

ДемOVERсия

ЕГЭ 2012год

В1 – В14

**Зенина Алевтина Дмитриевна,
учитель математики
г.Тюмень, 2011 г.**



V.1

Билет на автобус стоит 15 рублей. Какое максимальное число билетов можно будет купить на 100 рублей после повышения цены билета на 20%?

Билет на автобус стоит 15 рублей — это 100%
Цена билета после повышения x рублей — это 120%?

По свойству пропорции: $100 \cdot x = 15 \cdot 120$

$x = 15 \cdot 120 : 100 = 18$ (рублей) — цена билета после повышения на 20%

Максимальное число билетов можно будет купить на 100 рублей:

$$\begin{array}{r} 100 \quad | \quad 18 \\ -90 \quad | \quad 5 \\ \hline 10 \end{array}$$

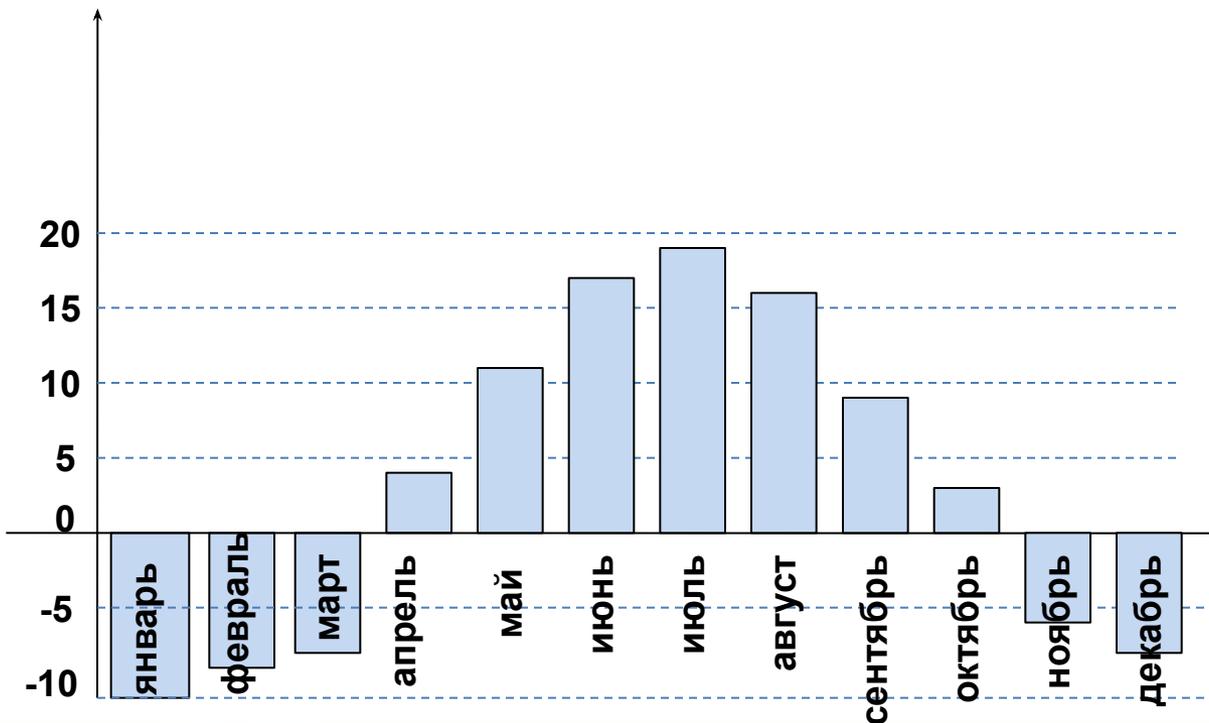
Можно купить 5 билетов и 10 рублей будет сдачи.

Ответ: 5



В.2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Ярославле по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев, когда средняя температура в Ярославле была отрицательной.

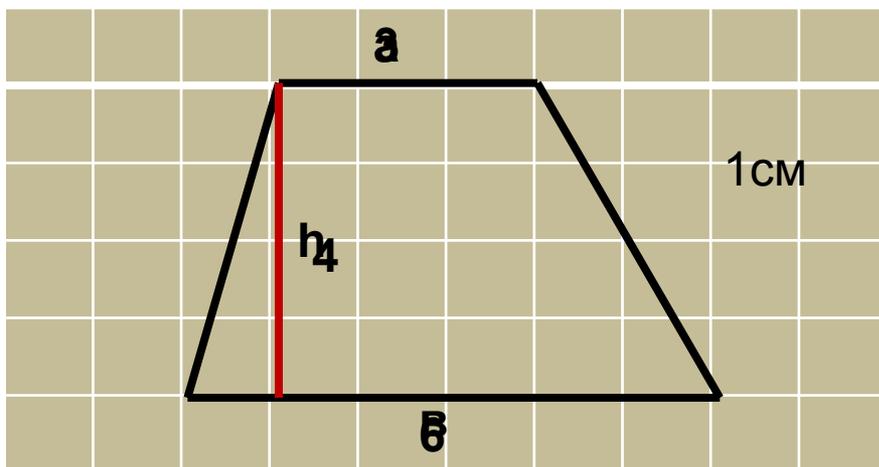


Ответ: 5



В.3

Найдите площадь четырёхугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Формула площади трапеции:

$$S = \frac{a+b}{2} h, \text{ где } a \text{ и } b$$

основания трапеции,
 h – высота трапеции

$$S = \frac{3+6}{2} 4 = 18$$

Ответ: 18



В.4

Строительная фирма планирует купить 70 м^3 пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей нужно заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой?

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за 1 м^3)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия доставки
А	2 600	10 000	
Б	2 800	8 000	При заказе товара на сумму свыше 150 000 рублей доставка бесплатная
В	2 700	8 000	При заказе товара на сумму свыше 200 000 рублей доставка бесплатная



В.4

Строительная фирма планирует купить 70 м^3 пеноблоков

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за 1 м^3)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия доставки
А	$2\,600 \times 70 + 10\,000 = 192\,000$		
Б	$2\,800 \times 70 = 196\,000$		При заказе товара на сумму свыше 150 000 рублей доставка бесплатная
В	$(2\,700 \times 70) = \begin{array}{r} 189\,000 \\ + 8\,000 \\ \hline 197\,000 \end{array}$		При заказе товара на сумму свыше 200 000 рублей доставка бесплатная

Ответ: 192000



B.5

Найдите корень уравнения $\log_3 (x - 3) = 2$.

$$\log_3 (x - 3) = 2 \cdot 1 \quad \text{Применим формулу } \log_3 3 = 1$$

$$\log_3 (x - 3) = 2 \cdot \log_3 3$$

$$\log_3 (x - 3) = 2 \log_3 9$$

$$x - 3 = 9$$

$$x = 9 + 3$$

$$x = 12$$

Если $f(x) > 0$ и $g(x) > 0$. то логарифмическое уравнение $\log_3 f(x) = \log_3 g(x)$ равносильно уравнению $f(x) = g(x)$

$$f(x) = x - 3$$

$$x - 3 > 0$$

$$x > 3$$

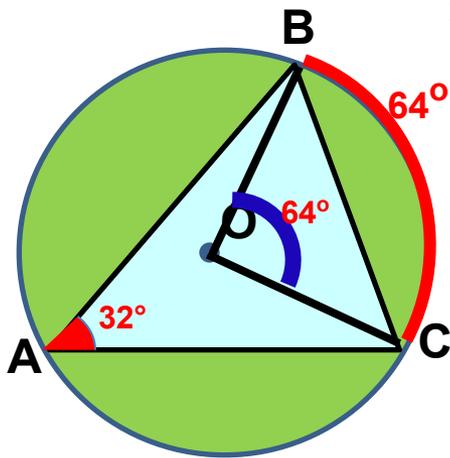
$$12 > 3$$

Ответ: 12



В.6

Треугольник ABC вписан в окружность с центром O . Найдите угол BOC , если угол BAC равен 32° .



Угол BAC - вписанный.

Он измеряется половиной дуги, на которую опирается.

Следовательно дуга BC равна 64° .

Угол BOC – центральный.

Он измеряется дугой, на которую опирается.

Следовательно угол BOC равен 64° .

Ответ:64



V.7

Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и $\pi < \alpha < 2\pi$.

Из основного тригонометрического тождества: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

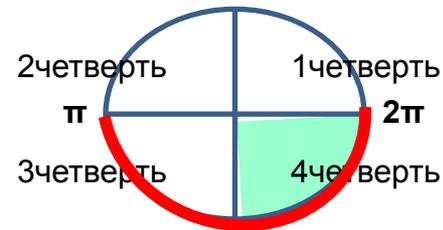
найдем $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$,

$$\sin^2 \alpha = 1 - (0,6)^2$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - 0,36$$

$$\sin^2 \alpha = 0,64$$

$$\sin \alpha = \pm 0,8$$



По условию $\cos \alpha > 0$, следовательно α принадлежит 4 четверти

В 4 четверти $\sin \alpha < 0$

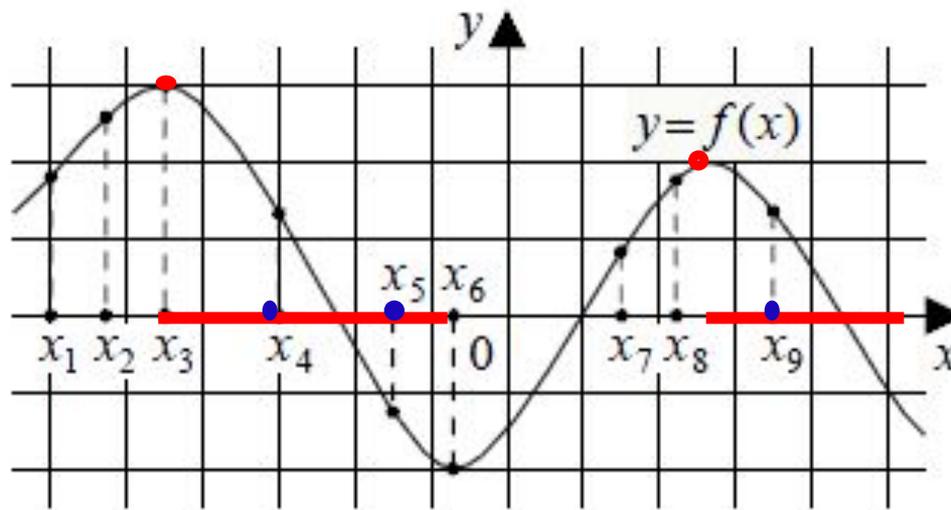
Следовательно $\sin \alpha = -0,8$

Ответ: - 0,8



B.8

B8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены девять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



Вспомним теорему:



Ответ: 3



В.8 Теоретические

сведения

Если функция $y = f(x)$ определена и непрерывна в некотором промежутке и во всех внутренних точках этого промежутка имеет неположительную производную ($f'(x) \leq 0$), причем равенство $f'(x) = 0$ выполняется не более чем в конечном числе точек этого промежутка, тогда функция $y = f(x)$ убывает на этом промежутке.

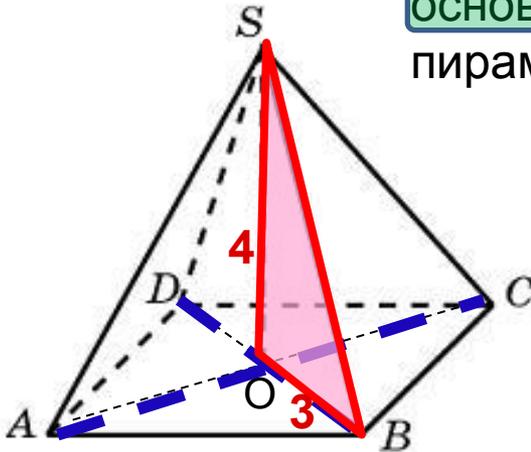
И ТАК: Решим эту задачу, воспользовавшись следующим утверждением.

Производная непрерывно дифференцируемой функции на промежутке убывания не положительна. Значит необходимо выделить промежутки убывания функции и сосчитать количество целых чисел, принадлежащих этим промежуткам. Причем производная равна нулю на концах этих промежутков, значит, нужно брать только внутренние точки промежутков.

В.9

Диагональ AC основания правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равна 6. Высота пирамиды SO равна 4. Найдите длину бокового ребра SB .

Правильная пирамида - пирамида, у которой в основании лежит правильный n -угольник, а вершина пирамиды проектируется в центр этого n -угольника.



В пирамиде $SABCD$ в основании лежит квадрат. В квадрате равны. По условию $AC = 6$

Следовательно $DB = 6$.

Диагонали в квадрате точке пересечения делятся пополам.

Следовательно $AO = OC = BO = OD = 3$

$\triangle SOD$ прямоугольный ($SO = 4$ - высота пирамиды)

По теореме Пифагора: $SB^2 = SO^2 + OB^2$

$$SB^2 = 4^2 + 3^2; \quad SB^2 = 25; \quad SB^2 = 5^2; \quad SB = 5.$$

Ответ: 5



В.10

В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.

Вероятностью события того, что в билете будет вопрос о грибах равна:



$$P(A) = \frac{2}{25} = 0,08$$

Найдём вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах

$P(A)$ - вероятность события A

$P(\bar{A})$ - вероятность противоположного ему события.

Из соотношения: $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ найдем $P(\bar{A})$.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,08 = 0,92$$

Ответ: 0,92



В.10 Теоретические

сведения

Вероятностью события А при проведении некоторого испытания называют отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие А, к общему числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания.

Алгоритм нахождения вероятности случайного события

Для нахождения вероятности случайного события А при проведении некоторого испытания следует найти:

- 1) число N всех возможных исходов данного испытания;
- 2) количество $N(A)$ тех исходов, в которых наступает событие А;

3) частное $\frac{N(A)}{N}$; оно и будет равно вероятности события А.

Вероятность события А обозначают: $P(A)$



V.11

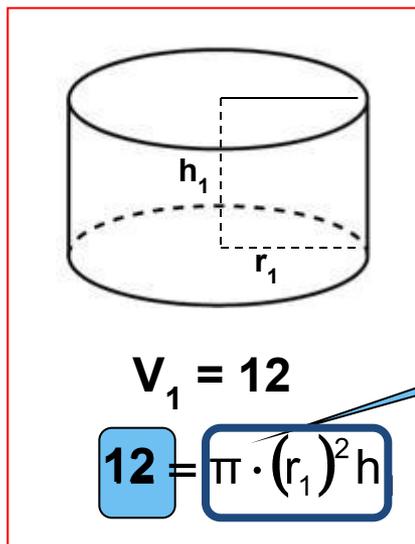
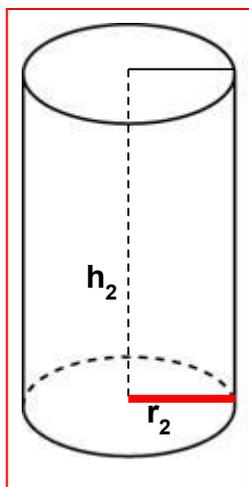
Объём первого цилиндра равен 12 м^3 . У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания в два раза меньше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра (в м^3).

$$V = Sh$$

V - объём цилиндра
 S - площадь основания цилиндра

$$\Rightarrow V = \pi r^2 h$$

h - высота цилиндра
 r - радиус цилиндра



$$h_2 = 3h_1$$

$$r_2 = \frac{1}{2}r_1$$

$$V_2 = \pi (r_2)^2 \cdot h_2$$

$$V_2 = \frac{1}{4} \pi (r_1)^2 \cdot 3h_1$$

$$V_2 = \frac{3}{4} \pi \cdot (r_1)^2 \cdot h_1$$

$$V_2 = \frac{3}{4} 12$$

$$V_1 = 12$$

$$12 = \pi \cdot (r_1)^2 h$$

$$V_2 = 9$$

Ответ: 9



В.12

Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(t) = -5t^2 + 18t$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 9 метров.

$$h(t) = -5t^2 + 18t;$$

$$-5t^2 + 18t \geq 9;$$

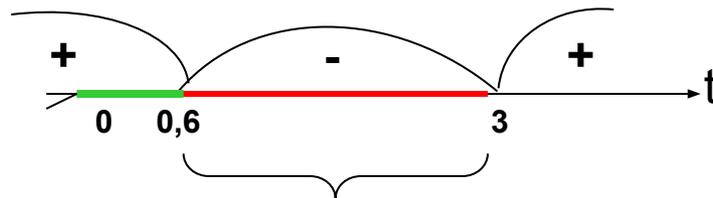
$$5t^2 - 18t + 9 \leq 0;$$

$$5t^2 - 18t + 9 = 0;$$

$$t = 3;$$

$$t = 0,6.$$

$$3 - 0,6 = 2,4$$



Ответ: 2.4



В.13

Весной катер идёт против течения реки в $1\frac{2}{3}$ раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в $1\frac{1}{2}$ раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

x км/час – собственная скорость катера весной;

y км/час – скорость течения реки весной;

Составим систему:

$(x + y)$ км/час – скорость по течению весной;

$(x - y)$ км/час – скорость против течения весной.

$(x + y - 1)$ км/час – скорость катера по течению (летом);

$(x - (y - 1))$ км/час – скорость катера против течения (летом) .

$$\begin{cases} x-y = (x+y) \cdot 1\frac{2}{3} \\ x-y+1 = (x+y-1) \cdot 1\frac{1}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} x-y = (x+y) \cdot 0,6 \\ x-y+1 = (x+y-1) \cdot \frac{2}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x-5y = 3x+3y \\ 3x-3y+3 = 2x+2y-2; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x=8y \\ x=5y-5; \end{cases}$$

$$10y-10 = 8y;$$

$$2y=10;$$

$$y=5$$

Ответ:5



V.14

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 2 \cos x + \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}\pi}{3} \quad \text{на отрезке} \quad \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

Алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$

1. Найти производную $f'(x)$.
2. Найти точки, в которых $f'(x) = 0$ или $f'(x)$ не существует, и отобразить из них те, что лежат внутри отрезка $[a; b]$.
3. Вычислить значения функции $y = f(x)$ в точках, отобранных на втором шаге, и на концах отрезка a и b ; выбрать среди этих значений наименьшее (это будет $y_{\text{наим}}$) и наибольшее (это будет $y_{\text{наиб}}$).



B.14

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 2 \cos x + \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}\pi}{3} \text{ на отрезке } \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

Алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$

Теперь найдем значения функции на концах отрезка $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

1. Найти производную $f'(x)$. $f'(x) = -2 \sin x + \sqrt{3}$

2. Найти точки, в которых $f'(x) = 0$. $f'(2\sin x + \sqrt{3}) = 0$; $2\sin x = -\sqrt{3}$; $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $x = \frac{2\pi}{3}$; $x = \frac{4\pi}{3}$

Вычислять значения $\sin x$ в $x = \frac{2\pi}{3}$ и $x = \frac{4\pi}{3}$ не имеет смысла. В ответе должны быть целые числа или конечные десятичные дроби. А число π – иррациональное число.

Следовательно ответом будет число 1. Из этих значений отрезку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ принадлежит только точка $x = \frac{\pi}{3}$

3. Найдем значение функции в точке $x = \frac{\pi}{3}$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3} \cdot \pi}{3} - \frac{\sqrt{3} \cdot \pi}{3} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

Ответ: 1



C1

Решите уравнение $6\sin^2 x + \cos x - 5 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $[2\pi; 3\pi]$

Из основного тригонометрического тождества: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$6(1 - \cos^2 x) + \cos x - 5 = 0$$

$$6 - 6\cos^2 x + \cos x - 5 = 0$$

$$6\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

Откуда $\cos x = 1/2$ или $\cos x = -1/3$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \left(\pi - \arccos \frac{1}{3} \right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Из второй серии корней, $x \in [2\pi; 3\pi]$ при $k=1$ будет $x = 3\pi - \arccos 1/3$.

В серии корней $x = -(\pi - \arccos 1/3) + 2\pi k$ нет корней из отрезка $[2\pi; 3\pi]$

Ответ: $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

$$x = \pm \left(\pi - \arccos \frac{1}{3} \right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

В первой серии корней найдём корни, принадлежащие отрезку $[2\pi; 3\pi]$.

$$2\pi \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq 3\pi;$$

$$\frac{5}{6} \leq n \leq \frac{4}{3};$$

$$n = 1 \quad x = \frac{7\pi}{3}$$

В серии $x = -\pi/3 + 2\pi n$ нет корней.

$x = 7/3\pi;$ $x = 3\pi - \arccos 1/3.$



C2, C3, C4, C5, C6

Смотри решение

[matemetica-demo-2012.rar](#)



Источники изображений



<http://krasdo.ucoz.ru/ee383358c499.png>



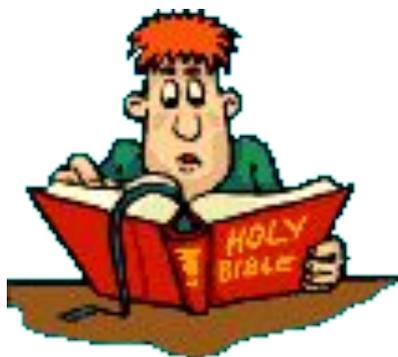
http://www.grafamania.net/uploads/posts/2008-08/1219611582_7.jpg

Автор данного шаблона:
Ермолаева Ирина Алексеевна
учитель информатики и математики
МОУ «Павловская сош»
с.Павловск
Алтайский край



Скоро

- ~~Еще есть~~ время
подготовиться!



*Автор:
Зенина Алеся Дмитриевна*

учитель математики

Использованы материалы сайтов:

<http://www.mathege.ru:8080/or/ege/Main.html?view=Pos>

