



# ВЕКТОРЫ



Выполнила:  
Студентка 1 курса А  
Бехер Ксения

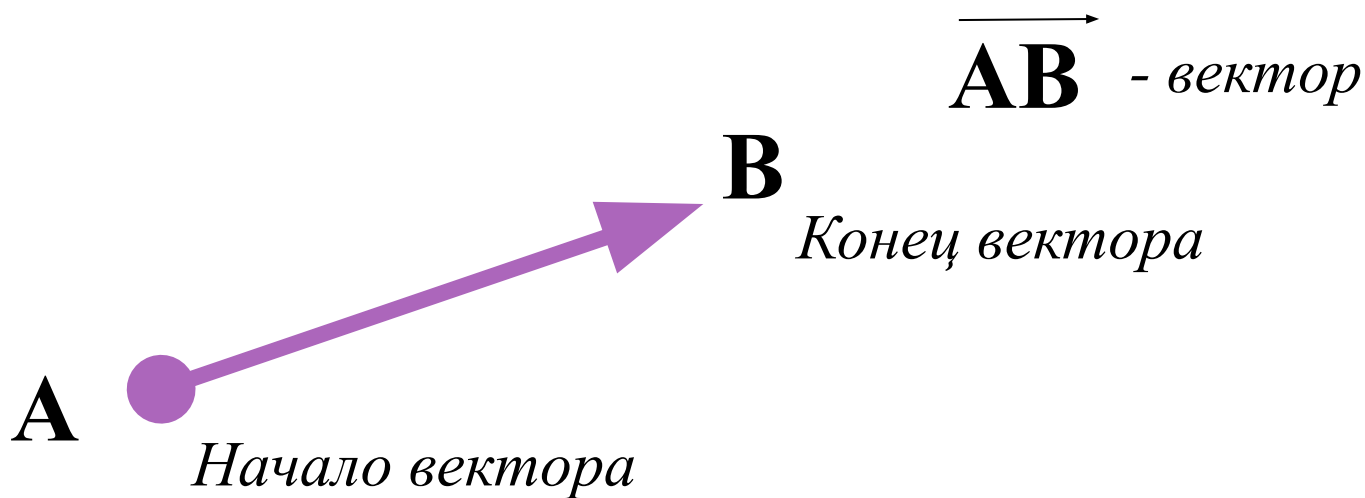
# ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА

Многие физические величины характеризуются числовым значением и направлением в пространстве, их называют **векторными величинами**

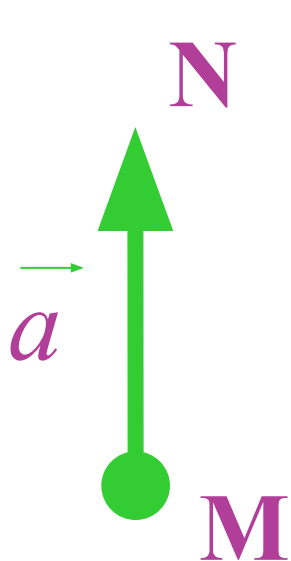


# ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА

Отрезок, для которого указано, какая его граничная точка является началом, а какая - концом, называется **направленным отрезком** или **вектором**



# ДЛИНА ВЕКТОРА



вектор  $\overrightarrow{MN}$  или вектор  $a$

Длиной вектора или модулем не нулевого вектора называется длина отрезка

$$|\overrightarrow{MN}| = |a| \quad \text{длина вектора } \overrightarrow{MN}$$

**К** вектор  $\overrightarrow{KK}$  или нулевой вектор

$$|\overrightarrow{KK}| = 0$$

# КОЛЛИНЕАРНЫЕ ВЕКТОРА

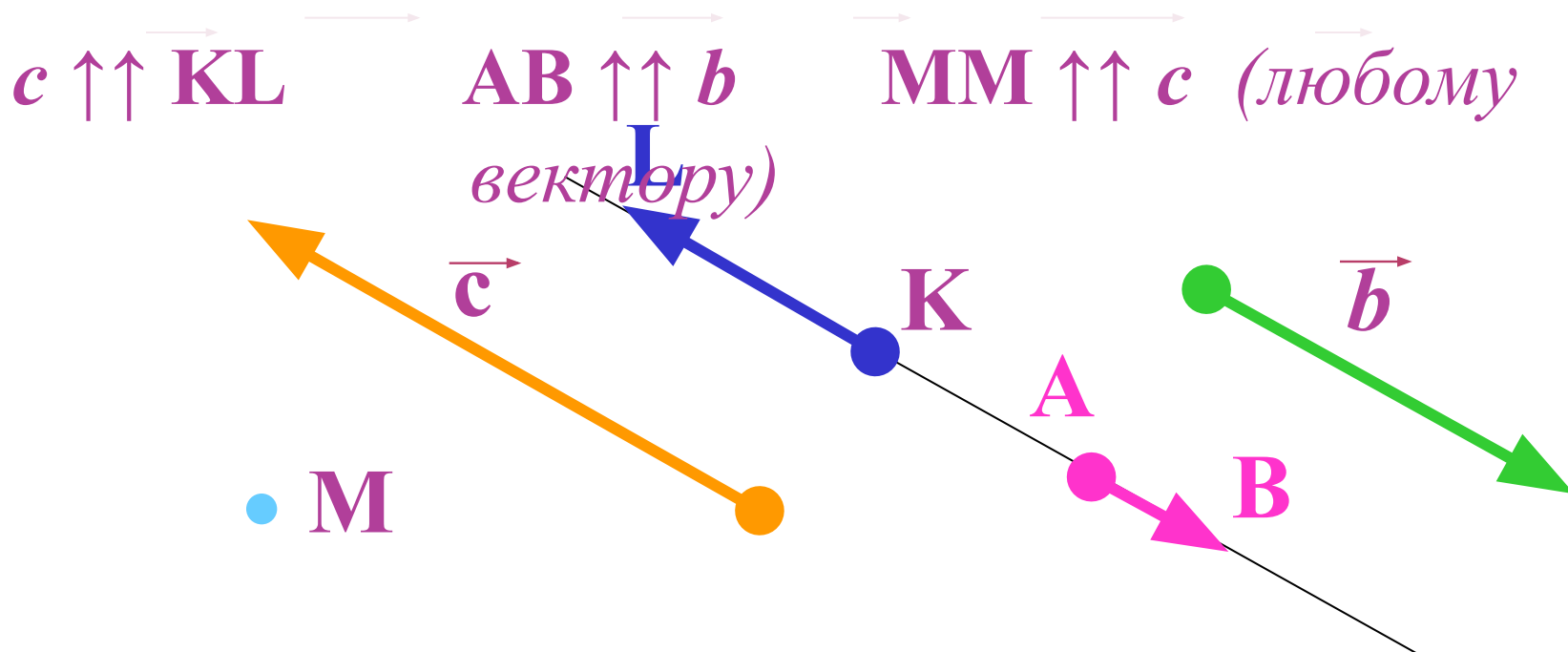
Ненулевые вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых



*Нулевой вектор считается коллинеарным любому вектору*

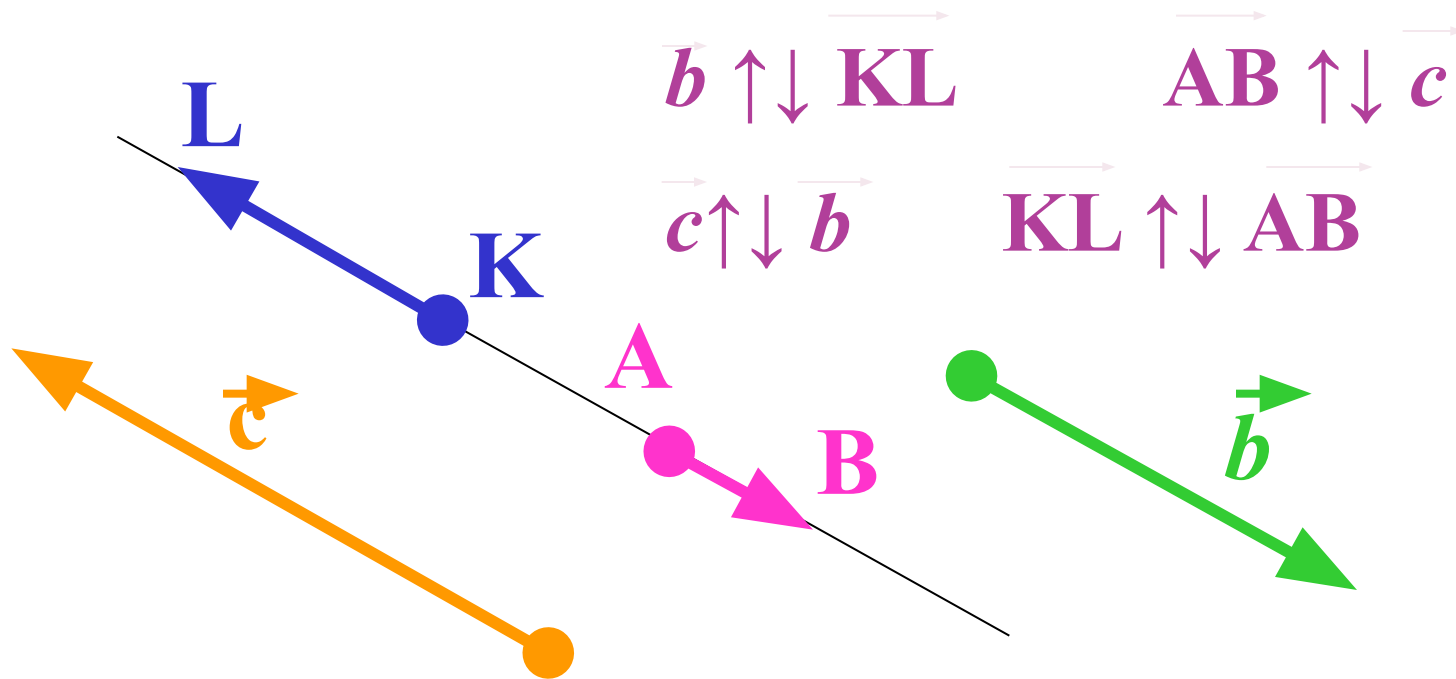
# СОНАПРАВЛЕННЫЕ ВЕКТОРА

Коллинеарные вектора имеющие одинаковое направление, называются сонаправленными векторами



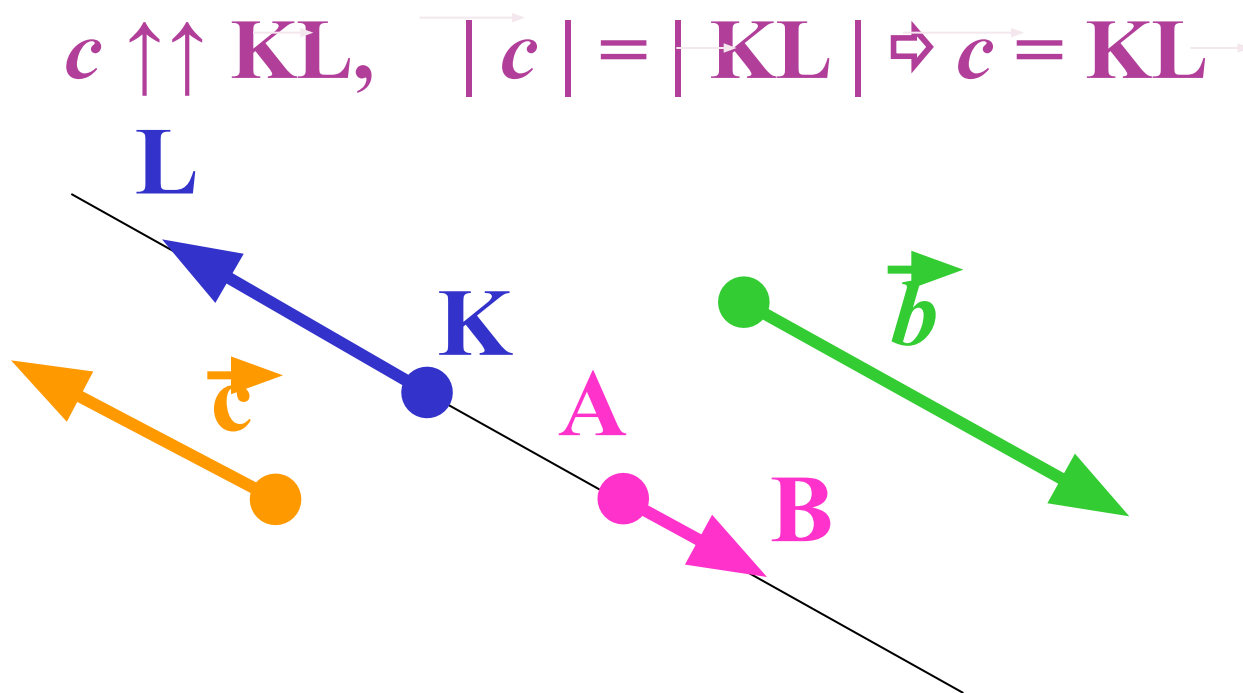
# ПРОТИВОПОЛОЖНО НАПРАВЛЕННЫЕ ВЕКТОРА

Коллинеарные вектора имеющие  
противоположное направление, называются  
противоположно направленными векторами



# РАВЕНСТВО ВЕКТОРОВ

Векторы называются **равными**, если они сонаправлены и их длины равны

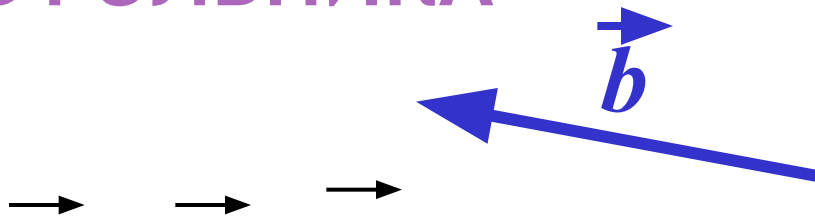




# СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ

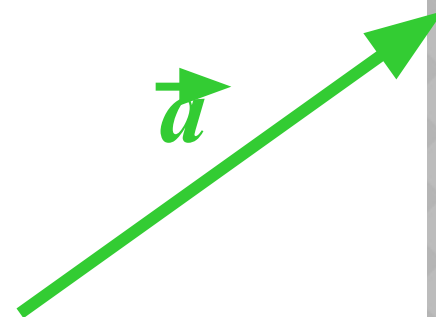
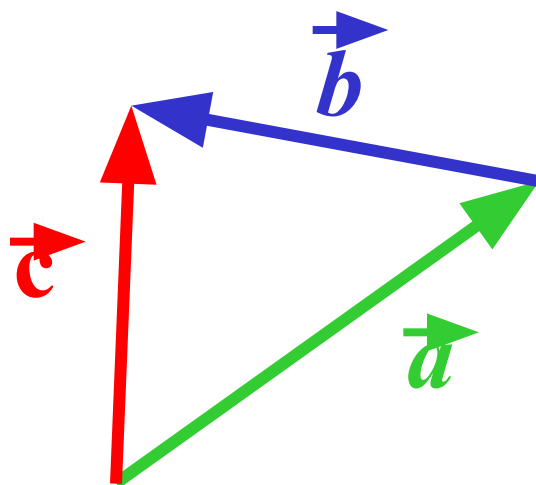
## ПРАВИЛО ТРЕУГОЛЬНИКА

Дано:  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$



Построить:  $c = a + b$

Построение:



$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

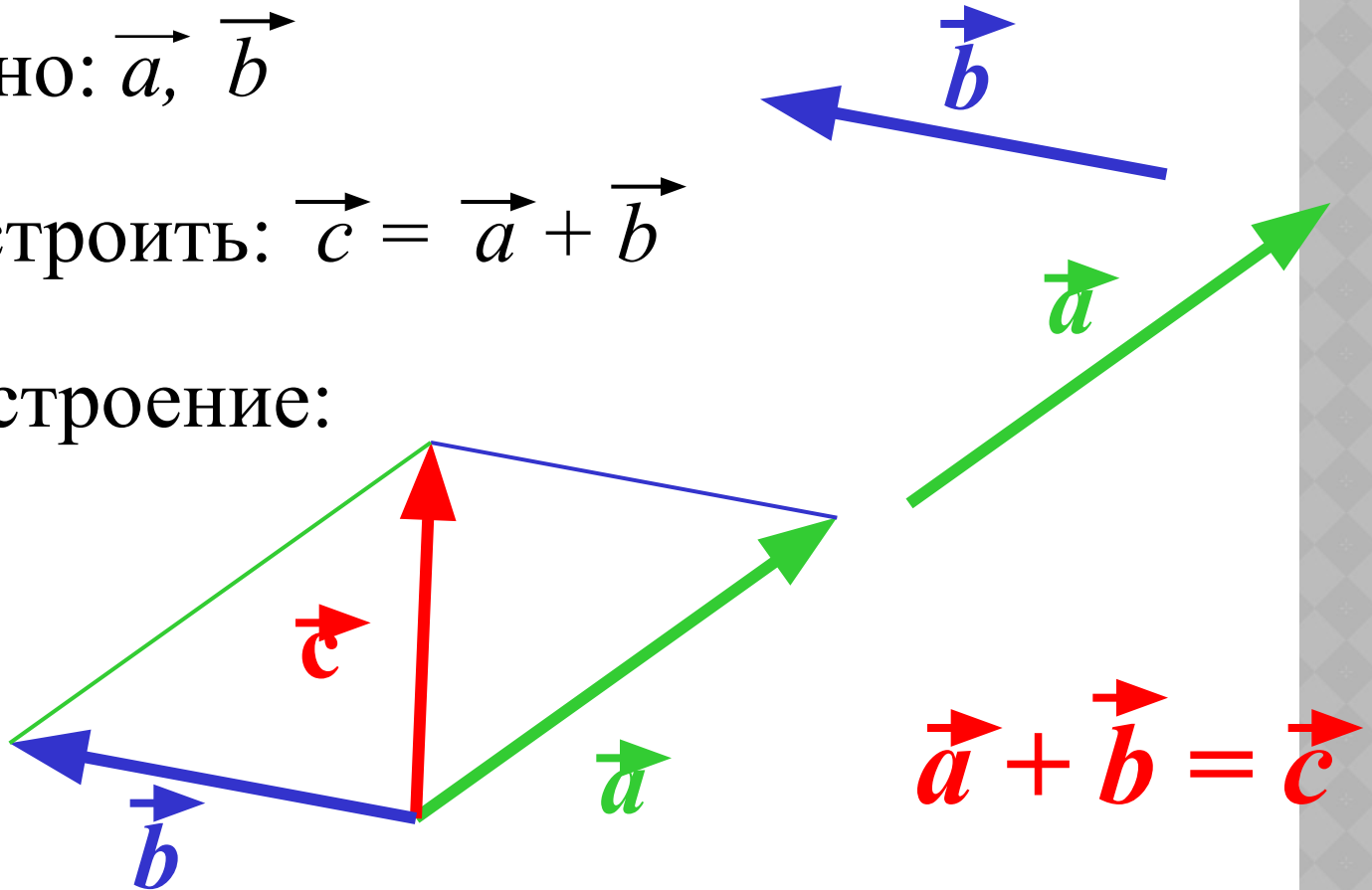
# СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ

## ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

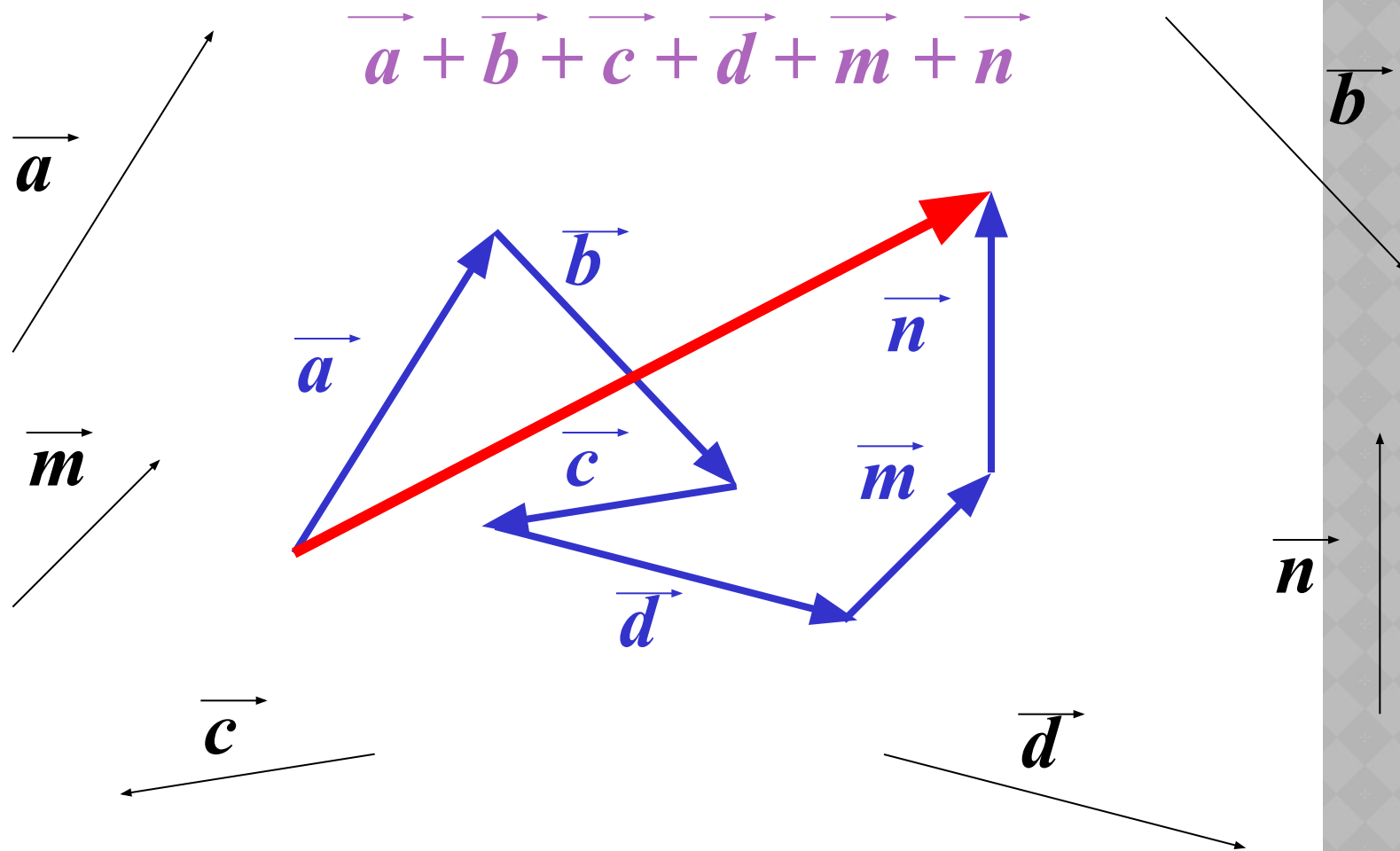
Дано:  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$

Построить:  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$

Построение:

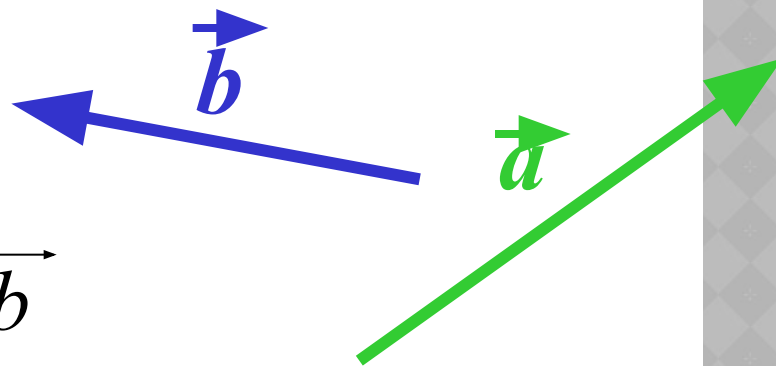


# СУММА НЕСКОЛЬКИХ ВЕКТОРОВ



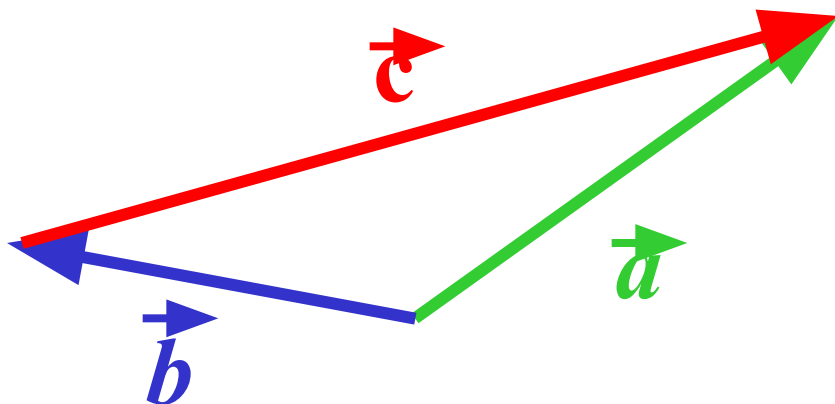
# ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

Дано:  $\vec{a}, \vec{b}$



Построить:  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$

Построение:



$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$$

# УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА $\vec{a}$ НА ЧИСЛО $k$

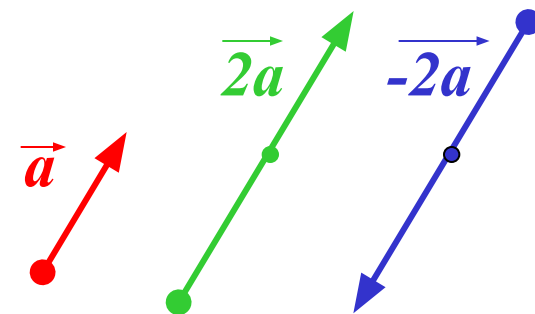
$$k \cdot \vec{a} = \vec{b},$$

$|\vec{a}| \neq 0$ ,  $k$  - произвольное число

$$|\vec{b}| = |k| \cdot |a|,$$

если  $k > 0$ , то  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$

если  $k < 0$ , то  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$



Для любых чисел  $k, l$  и любых векторов  $\vec{a}, \vec{b}$  справедливы равенства:

1°.  $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$  (сочетательный закон),

2°.  $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$  (первый распределительный закон),

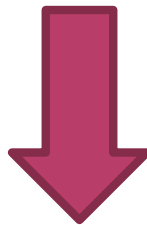
3°.  $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$  (второй распределительный закон).

# ВЕКТОРНОЕ ПРОСТРАНСТВО

- Множество векторов с действительными компонентами, в котором определены операции сложения векторов и умножения вектора на число, удовлетворяющее приведенным ниже восьми свойствам (рассматриваемым как аксиомы)

# СВОЙСТВА:

- $\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$  – коммутативное (переместительное) свойство сложения.
- $(\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z} = \mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z})$  – ассоциативное (сочетательное) свойство сложения.
- $\alpha(\beta\mathbf{x}) = (\alpha\beta)\mathbf{x}$  – ассоциативное свойство относительно числового множителя.
- $\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = \alpha\mathbf{x} + \alpha\mathbf{y}$  – дистрибутивное (распределительное) свойство относительно суммы векторов.
- $(\alpha + \beta)\mathbf{x} = \alpha\mathbf{x} + \beta\mathbf{x}$  – дистрибутивное свойство относительно суммы числовых множителей.
- Существует нулевой вектор  $\mathbf{0} = (0; 0; \dots; 0)$  такой, что  $\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}$  для любого вектора  $\mathbf{x}$ .
- Для любого вектора  $\mathbf{x}$  существует противоположный вектор  $(-\mathbf{x})$  такой, что  $\mathbf{x} + (-\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ .
- $1 * \mathbf{x} = \mathbf{x}$  для любого вектора  $\mathbf{x}$ .



# ЛИНЕЙНОЕ ПРОСТРАНСТВО

- Отметим, что под  $x$ ,  $y$ ,  $z$  можно рассматривать не только векторы, но и элементы (объекты) любой природы. В этом случае множество элементов называется *линейным пространством*.



⊙ Скалярным произведением двух векторов  $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$  и  $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$

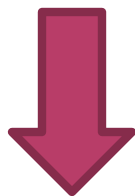
называется число, определяемое равенством:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$$

# ПРИЛОЖЕНИЯ СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ:

- ◉ Угол между векторами:

$$\cos \varphi = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$



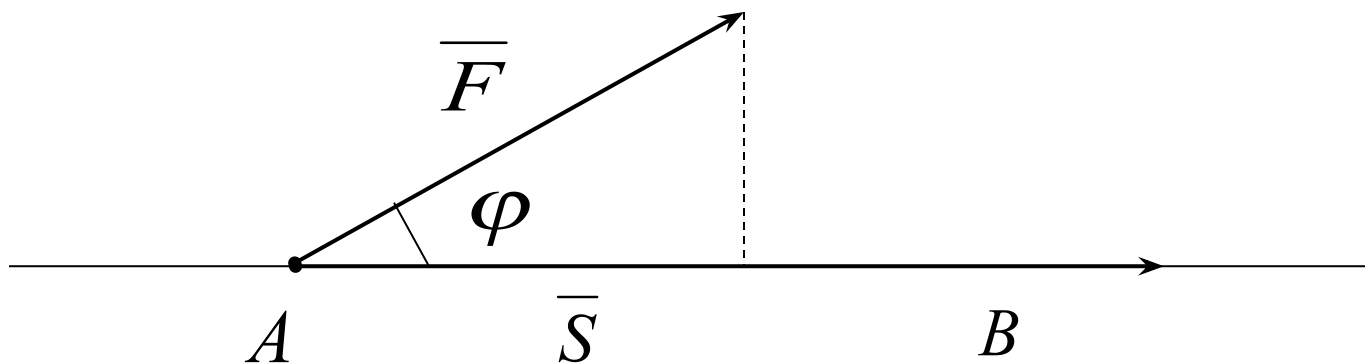
Условие перпендикулярности ненулевых векторов:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = 0.$$

# ПРИЛОЖЕНИЯ СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ:

## ⊙ Работа постоянной силы:

Пусть материальная точка перемещается прямолинейно из положения  $A$  в положение  $B$  под действием постоянной силы  $\vec{F}$ , образующей угол  $\varphi$  с перемещением:



# ЕВКЛИДОВО ПРОСТРАНСТВО

- Скалярное произведение имеет свойства:
  - 1°.  $xu = ux$  - коммутативное свойство
  - 2°.  $x(y+z) = xy + xz$  - дистрибутивное свойство
  - 3°.  $(\alpha x)u = \alpha(xu)$  - для любого действительного числа  $\alpha$
  - 4°.  $xx > 0$ , если  $x$  - ненулевой вектор,  $xx = 0$ , если  $x$  - нулевой вектор.

- Линейное (векторное) пространство, в котором задано скалярное произведение векторов, удовлетворяющее указанным четырем свойствам (рассматриваемым как аксиомы), называется *евклидовым пространством*

# ВЕКТОРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

1.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

2.

$$|\vec{c}| = |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \varphi$$

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!!!**