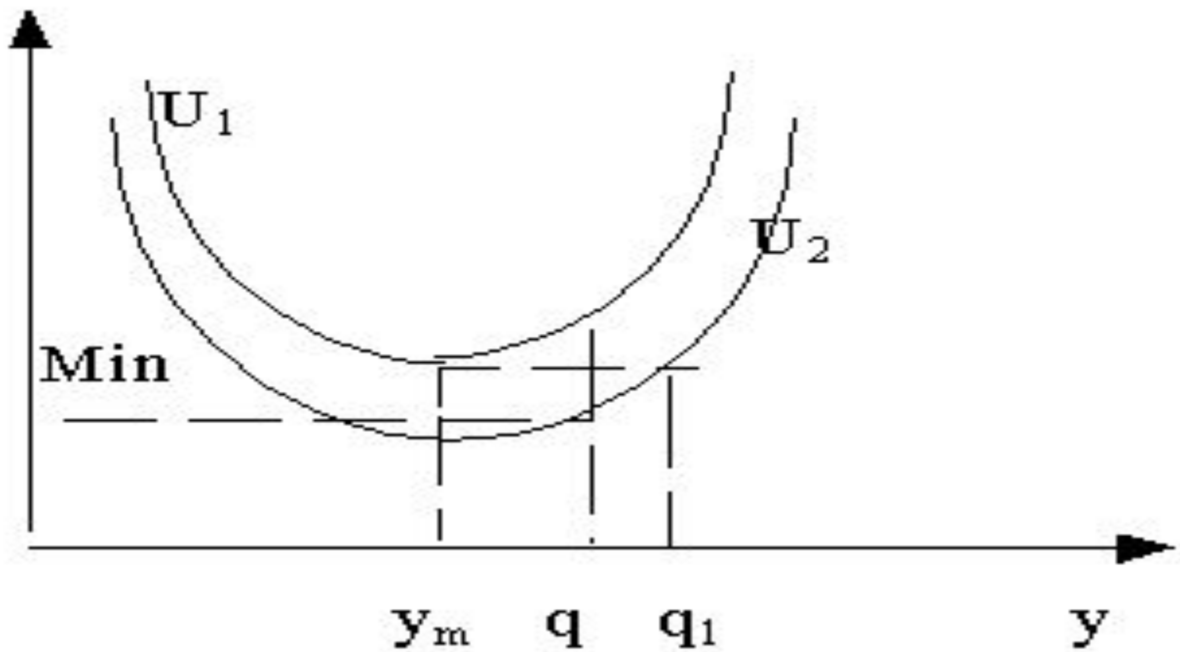
2. Определить q_1 из уравнения $U_1(y_m) = U_2(q_1)$ и установить, где по отношению к зонам II и III находится значение q.

а) если $y_m <= q < q_1$, (зона II), то $y^* = q$.

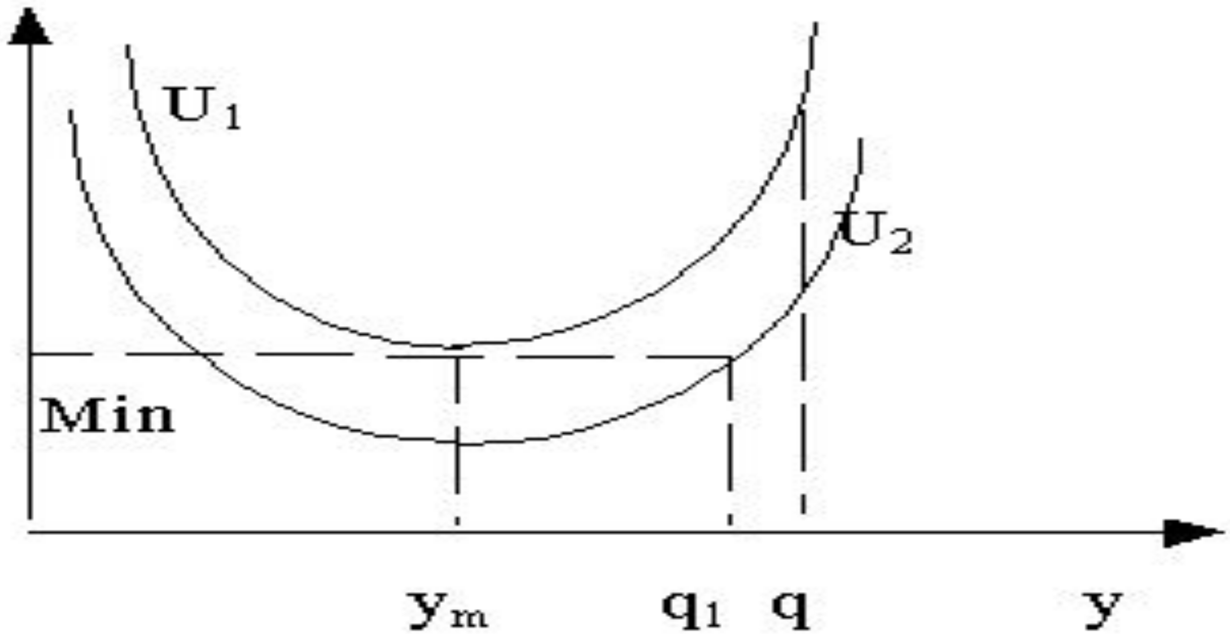
б) если $q >= q_1$, (зона III), то $y^* = y_m$.



Случай 1(q попадает в зону I)



Случай 2 (q попадает в зону II)



Случай 3(q попадает в зону III)

Многопродуктовая статическая модель с ограничениями на емкость складских помещений.

Эта модель предназначена для системы управления запасами, включающей $n>1$ видов продукции, которая хранится на одном складе ограниченной площади.

Пусть:

A - максимально допустимая площадь складского помещения для n видов продукции;

a_i - площадь, необходимая для хранения единицы продукции i-го вида;

y_i - размер заказа на продукцию i-го вида.

Ограничения на потребность в складском помещении принимают вид

$$\sum_{i=1}^{n} a_i y_i$$

Допустим, что запас продукции каждого вида пополняется мгновенно и скидки цен отсутствуют. Предположим далее, что дефицит не допускается.

Пусть:
- интенсивность спроса i-го вида продукции,
- затраты на оформление заказа i-го вида продукции,
- затраты на хранение единицы продукции в единицу времени для i-го вида продукции.

Общие затраты будут теми же, что и в случае однопродуктовой модели. Таким образом, рассматриваемая задача имеет вид:

$$\text{минимизировать } C(y_1, \dots y_n) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{K_i \beta_i}{y_i} + \frac{h_i y_i}{2}\right)$$

$$\text{при } \sum_{i=1}^{n} a_i y_i \le A, \quad y_i > 0 \text{ для всех } i.$$