«Уравнения высших степеней»

Нагуманова Ксения,
ХМАО-Югра, г. Нефтеюганск,
Муниципальное Бюджетное
Среднеобразовательное Учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №6»
10«А» класс (социально-экономический профиль)

Цель проекта

Формирование знаний о видах и методах решения уравнений высших степеней

Задачи проекта

1. **развитие навыков самостоятельной, познавательной и исследовательской деятельности;**
2. развитие умения получать и обрабатывать информацию;
3. подготовка к поступлению в ВУЗ.

Этапы выполнения работы

1 этап: подготовительный

- определение темы исследования;
- выявление предполагаемых направлений работы;
- определение источников информации;

2 этап: основной

- консультации учителя;
- поиск информации;
- выполнение заданий;
- подготовка выходных материалов в форме сборника уравнений;
- исправление недочетов;

3 этап: заключительный

- оформление сборника уравнений;
- представление результатов работы;
- подведение итогов

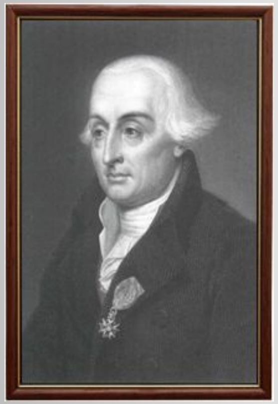
Список литературы

1. Шабунин М.И. «Пособие по математике для поступающих в вузы.»- М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000г.
2. Яковлев Г.Н. «Пособие по математике для поступающих в вузы.»- М.: Физматлит,2001г.
3. Галицкий М.Л. «Углубленное изучение алгебры и математического анализа.»- М.: Просвещение, 1997г.
4. Кальней С.Г., Олейник Т.А., Прокофьев А.А. «Сборник задач по математике для подготовительных курсов.» МГИЭТ – М.: Москва, 2006г.

История вопроса

Решение уравнений высших степеней – история полная драматизма, разочарования и радости открытия. В течение почти 700 лет математики разных стран пытались найти приёмы решения уравнений третьей, четвёртой и более высоких степеней.

Великие учёные



Жозеф Луи Лагранж (1736 – 1813)

Николо Тарталья (1499 – 1557)

Джероламо Кардано (1501 – 1576)

Франсуа Виет (1540 – 1603)

№	Вид уравнения	Метод решения
1	**Уравнения с целыми коэффициентами.**	**Схема Горнера.**
2	**Возвратные уравнения и к ним сводящиеся.** $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_{n-1}x + a_n = 0$	**чётная степень - делим обе части на x^2 и вводим новую переменную нечётная степень – сводим к чётной степени.**
3	**Симметрические уравнения.** $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_nx^{n-R} + \ldots + a_1x + a_0 = 0$	**решаются, как и возвратные.**
4	**Однородные уравнения.** $af^3(x) + bf^2(x)g(x) + cf(x)g^2(x) + dg^3(x) = 0$	**все члены уравнения делятся на** dg^3
5	**Уравнения вида** $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) = k$ **где** $a+b=c+d$	**эффективно решать перемножением** $(x-a)(x-b)$ **и** $(x-c)(x-d)$, **а затем делать замену.**
6	**Уравнения вида** $\dfrac{Ax}{ax^2+b_1x+c} + \dfrac{Bx}{ax^2+b_2x+c} = k$	**в знаменателях обоих дробей необходимо вынести Х за скобки и сделать замену.**
7	**Уравнения вида** $(ax^2+b_1x+c)(ax^2+b_2x+c) = kx^2$	**обе части уравнения делятся на** $x^2 \neq 0$
8	**Уравнения вида** $f^2(x) + g^2(x) = c$	**выделение полного квадрата.**
9	**Уравнения вида** $x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1 = 0$	**с помощью формулы** $(a^2 - b^2) = (a-b)(a+b)$
10	**Уравнения вида** $(x-a)^n + (x-b)^n = k$ $x^6 - 7x^2 + \sqrt{6} = 0$	**решаются при помощи замены** $y = x - \dfrac{a+b}{2}$

№	Вид уравнения	Метод решения
11	**Уравнения вида** $a(cx^2+p_1x+q)^2+b(cx^2+p_2x+q)^2=Ax^2$	**делим обе части на x^2 и вводим новую переменную**
12	**Уравнение вида** $\frac{x+1}{x-1}+\frac{x-2}{x+2}+\frac{x-3}{x+3}+\frac{x+4}{x-4}=4$	**сведение левой части к сумме более простых дробей**
13	**Уравнение вида** $x^3-(\sqrt{3}+1)x^2+3$	**метод введения параметра**
14		

Методы решения:

Стандартные:

1. Разложение на множители
2. Введение новой переменной

Специальные:

1. Деление на подходящее выражение с переменной
2. Выделение полного квадрата
3. Схема Горнера
4. Деление уголком
5. Группировка скобок
6. Специальная замена
7. Представление дроби в виде двух дробей
8. Метод введения параметра

Примеры из сборника «Метод неопределённых коэффициентов»

$$\mathbf{x^4 + x^3 - 4x^2 - 9x - 3 = 0.}$$

Если x = 1, то $1^4 + 1^3 - 4 \times 1^2 - 9 \times 1 - 3 \neq 0;$

если x = -1, то $(-1)^4 + (-1)^3 - 4 \times (-1)^2 - 9 \times (-1) - 3 \neq 0;$

если x = 3, то $3^4 + 3^3 - 4 \times 3^2 - 9 \times 3 - 3 \neq 0;$

если x = -3, то $(-3)^4 + (-3)^3 - 4 \times (-3)^2 - 9 \times (-3) - 3 \neq 0.$

$$\mathbf{f(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 - 9x - 3}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathbf{f(x) = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)}$$

где a, b, c и d – целые числа

$$x^4 + x^3 - 4x^2 - 9x - 3$$
$$\mathrm{x}^4 + \mathrm{x}^3(\mathrm{c} + \mathrm{a}) + \mathrm{x}^2(\mathrm{b} + \mathrm{ac} + \mathrm{d}) + \mathrm{x}(\mathrm{ad} + \mathrm{bc}) + \mathrm{bd}$$

$$\begin{cases} \mathrm{c} + \mathrm{a} = -1 \\ b + ac + d = -4 \\ ad + bc = -9 \\ bd = -3 \end{cases}$$

Так как bd = -3, то будем искать решения среди вариантов:

1. **b=1; d=-3**
2. **b=-1; d=3**
3. **b=1; d=3**
4. **b=-1; d=-3**

Проверим вариант № 2, когда b=-1; d=3:

a=-2; c=3

Подставим значения *a, b, c* и *d*

$$f(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 - 9x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(x^2 + 3x + 3).$$

$$(x^2 - 2x - 1)(x^2 + 3x + 3) = 0.$$

$(x^2 - 2x - 1) = 0$ или $(x^2 + 3x + 3) = 0$

$D = 8;\ 8 > 0;$ 2 корня

$D = -3;\ -3 < 0;$ корней нет

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

Ответ: $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$

«Возвратные уравнения»

$$\mathbf{2x^4 + 9x^3 - x^2 + 9x - 2 = 0}$$

Так как $\boldsymbol{x = 0}$ – не является корнем уравнения, то разделим обе части уравнения на $\boldsymbol{x^2}$, $\boldsymbol{x^2 \neq 0}$

$$2x^2 + 9x - 1 + \frac{9}{x} + \frac{2}{x^2} = 0$$

$$2(x^2 + \frac{1}{x^2}) + 9(x + \frac{1}{x}) - 1 = 0$$

Пусть $t = x + \frac{1}{x}$

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 9\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1 = 0$$

$$2t^2 + 9t - 5 = 0$$

$t_1 = -5$

$x + \frac{1}{x} = -5$

$\frac{x^2+5x+1}{x} = 0$

$\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$

$t_2 = \frac{1}{2}$

$x + \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

$\frac{2x^2-x+2}{2x} = 0$

корней нет

Ответ:x= $\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$

Проектный продукт

Сборник уравнений высших степеней

Содержание сборника

1. Обобщённая таблица видов и методов решения уравнений высших степеней (13 видов и 10 методов)

2. Решебник уравнений (44уравнения)

Заключение

После завершения работы над проектом, я научилась:

- Применять полученные знания для решения уравнений высших степеней.
- Работать с дополнительной литературой и систематизировать материал.
- увидеть проблему и наметить пути решения.