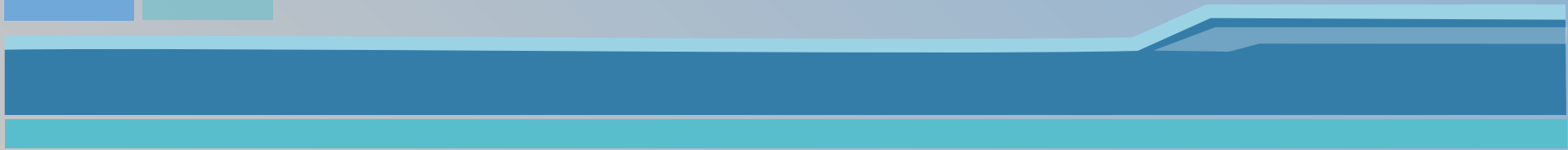
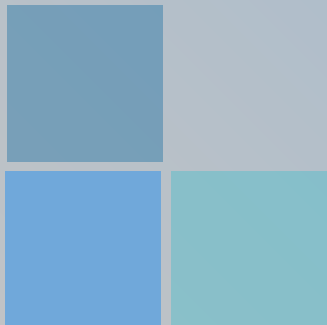
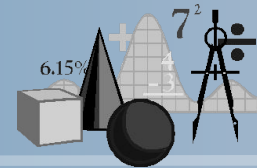


Условная вероятность



Условная вероятность

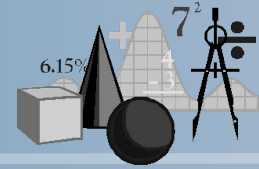


- Вероятность события A при условии того, что событие B произошло, называется **условной** вероятностью и обозначается

$$P(A / B) \text{ или } P_B(A)$$



Пример 1.



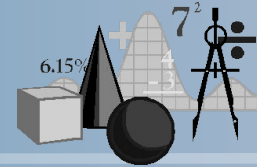
Пусть пять студентов вытягивают на экзамене один билет из пяти, причем один из них - очень лёгкий. Какова вероятность для того, кто идёт третьим, вытащить удачный билет?

Решение.

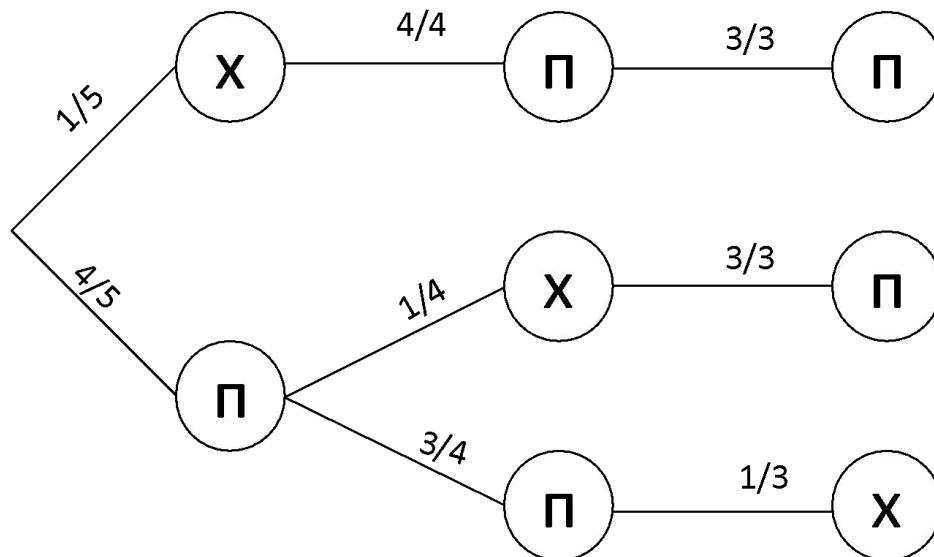
Очевидно, что эта вероятность зависит от того, что попало предыдущим студентам, и вытянуть удачный билет третий студент может только в том случае, когда его не взяли двое предыдущих:

$$P_{\overline{A \cdot B}}(C)$$


Решение задачи



Пусть пять студентов вытягивают на экзамене один билет из пяти, причем один из них очень лёгкий. Какова вероятность для того, кто идёт третьим, вытащить удачный билет?

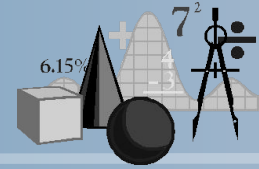


Каждый студент возьмет хороший билет

$$) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$$



Формула полной вероятности



Для вычисления полной вероятности события A нужно перечислить все условия H_i , при которых может наступить A , и перемножить вероятности этих условий на соответствующие им условные вероятности.

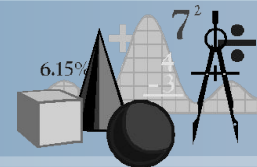
$$P(A) = P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A) + \dots + P(H_k) \cdot P_{H_k}(A)$$

Причем сумма вероятностей гипотез должна быть равна 1, т.е.

$$\sum P(H_i) = 1$$



Формула Байеса

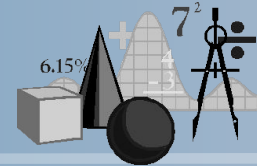


Пусть событие A может быть вызвано набором причин H_i . Тогда вероятность того, что к событию A привело событие H_i , пропорциональна произведению вероятности соответствующей причины на вероятность следствия.

$$P_A(H_i) = \frac{P(H_i) \cdot P_{H_i}(A)}{P(A)}$$



Пример 2.

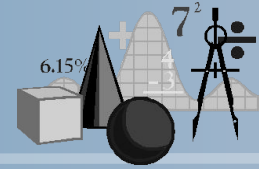


Имеются 2 урны с шарами. В первой урне находятся 2 белых и 4 черных шара, во второй – 3 белых и 3 черных.

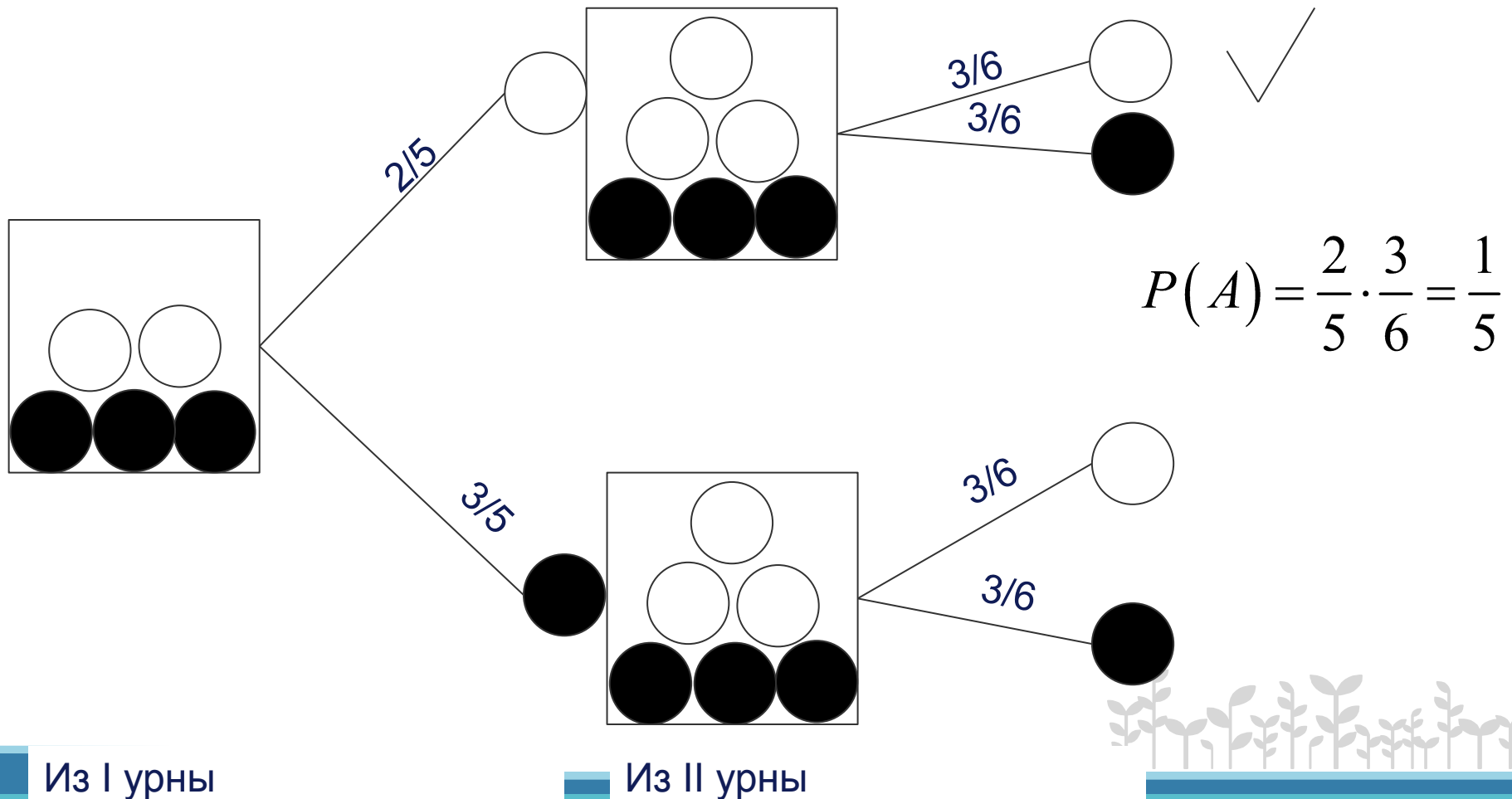
- Из каждой урны достали по одному шару. Найти вероятность того, что эти шары белые.
- Выбирается урна и из нее извлекается 2 шара. Найти вероятность того, что эти шары белые. Найти вероятность того, что они были взяты из первой урны.
- Из первой урны во вторую переложили 1 шар, а затем из второй (пополненной) урны достали 2 шара. Они оказались белыми. Найти вероятность того, что был переложен белый шар.



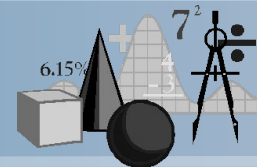
Пример 2.1



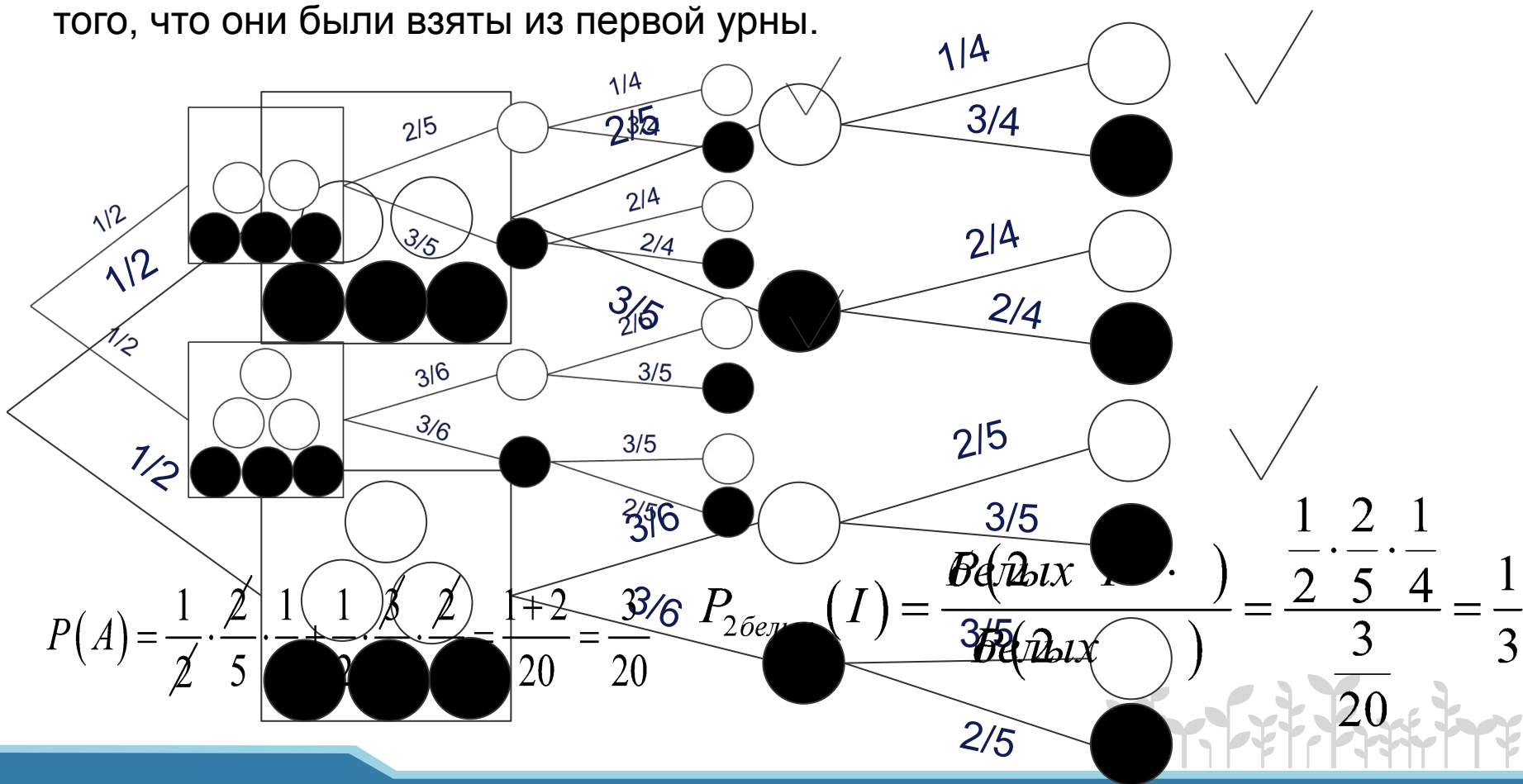
Имеются 2 урны с шарами. В первой урне находятся 2 белых и 3 черных шара, во второй – 3 белых и 3 черных. Из каждой урны достали по одному шару. Найти вероятность того, что эти шары белые.



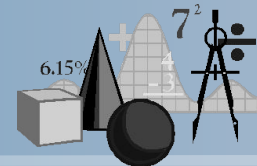
Пример 2.2



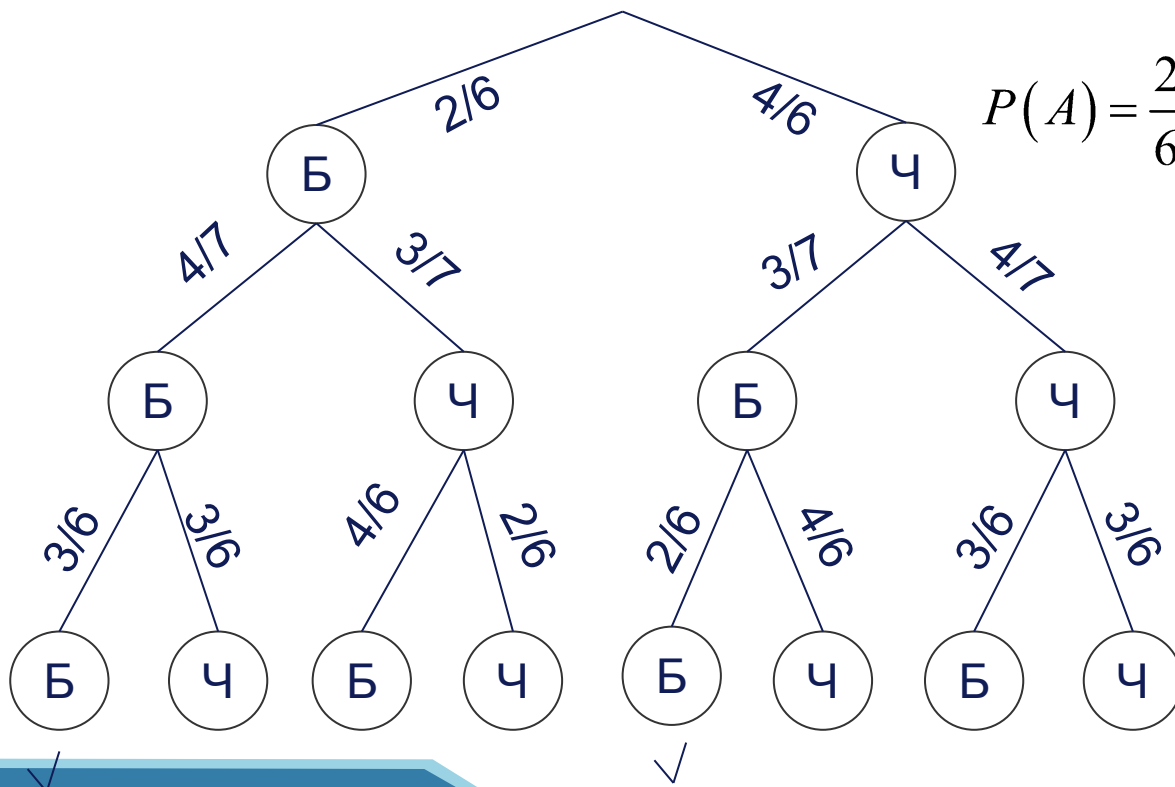
Имеются 2 урны с шарами. В первой урне находятся 2 белых и 3 черных шара, во второй – 3 белых и 3 черных. Выбирается урна и из нее извлекается 2 шара. Найти вероятность того, что эти шары белые. Найти вероятность того, что они были взяты из первой урны.



Пример 2.3



Имеются 2 урны с шарами. В первой урне находятся 2 белых и 4 черных шара, во второй – 3 белых и 3 черных. Из первой урны во вторую переложили 1 шар, а затем из второй (пополненной) урны достали 2 шара. Они оказались белыми. Найти вероятность того, что был переложен белый шар.



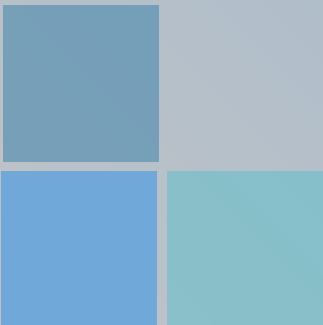
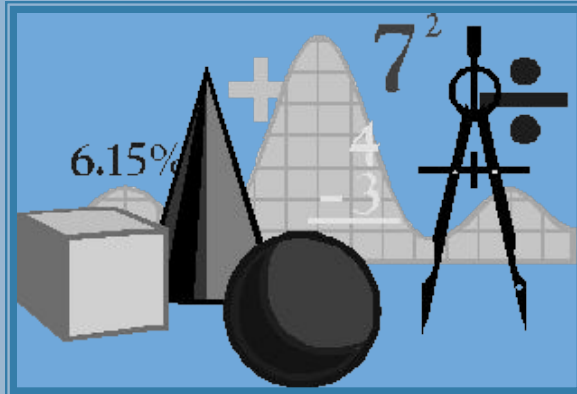
$$P(A) = \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = 2 \cdot \frac{\cancel{2} \cdot 3 \cdot 4}{6 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{4}{21}$$

Из I урны во II

1 шар из II урны

2 шар из II урны





Дерево исходов

