

**ДемOVERсия**

**ЕГЭ 2012год**

**В1 – В14**

**Зенина Алевтина Дмитриевна,  
учитель математики  
г.Тюмень, 2011 г.**



# V.1

**Билет на автобус стоит 15 рублей. Какое максимальное число билетов можно будет купить на 100 рублей после повышения цены билета на 20%?**

Билет на автобус стоит 15 рублей – это 100%  
Цена билета после повышения x рублей – это 120%?

По свойству пропорции:  $100 \cdot x = 15 \cdot 120$

$x = 15 \cdot 120 : 100 = 18$  (рублей) – цена билета после повышения на 20%

Максимальное число билетов можно будет купить на 100 рублей:

$$\begin{array}{r} 100 \quad | \quad 18 \\ -90 \quad | \quad 5 \\ \hline 10 \end{array}$$

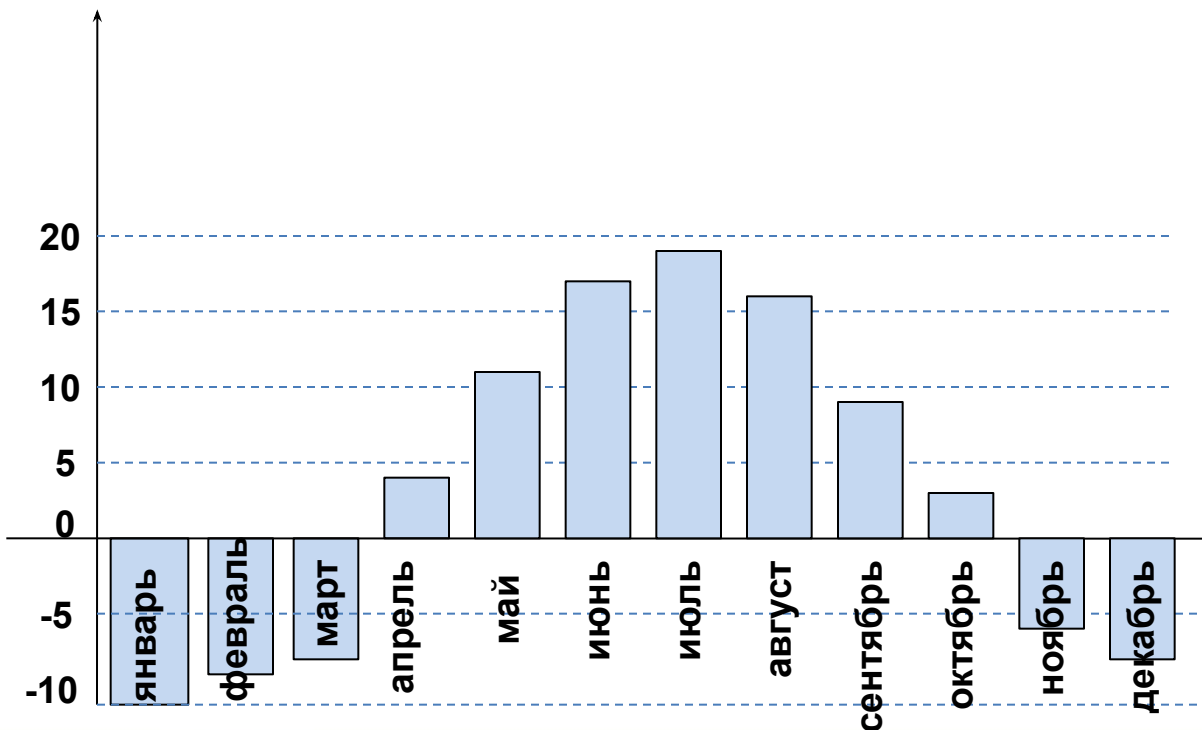
Можно купить 5 билетов и 10 рублей будет сдачи.

**Ответ: 5**



# В.2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Ярославле по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев, когда средняя температура в Ярославле была отрицательной.

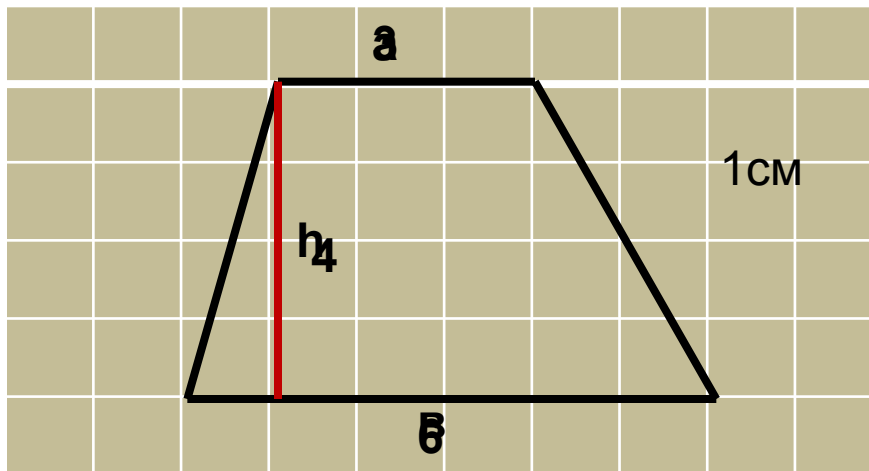


Ответ: 5



# В.3

Найдите площадь четырёхугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Формула площади трапеции:

$$S = \frac{a+b}{2} h, \text{ где } a \text{ и } b$$

основания трапеции,  
 $h$  – высота трапеции

$$S = \frac{3+6}{2} 4 = 18$$

**Ответ: 18**



# В.4

Строительная фирма планирует купить  $70 \text{ м}^3$  пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей нужно заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой?

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за $1 \text{ м}^3$ )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия доставки
А	2 600	10 000	
Б	2 800	8 000	При заказе товара на сумму свыше 150 000 рублей доставка бесплатная
В	2 700	8 000	При заказе товара на сумму свыше 200 000 рублей доставка бесплатная



# В.4

Строительная фирма планирует купить  $70 \text{ м}^3$  пеноблоков

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за $1 \text{ м}^3$ )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия доставки
А	$2\,600 \times 70 + 10\,000 = 192\,000$		
Б	$2\,800 \times 70 = 196\,000$		При заказе товара на сумму свыше <b>150 000</b> рублей доставка бесплатная
В	$(2\,700 \times 70) = \begin{array}{r} 189\,000 \\ + 8\,000 \\ \hline 197\,000 \end{array}$		При заказе товара на сумму свыше <b>200 000</b> рублей доставка бесплатная

Ответ: 192000



# B.5

Найдите корень уравнения  $\log_3 (x - 3) = 2$ .

$$\log_3 (x - 3) = 2 \cdot 1 \quad \text{Применим формулу } \log_3 3 = 1$$

$$\log_3 (x - 3) = 2 \cdot \log_3 3$$

$$\log_3 (x - 3) = 2 \log_3 9$$

$$x - 3 = 9$$

$$x = 9 + 3$$

$$x = 12$$

Если  $f(x) > 0$  и  $g(x) > 0$ . то логарифмическое уравнение  $\log_3 f(x) = \log_3 g(x)$  равносильно уравнению  $f(x) = g(x)$

$$f(x) = x - 3$$

$$x - 3 > 0$$

$$x > 3$$

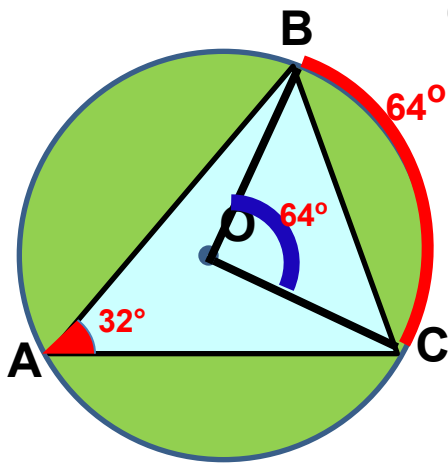
$$12 > 3$$

**Ответ: 12**



# В.6

Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром  $O$ . Найдите угол  $BOC$ , если угол  $BAC$  равен  $32^\circ$ .



Угол  $BAC$  - вписанный.

Он измеряется половиной дуги, на которую опирается.

Следовательно дуга  $BC$  равна  $64^\circ$ .

Угол  $BOC$  – центральный.

Он измеряется дугой, на которую опирается.

Следовательно угол  $BOC$  равен  $64^\circ$ .

**Ответ:64**





# V.7

Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,6$  и  $\pi < \alpha < 2\pi$ .

Из основного тригонометрического тождества:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

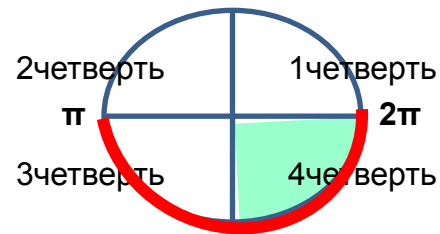
найдем  $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ ,

$$\sin^2 \alpha = 1 - (0,6)^2$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - 0,36$$

$$\sin^2 \alpha = 0,64$$

$$\sin \alpha = \pm 0,8$$



По условию  $\cos \alpha > 0$ , следовательно  $\alpha$  принадлежит 4 четверти

В 4 четверти  $\sin \alpha < 0$

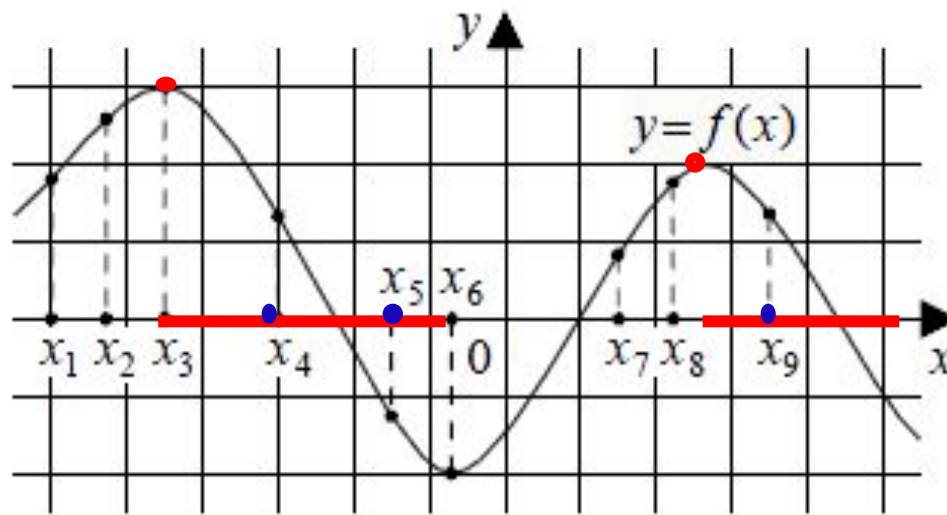
Следовательно  $\sin \alpha = -0,8$

**Ответ: - 0,8**



# B.8

**B8** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены девять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?



Вспомним теорему:



**Ответ: 3**



# В.8 Теоретические

## сведения

Если функция  $y = f(x)$  определена и непрерывна в некотором промежутке и во всех внутренних точках этого промежутка имеет неположительную производную ( $f'(x) \leq 0$ ), причем равенство  $f'(x) = 0$  выполняется не более чем в конечном числе точек этого промежутка, тогда функция  $y = f(x)$  убывает на этом промежутке.

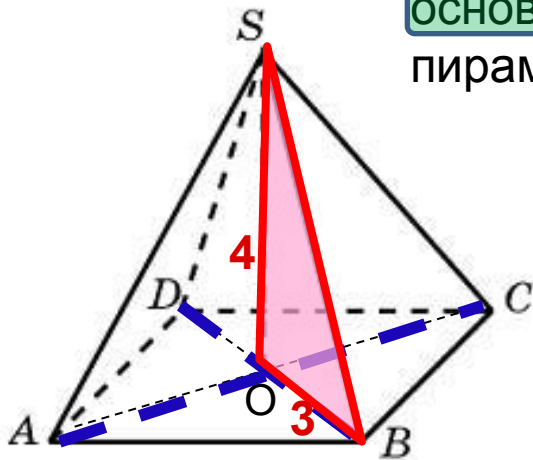
И ТАК: Решим эту задачу, воспользовавшись следующим утверждением.

**Производная непрерывно дифференцируемой функции на промежутке убывания не положительна. Значит необходимо выделить промежутки убывания функции и сосчитать количество целых чисел, принадлежащих этим промежуткам. Причем производная равна нулю на концах этих промежутков, значит, нужно брать только внутренние точки промежутков.**

# В.9

Диагональ  $AC$  основания правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равна 6. Высота пирамиды  $SO$  равна 4. Найдите длину бокового ребра  $SB$ .

**Правильная пирамида** - пирамида, у которой в основании лежит правильный  $n$ -угольник, а вершина пирамиды проектируется в центр этого  $n$ -угольника.



В пирамиде  $SABCD$  в основании лежит квадрат. В квадрате равны. По условию  $AC = 6$

Следовательно  $DB = 6$ .

Диагонали в квадрате точке пересечения делятся пополам.

Следовательно  $AO = OC = BO = OD = 3$

$\triangle SOD$  прямоугольный ( $SO = 4$  - высота пирамиды)

По теореме Пифагора:  $SB^2 = SO^2 + OB^2$

$$SB^2 = 4^2 + 3^2; \quad SB^2 = 25; \quad SB^2 = 5^2; \quad SB = 5.$$

**Ответ: 5**



# В.10

В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.

Вероятностью события того, что в билете будет вопрос о грибах равна:



$$P(A) = \frac{2}{25} = 0,08$$

Найдём вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах

$P(A)$  - вероятность события  $A$

$P(\bar{A})$  - вероятность противоположного ему события.

Из соотношения:  $P(A) + P(\bar{A}) = 1$  найдем  $P(\bar{A})$ .

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,08 = 0,92$$

Ответ: 0,92



# В.10 Теоретические

## сведения

**Вероятностью события А** при проведении некоторого испытания называют отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие А, к общему числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания.

### **Алгоритм нахождения вероятности случайного события**

Для нахождения вероятности случайного события А при проведении некоторого испытания следует найти:

- 1) число N всех возможных исходов данного испытания;
- 2) количество  $N(A)$  тех исходов, в которых наступает событие А;

3) частное  $\frac{N(A)}{N}$  ; оно и будет равно вероятности события А.

Вероятность события А обозначают:  $P(A)$



# V.11

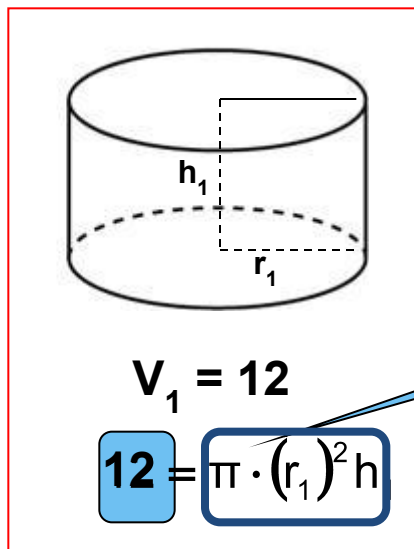
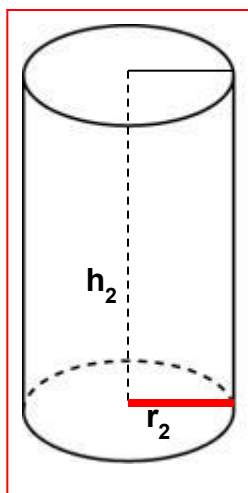
Объём первого цилиндра равен  $12 \text{ м}^3$ . У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания в два раза меньше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра (в  $\text{м}^3$ ).

$$V = Sh$$

$V$  - объём цилиндра  
 $S$  - площадь основания цилиндра

$$\Rightarrow V = \pi r^2 h$$

$h$  - высота цилиндра  
 $r$  - радиус цилиндра



$$h_2 = 3h_1$$

$$r_2 = \frac{1}{2}r_1$$

$$V_2 = \pi (r_2)^2 \cdot h_2$$

$$V_2 = \frac{1}{4} \pi (r_1)^2 \cdot 3h_1$$

$$V_2 = \frac{3}{4} \pi \cdot (r_1)^2 \cdot h_1$$

$$V_2 = \frac{3}{4} 12$$

$$V_1 = 12$$

$$12 = \pi \cdot (r_1)^2 \cdot h$$

$$V_2 = 9$$

**Ответ: 9**



# В.12

Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой  $h(t) = -5t^2 + 18t$ , где  $h$  – высота в метрах,  $t$  – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 9 метров.

$$h(t) = -5t^2 + 18t;$$

$$-5t^2 + 18t \geq 9;$$

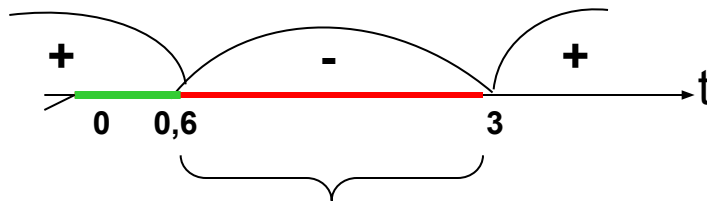
$$5t^2 - 18t + 9 \leq 0;$$

$$5t^2 - 18t + 9 = 0;$$

$$t = 3;$$

$$t = 0,6.$$

$$3 - 0,6 = 2,4$$



**Ответ: 2.4**





# В.13

Весной катер идёт против течения реки в  $1\frac{2}{3}$  раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в  $1\frac{1}{2}$  раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

$x$  км/час – собственная скорость катера весной;

$y$  км/час – скорость течения реки весной;

Составим систему:

$(x + y)$  км/час – скорость по течению весной;

$(x - y)$  км/час – скорость против течения весной.

$(x + y - 1)$  км/час – скорость катера по течению (летом);

$(x - (y - 1))$  км/час – скорость катера против течения (летом) .

$$\begin{cases} x-y = (x+y) \cdot 1\frac{2}{3} \\ x-y+1 = (x+y-1) \cdot 1\frac{1}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} x-y = (x+y) \cdot 0,6 \\ x-y+1 = (x+y-1) \cdot \frac{2}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x-5y = 3x+3y \\ 3x-3y+3 = 2x+2y-2; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x=8y \\ x=5y-5; \end{cases}$$

$$10y-10 = 8y;$$

$$2y=10;$$

$$y=5$$

**Ответ:5**



# V.14

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 2 \cos x + \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}\pi}{3} \quad \text{на отрезке} \quad \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

**Алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[a; b]$**

1. Найти производную  $f'(x)$ .
2. Найти точки, в которых  $f'(x) = 0$  или  $f'(x)$  не существует, и отобразить из них те, что лежат внутри отрезка  $[a; b]$ .
3. Вычислить значения функции  $y = f(x)$  в точках, отобранных на втором шаге, и на концах отрезка  $a$  и  $b$ ; выбрать среди этих значений наименьшее (это будет  $y_{\text{наим}}$ ) и наибольшее (это будет  $y_{\text{наиб}}$ ).



# B.14

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 2 \cos x + \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}\pi}{3} \text{ на отрезке } \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

Алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[a; b]$

Теперь найдем значения функции на концах отрезка  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

1. Найти производную  $f'(x)$ .  $f'(x) = -2 \sin x + \sqrt{3}$

2. Найти точки, в которых  $f'(x) = 0$ .  $f'(2\sin x + \sqrt{3}) = 0$ ;  $2 \sin x = \sqrt{3}$ ;  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $x = \frac{\pi}{2}$ ;  $x = \frac{\pi}{3}$

Вычислять значения  $\sqrt{3}$  на концах не смысла. В ответе должны быть целые числа или конечные десятичные дроби. А число  $\pi$  – иррациональное число.

Следовательно ответом будет число 1. Из этих значений отрезку  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  принадлежит только точка  $x = \frac{\pi}{3}$

3. Найдем значение функции в точке  $x = \frac{\pi}{3}$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3} \cdot \pi}{3} - \frac{\sqrt{3} \cdot \pi}{3} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

Ответ: 1



# C1

Решите уравнение  $6\sin^2 x + \cos x - 5 = 0$  и найдите корни, принадлежащие отрезку  $[2\pi; 3\pi]$

Из основного тригонометрического тождества:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$6(1 - \cos^2 x) + \cos x - 5 = 0$$

$$6 - 6\cos^2 x + \cos x - 5 = 0$$

$$6\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

Откуда  $\cos x = 1/2$  или  $\cos x = -1/3$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \left( \pi - \arccos \frac{1}{3} \right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Из второй серии корней,  $x \in [2\pi; 3\pi]$  при  $k=1$  будет  $x = 3\pi - \arccos 1/3$ .

В серии корней  $x = -(\pi - \arccos 1/3) + 2\pi k$  нет корней из отрезка  $[2\pi; 3\pi]$

**Ответ:**  $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

$$x = \pm \left( \pi - \arccos \frac{1}{3} \right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

В первой серии корней найдём корни, принадлежащие отрезку  $[2\pi; 3\pi]$ .

$$2\pi \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq 3\pi;$$

$$\frac{5}{6} \leq n \leq \frac{4}{3};$$

$$n = 1 \quad x = \frac{7\pi}{3}$$

В серии  $x = -\pi/3 + 2\pi n$  нет корней.

**$x = 7/3\pi;$      $x = 3\pi - \arccos 1/3.$**



# C2, C3, C4, C5, C6

Смотри решение

[matemetica-demo-2012.rar](#)



# Источники изображений



<http://krasdo.ucoz.ru/ee383358c499.png>



[http://www.grafamania.net/uploads/posts/2008-08/1219611582\\_7.jpg](http://www.grafamania.net/uploads/posts/2008-08/1219611582_7.jpg)

Автор данного шаблона:  
Ермолаева Ирина Алексеевна  
учитель информатики и математики  
МОУ «Павловская сош»  
с.Павловск  
Алтайский край



# Скоро

- ~~Еще есть~~ время  
подготовиться!



*Автор:  
Зенина Алексина Дмитриевна*

*учитель математики*

**Использованы материалы сайтов:**

**<http://www.mathege.ru:8080/or/ege/Main.html?view=Pos>**

