ВЕКТОРЫ

Выполнила:
Студентка 1 курса А
Бехер Ксения

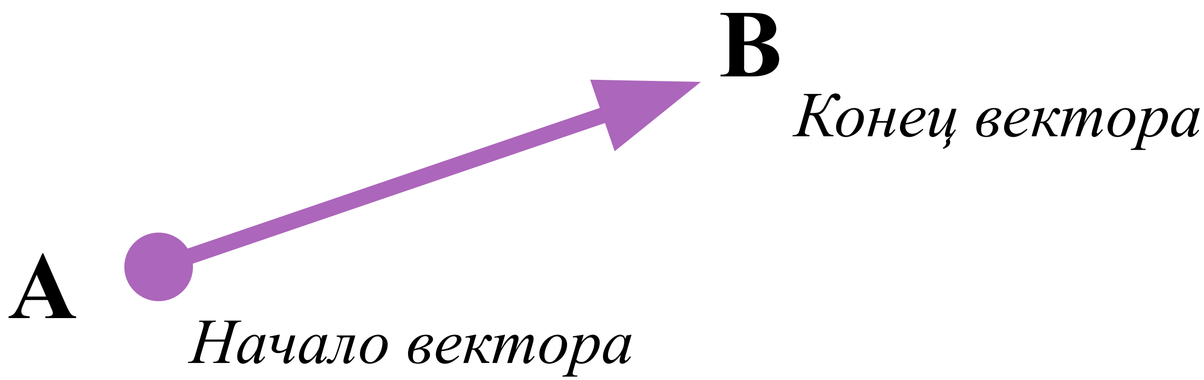
ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА

Многие физические величины характеризуются числовым значением и направлением в пространстве, их называют векторными величинами

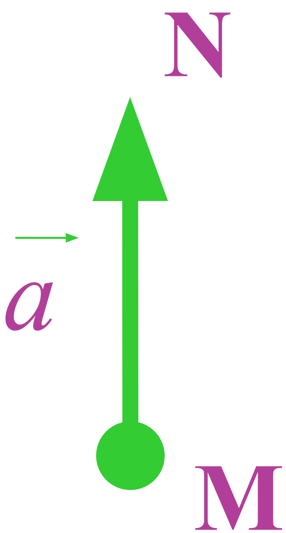
ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА

Отрезок, для которого указано, какая его граничная точка является началом, а какая - концом, называется направленным отрезком или вектором

$\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ *- вектор*



ДЛИНА ВЕКТОРА



вектор $\overrightarrow{MN}$ или вектор $\vec{a}$

Длиной вектора или модулем не нулевого вектора называется длина отрезка

$|\overrightarrow{\mathbf{MN}}| = |\vec{\boldsymbol{a}}|$ *длина вектора* $\overrightarrow{MN}$

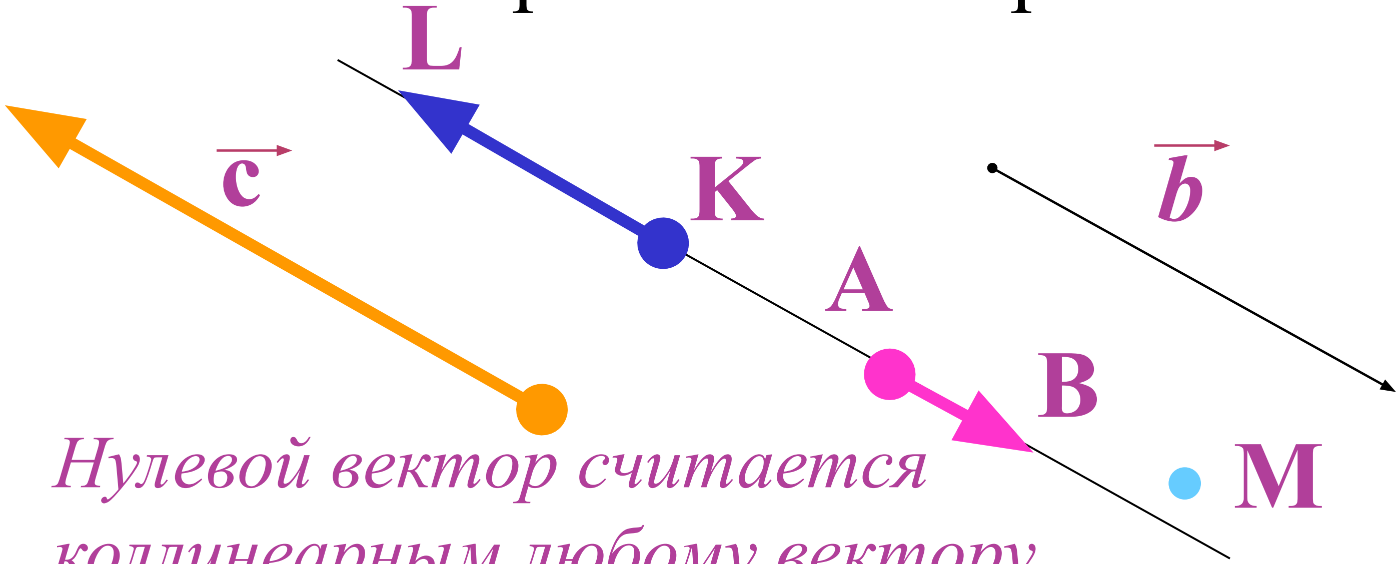
K

вектор $\overrightarrow{KK}$ или нулевой вектор

$|\overrightarrow{KK}| = 0$

КОЛЛИНЕАРНЫЕ ВЕКТОРА

Ненулевые вектора называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых

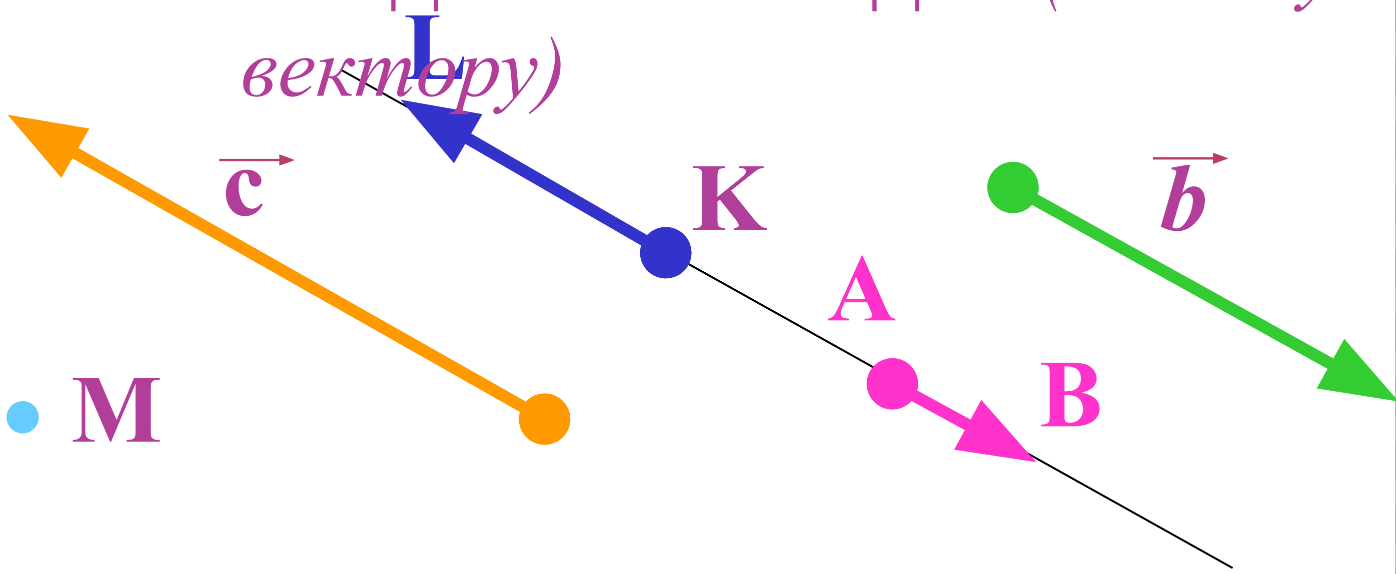


Нулевой вектор считается коллинеарным любому вектору

СОНАПРАВЛЕННЫЕ ВЕКТОРА

Коллинеарные вектора имеющие одинаковое направление, называются **сонаправленными** векторами

$\vec{c} \uparrow\uparrow \overrightarrow{KL}$ $\overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \vec{b}$ $\overrightarrow{MM} \uparrow\uparrow \vec{c}$ *(любому вектору)*

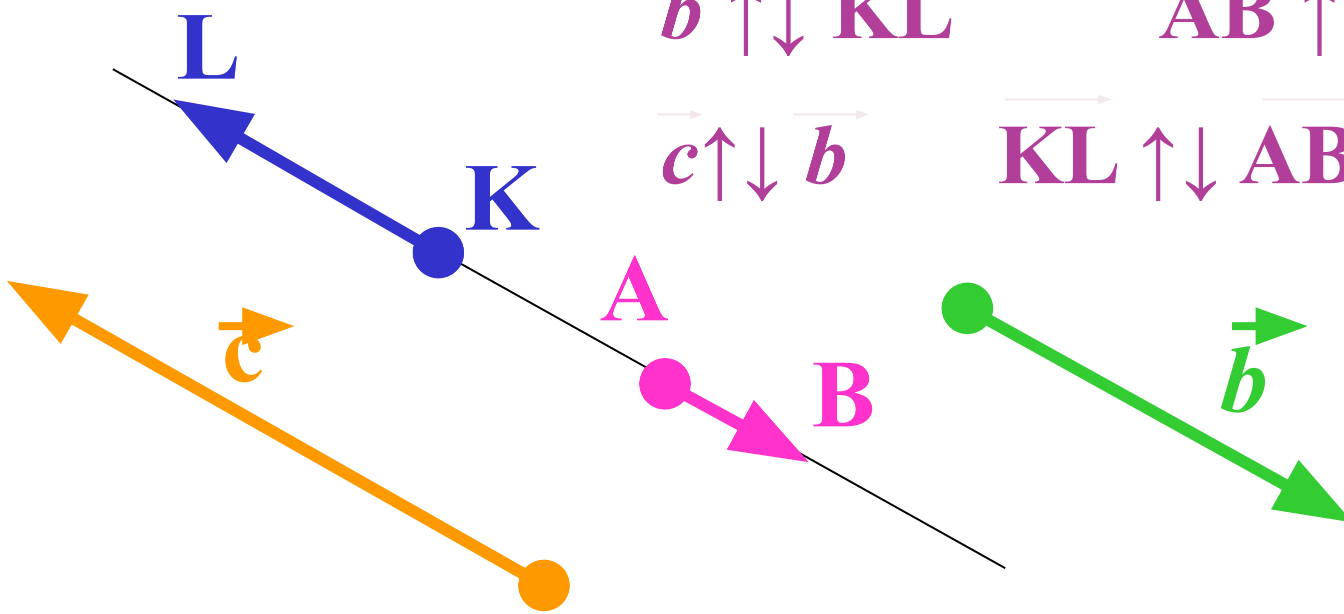


ПРОТИВОПОЛОЖНО НАПРАВЛЕННЫЕ ВЕКТОРА

Коллинеарные вектора имеющие противоположное направление, называются противоположно направленными векторами

$\vec{b} \uparrow\downarrow \overrightarrow{KL}$ $\overrightarrow{AB} \uparrow\downarrow \vec{c}$

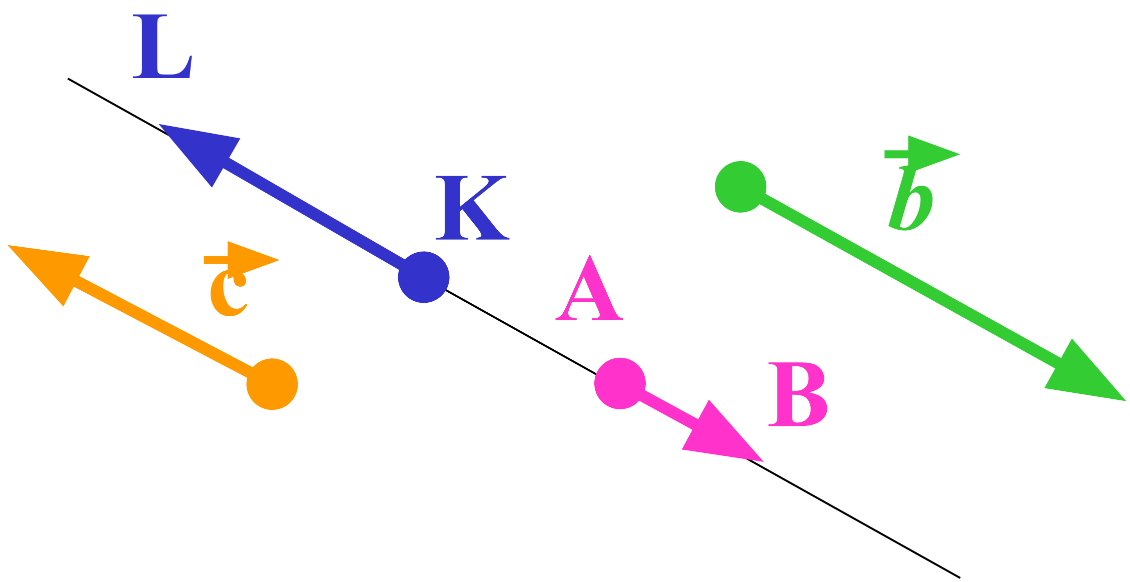
$\vec{c} \uparrow\downarrow \vec{b}$ $\overrightarrow{KL} \uparrow\downarrow \overrightarrow{AB}$



РАВЕНСТВО ВЕКТОРОВ

Векторы называются равными, если они сонаправлены и их длины равны

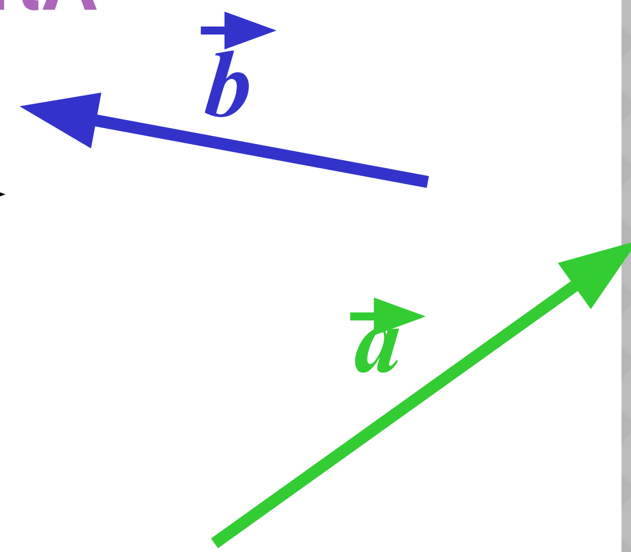
$\vec{c} \uparrow\uparrow \overrightarrow{KL}$, $|\vec{c}| = |\overrightarrow{KL}| \Rightarrow \vec{c} = \overrightarrow{KL}$



СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ

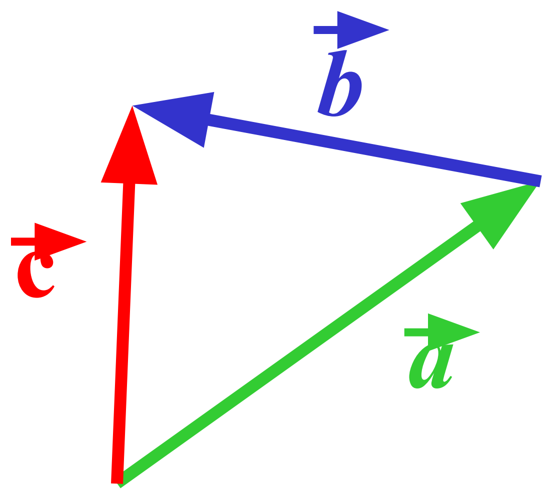
ПРАВИЛО ТРЕУГОЛЬНИКА

Дано: $\vec{a}, \vec{b}$



Построить: $c = a + b$

Построение:



$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

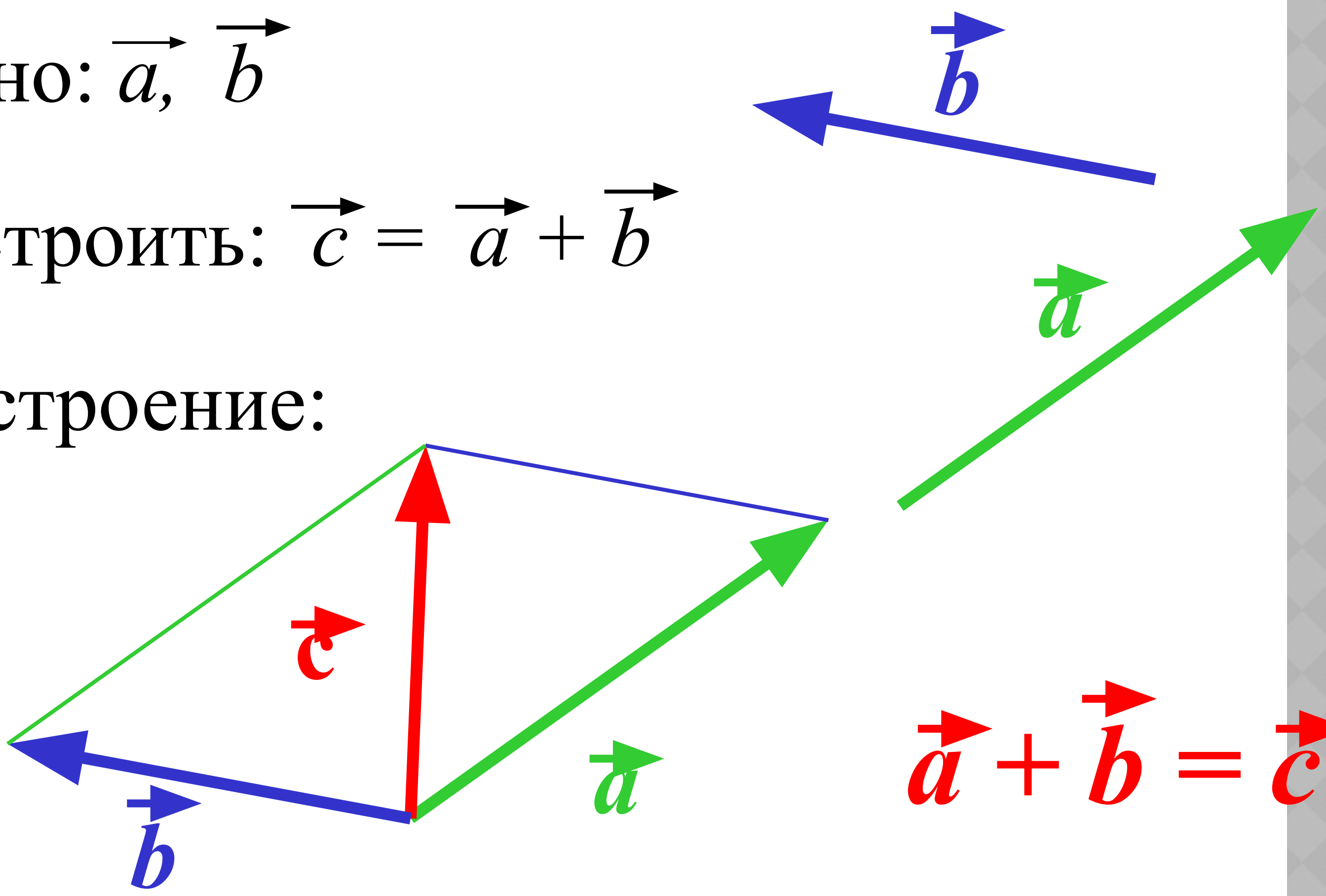
СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ

ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Дано: $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}$

Построить: $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$

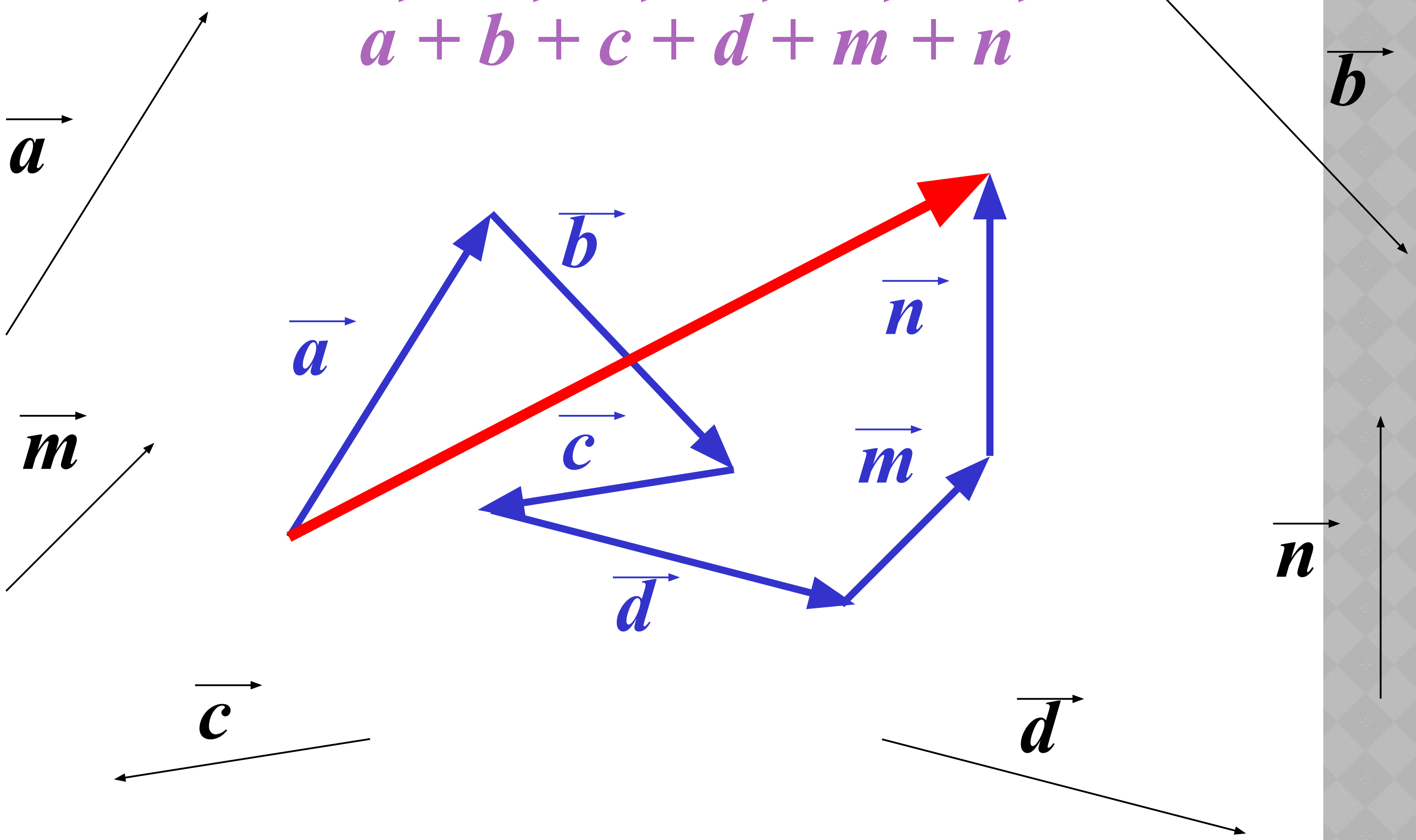
Построение:



$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$

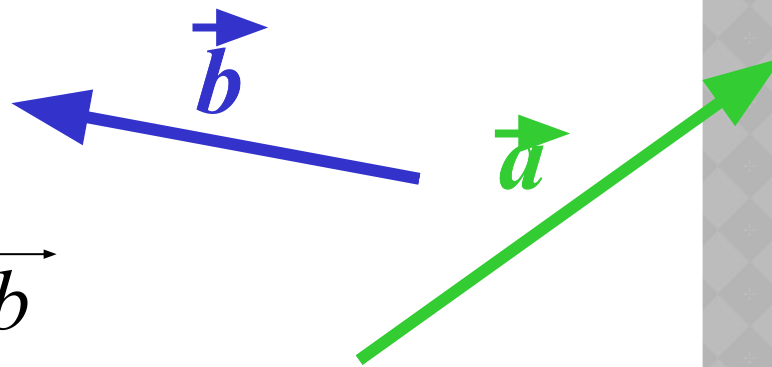
СУММА НЕСКОЛЬКИХ ВЕКТОРОВ

$$\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}+\overrightarrow{d}+\overrightarrow{m}+\overrightarrow{n}$$



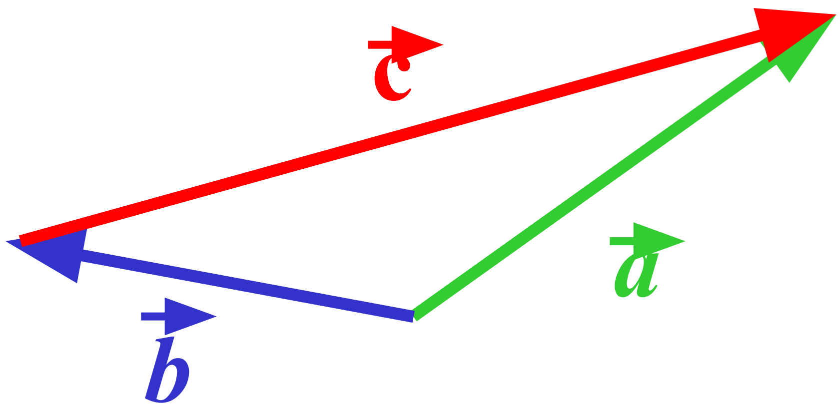
ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

Дано: $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}$



Построить: $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$

Построение:



$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$$

УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА $\vec{A}$ НА ЧИСЛО *K*

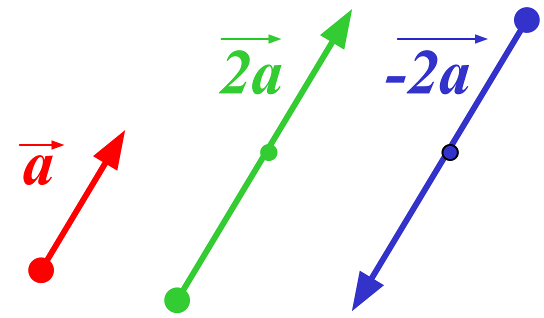
$$k\cdot\vec{a} = \vec{b},$$

$|\vec{a}| \neq 0$, *k* – произвольное число

$|\vec{b}| = |\vec{k}|\cdot|a|$,

если $k>0$, *то* $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

если $k<0$, *то* $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$



Для любых чисел *k*, *l* и любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ справедливы равенства:

1º. $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$ *(сочетательный закон),*

2º. $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$ *(первый распределительный закон),*

3º. $k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ *(второй распределительный закон).*

ВЕКТОРНОЕ ПРОСТРАНСТВО

- Множество векторов с действительными компонентами, в котором определены операции сложения векторов и умножения вектора на число, удовлетворяющее приведенным ниже восьми свойствам (рассматриваемым как аксиомы)

СВОЙСТВА:

- $\mathbf{x+y=y+x}$ – коммутативное (переместительное) свойство сложения.
- $\mathbf{(x+y)+z=x+(y+z)}$ – ассоциативное (сочетательное) свойство сложения.
- $\alpha(\beta\mathbf{x})=(\alpha\beta)\mathbf{x}$ – ассоциативное свойство относительно числового множителя.
- $\alpha\mathbf{(x+y)=}\alpha\mathbf{x}+\alpha\mathbf{y}$ – дистрибутивное (распределительное) свойство относительно суммы векторов.
- $(\alpha+\beta)\mathbf{x}=\alpha\mathbf{x}+\beta\mathbf{x}$ – дистрибутивное свойство относительно суммы числовых множителей.
- Существует нулевой вектор $\mathbf{0}=(0;0;\ldots0)$ такой, что $\mathbf{x+0=x}$ для любого вектора $\mathbf{x}$.
- Для любого вектора x существует противоположный вектор $\mathbf{(-x)}$ такой, что $\mathbf{x+(-x)=0}$.
- $1*x=x$ для любого вектора $\mathbf{x}$.

ЛИНЕЙНОЕ ПРОСТРАНСТВО

- Отметим, что под **x, y, z** можно рассматривать не только векторы, но и элементы (объекты) любой природы. В этом случае множество элементов называется *линейным пространством*.

- Скалярным произведением двух векторов $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$ и $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$

называется число, определяемое равенством:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\varphi = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$$

ПРИЛОЖЕНИЯ СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ:

- Угол меду векторами:

$$\cos\varphi = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

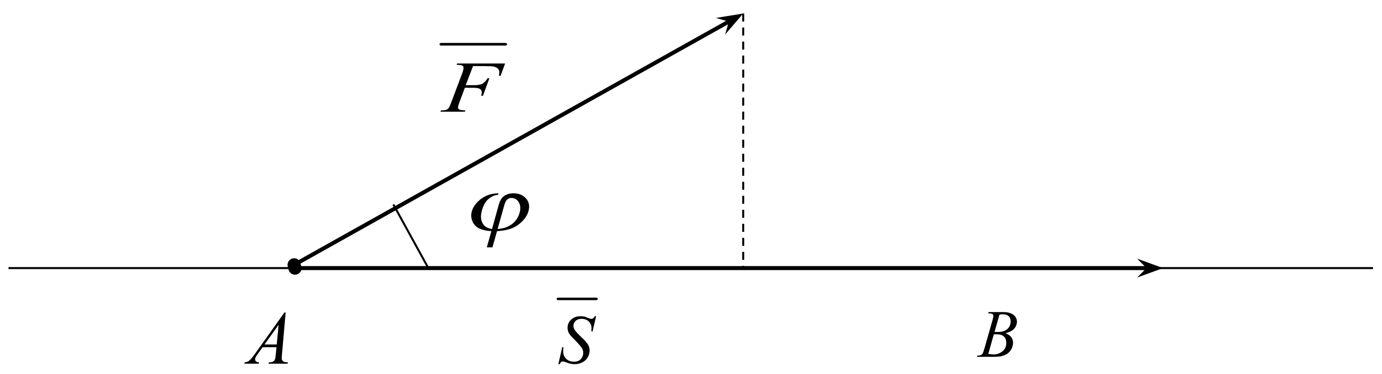
Условие перпендикулярности ненулевых векторов:

$$\bar{a} \perp \bar{b} \Leftrightarrow x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0.$$

ПРИЛОЖЕНИЯ СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ:

- Работа постоянной силы:

Пусть материальная точка перемещается прямолинейно из положения в положение под действием постоянной силы , образующей угол с перемещением:



Евклидово пространство

- Скалярное произведение имеет свойства:

1°. **xy=yx** – коммутативное свойство

2°. **x(y+z)=xy+xz** – дистрибутивное свойство

3°. **(αx)y**=α**(xy)** – для любого действительного числа α

4°. **xx**>0, если **x** – ненулевой вектор, **xx**=0, если **x** – нулевой вектор.

- Линейное (векторное) пространство, в котором задано скалярное произведение векторов, удовлетворяющее указанным четырем свойствам (рассматриваемым как аксиомы), называется *евклидовым пространством*

ВЕКТОРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

1.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

2.

$$|\vec{c}| = |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}| \sin\varphi$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!!!