УСЛОВНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ

Определения

Пусть имеются случайные события A, B и $P(B) \neq 0$.

Определение. Условной вероятностью события A при условии, что произошло событие B называется число

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \qquad (1)$$

Аналогично (1) при $P(A) \neq 0$

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \qquad (2)$$

Из (1), (2)

$$P(AB) = P(A)P(B/A), \quad P(AB) = P(B)P(A/B) \qquad (3)$$

(3) -**Теорема умножения вероятностей**.

Пусть $A_1, A_2, \ldots, A_n$ – случайные события. Тогда

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) = P\left(A_1\right)P\left(A_2 / A_1\right)P\left(A_3 / A_1, A_2\right),\ldots,P\left(A_n / A_1, A_2,\ldots,A_{n-1}\right) \tag{4}$$

Определение. Случайные события A, B называются **независимыми**, если

$$P(AB) = P(A)P(B) \tag{5}$$

Из (3) (5) для независимых событий

$$P(A/B) = P(A),\ P(B/A) = P(B) \tag{6}$$

Определение. Случайные события $A_1, A_2, \ldots, A_n$ называются **независимыми в совокупности,** если для любых целых $1 \le i_1 < i_2 < \ldots < i_k \le n$, $к = 2,3,\ldots,n$

$$P\left(\bigcap_{j=1}^{k} A_{i_j}\right) = \prod_{j=1}^{k} P\left(A_{i_j}\right) \tag{7}$$

Из независимости в совокупности следует попарная независимость, обратное не всегда верно.

Если случайные события A, B независимы, то независимы и события

$$\overline{A}B,\ \ A\overline{B},\ \ \overline{A}\overline{B}$$