ВЕКТОРЫ

Выполнила:

Студентка 1 курса А

Бехер Ксения

ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА

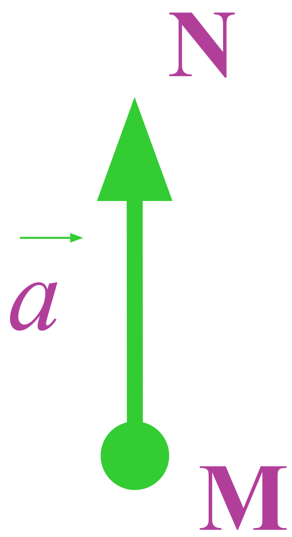
Многие физические величины характеризуются числовым значением и направлением в пространстве, их называют векторными величинами

ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА

Отрезок, для которого указано, какая его граничная точка является началом, а какая - концом, называется направленным отрезком или вектором

$\overrightarrow{AB}$ *- вектор*

ДЛИНА ВЕКТОРА



вектор $\overrightarrow{MN}$ или вектор $\vec{a}$

Длиной вектора или модулем не нулевого вектора называется длина отрезка

$|\overrightarrow{MN}| = |\vec{a}|$ *длина вектора* $\overrightarrow{MN}$

вектор $\overrightarrow{KK}$ или нулевой вектор

$|\overrightarrow{KK}| = 0$

КОЛЛИНЕАРНЫЕ ВЕКТОРА

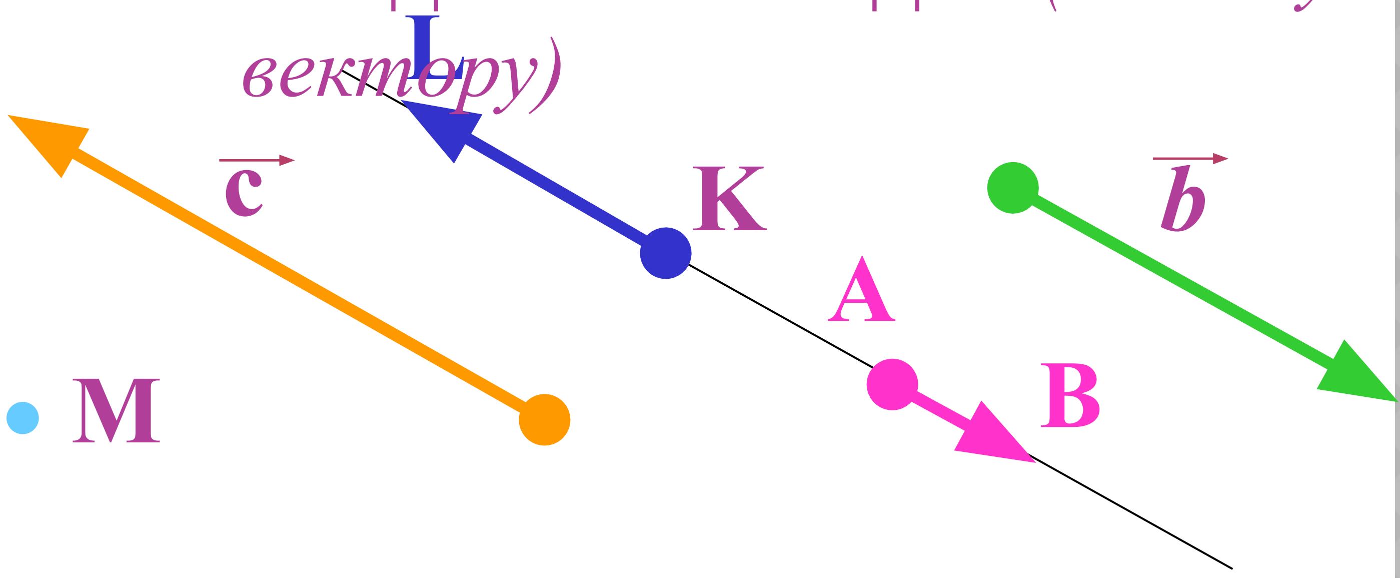
Ненулевые вектора называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых

Нулевой вектор считается коллинеарным любому вектору

СОНАПРАВЛЕННЫЕ ВЕКТОРА

Коллинеарные вектора имеющие одинаковое направление, называются сонаправленными векторами

$\vec{c} \uparrow\uparrow \overrightarrow{KL}$ $\overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \vec{b}$ $\overrightarrow{MM} \uparrow\uparrow \vec{c}$ *(любому вектору)*

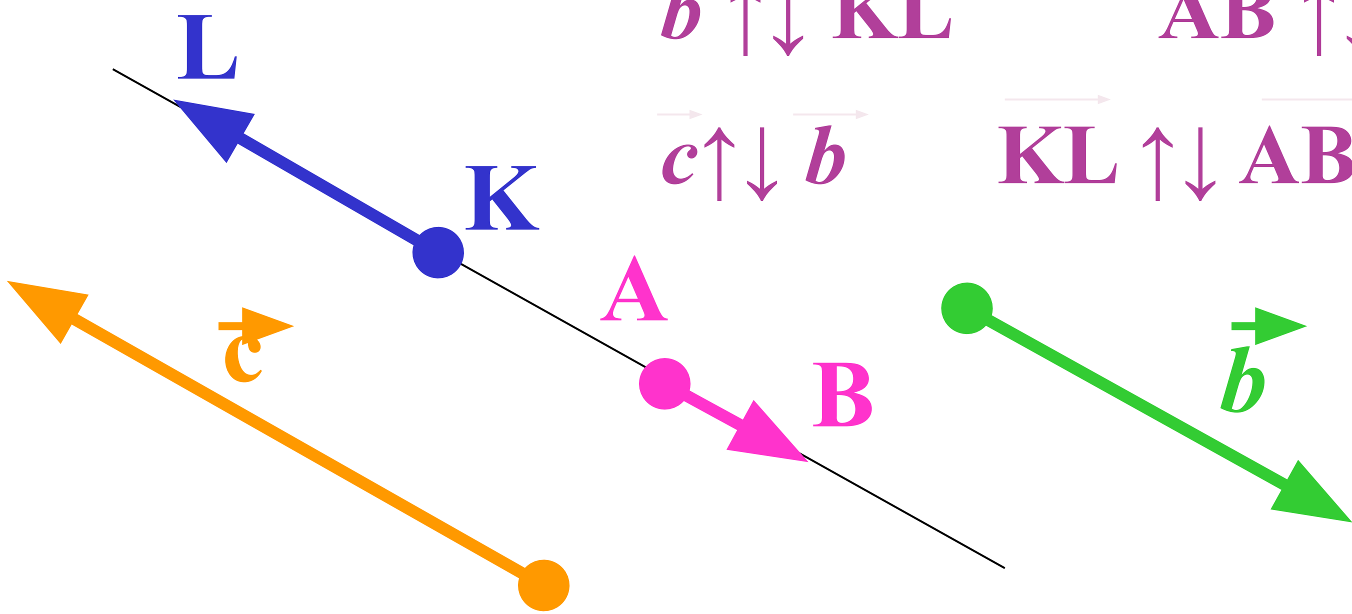


ПРОТИВОПОЛОЖНО НАПРАВЛЕННЫЕ ВЕКТОРА

Коллинеарные вектора имеющие противоположное направление, называются противоположно направленными векторами

$\vec{b} \uparrow\downarrow \overrightarrow{KL}$ $\overrightarrow{AB} \uparrow\downarrow \vec{c}$

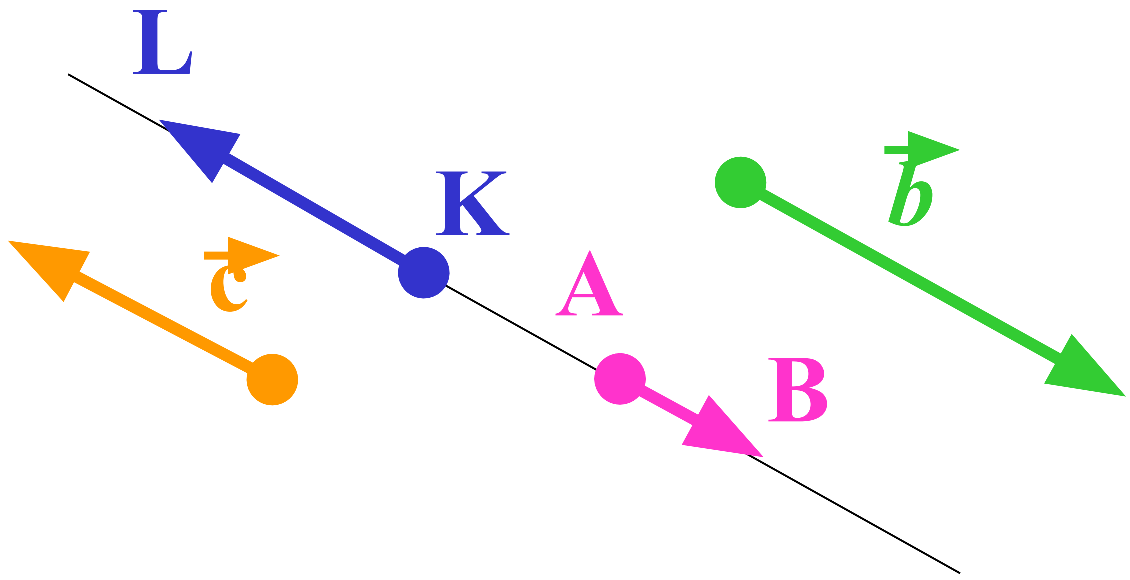
$\vec{c} \uparrow\downarrow \vec{b}$ $\overrightarrow{KL} \uparrow\downarrow \overrightarrow{AB}$



РАВЕНСТВО ВЕКТОРОВ

Векторы называются равными, если они сонаправлены и их длины равны

$$\vec{c} \uparrow\uparrow \vec{KL}, \quad |\vec{c}| = |\vec{KL}| \Rightarrow \vec{c} = \vec{KL}$$

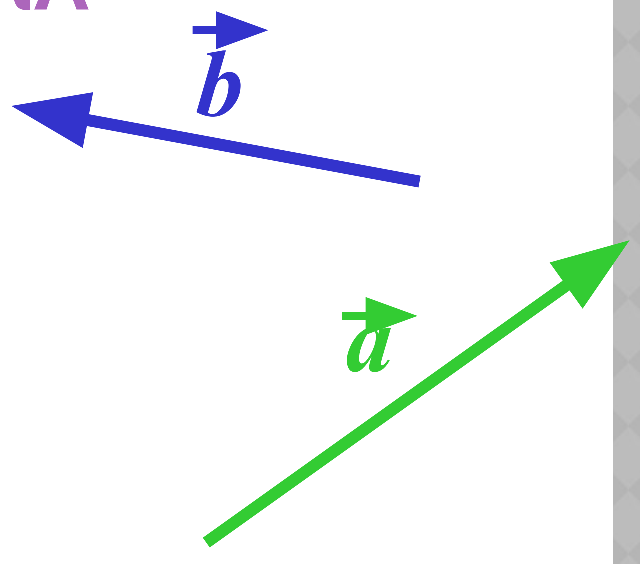


СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ

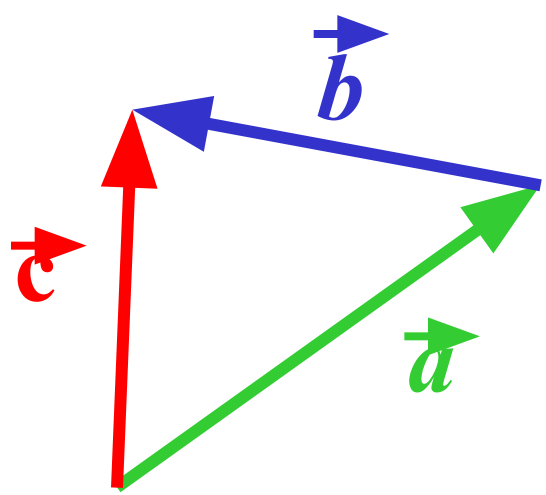
ПРАВИЛО ТРЕУГОЛЬНИКА

Дано: $\vec{a}, \ \vec{b}$

Построить: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$



Построение:



$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$

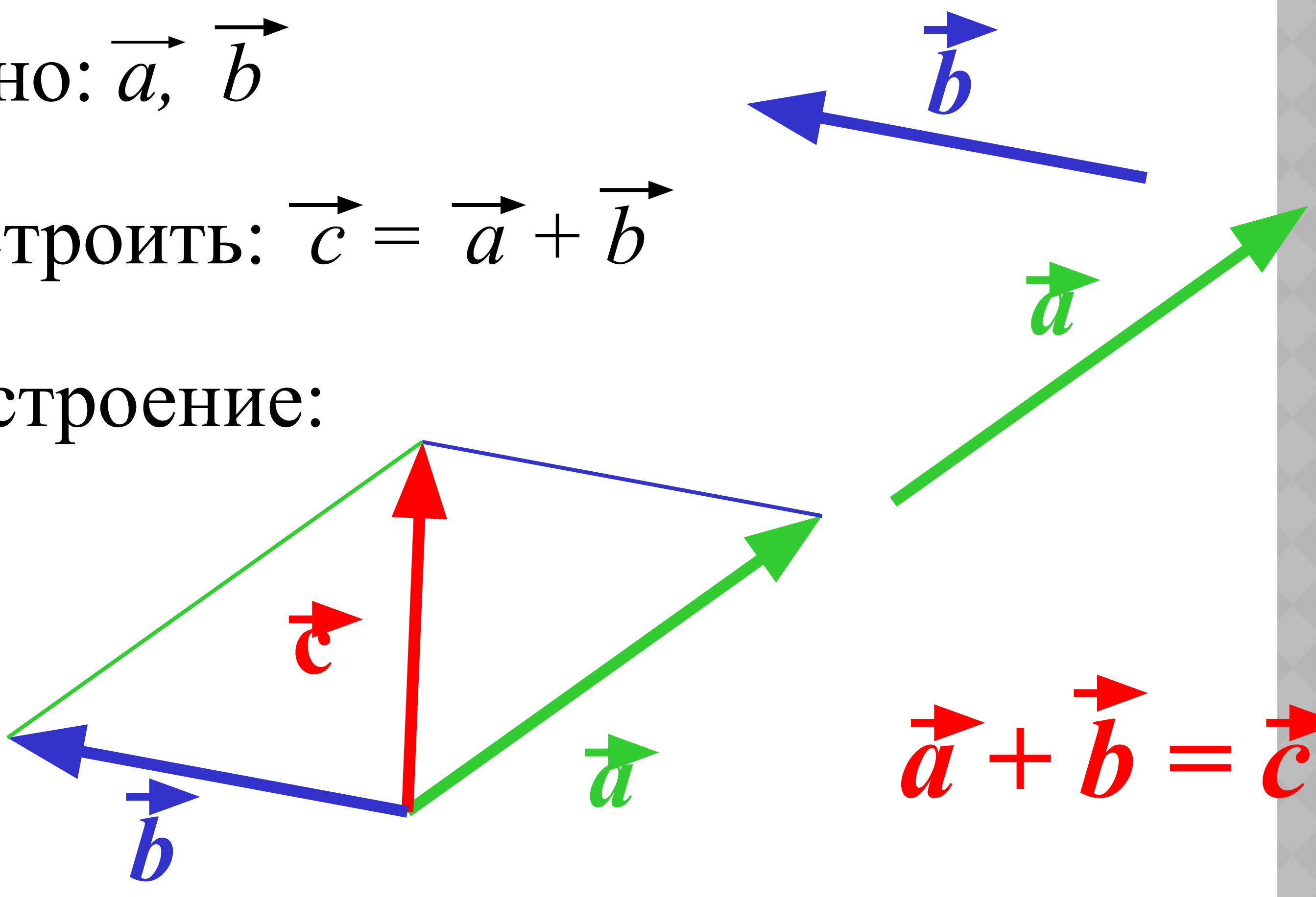
СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ

ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Дано: $\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{b}$

Построить: $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$

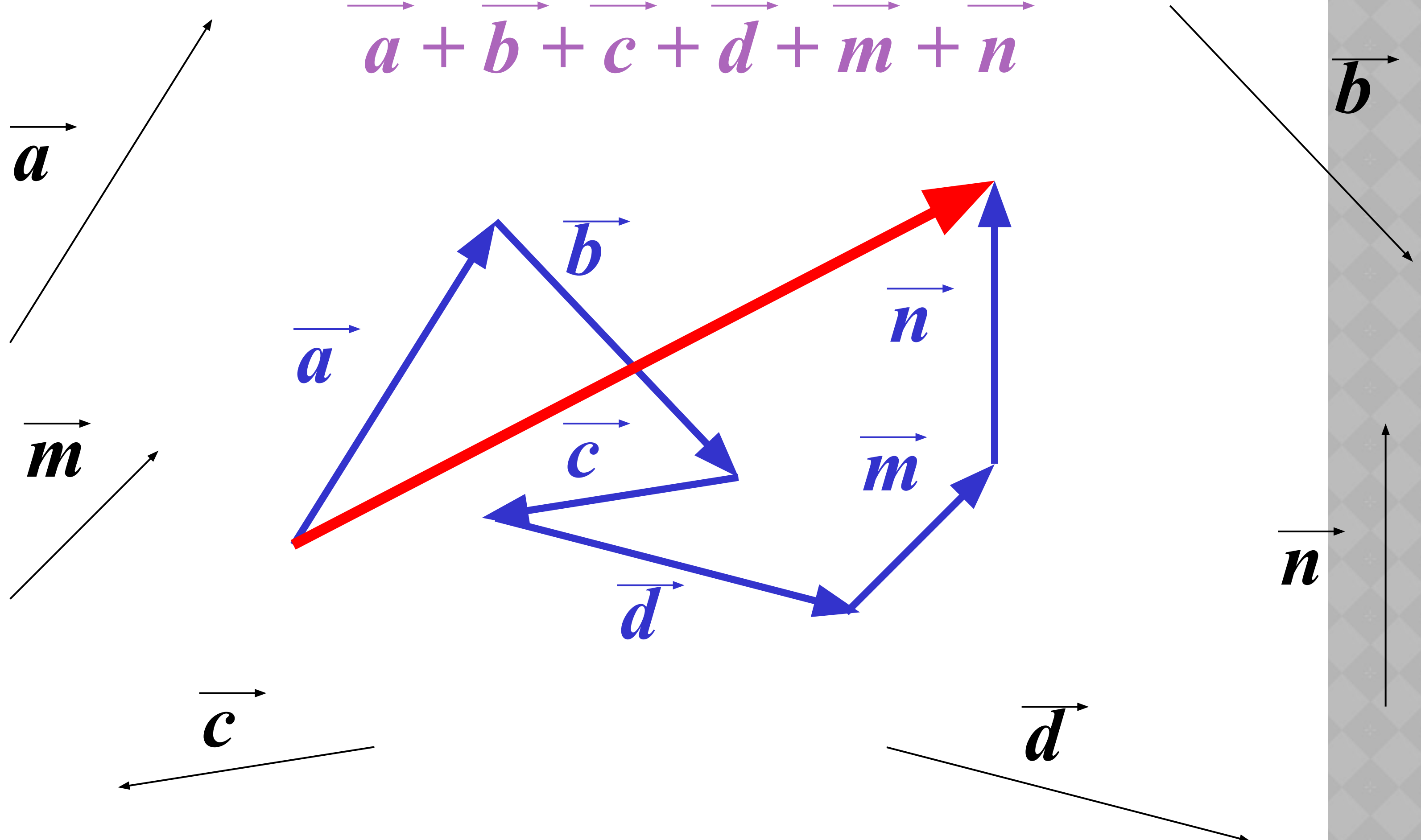
Построение:



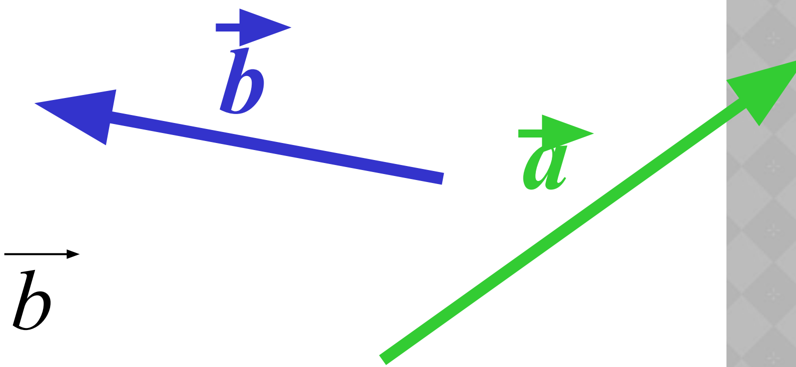
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

СУММА НЕСКОЛЬКИХ ВЕКТОРОВ

$$\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}+\overrightarrow{d}+\overrightarrow{m}+\overrightarrow{n}$$



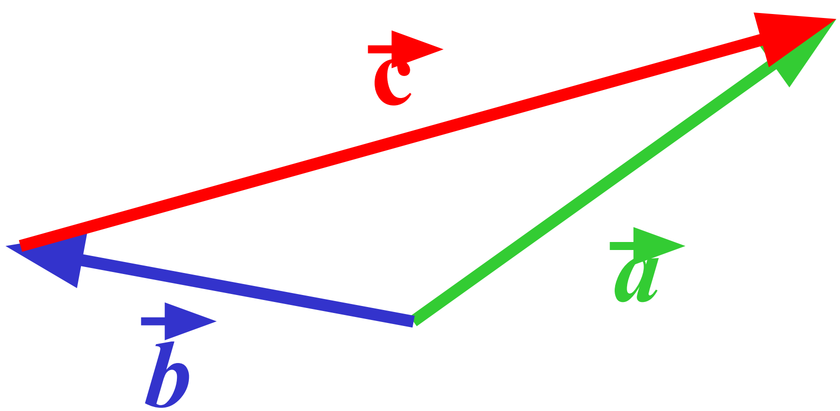
ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ



Дано: $\vec{a}, \ \vec{b}$

Построить: $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$

Построение:



$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$

УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА $\vec{A}$ НА ЧИСЛО K

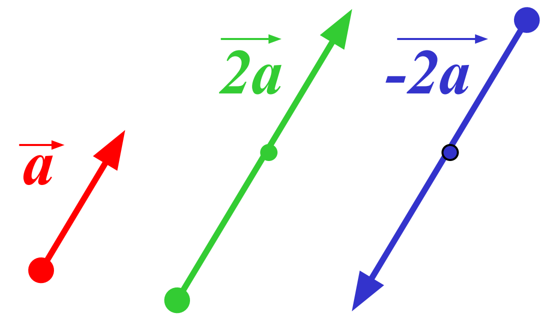
$$k \cdot \vec{a} = \vec{b},$$

$|\vec{a}| \neq 0$, k – произвольное число

$|\vec{b}| = |\vec{k}| \cdot |a|,$

если $k>0$, то $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

если $k<0$, то $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$



Для любых чисел k, l и любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ справедливы равенства:

1º. $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$ *(сочетательный закон),*

2º. $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$ *(первый распределительный закон),*

3º. $k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ *(второй распределительный закон).*

ВЕКТОРНОЕ ПРОСТРАНСТВО

- Множество векторов с действительными компонентами, в котором определены операции сложения векторов и умножения вектора на число, удовлетворяющее приведенным ниже восьми свойствам (рассматриваемым как аксиомы)

СВОЙСТВА:

- $\mathbf{x+y=y+x}$ – коммутативное (переместительное) свойство сложения.
- $\mathbf{(x+y)+z=x+(y+z)}$ – ассоциативное (сочетательное) свойство сложения.
- $\alpha(\beta\mathbf{x})=(\alpha\beta)\mathbf{x}$ – ассоциативное свойство относительно числового множителя.
- $\alpha\mathbf{(x+y)=}\alpha\mathbf{x}+\alpha\mathbf{y}$ – дистрибутивное (распределительное) свойство относительно суммы векторов.
- $(\alpha+\beta)\mathbf{x}=\alpha\mathbf{x}+\beta\mathbf{x}$ – дистрибутивное свойство относительно суммы числовых множителей.
- Существует нулевой вектор $\mathbf{0}=(0;0;\ldots0)$ такой, что $\mathbf{x+0=x}$ для любого вектора $\mathbf{x}$.
- Для любого вектора x существует противоположный вектор $\mathbf{(-x)}$ такой, что $\mathbf{x+(-x)=0}$.
- $1*x=x$ для любого вектора $\mathbf{x}$.

ЛИНЕЙНОЕ ПРОСТРАНСТВО

- Отметим, что под **x, y, z** можно рассматривать не только векторы, но и элементы (объекты) любой природы. В этом случае множество элементов называется *линейным пространством*.

- Скалярным произведением двух векторов $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$ и $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$

называется число, определяемое равенством:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\varphi = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$$

ПРИЛОЖЕНИЯ СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ:

- Угол меду векторами:

$$\cos\varphi = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

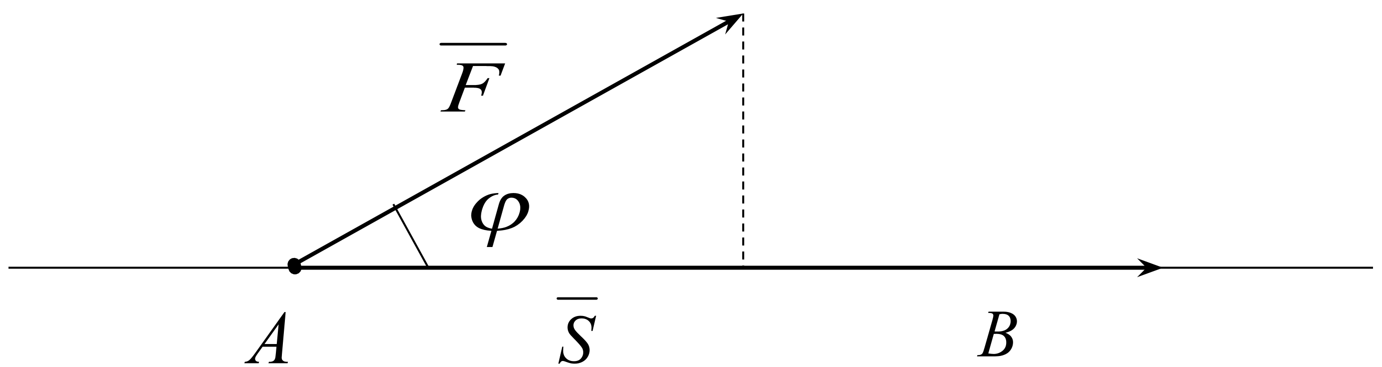
Условие перпендикулярности ненулевых векторов:

$$\bar{a} \perp \bar{b} \Leftrightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = 0.$$

ПРИЛОЖЕНИЯ СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ:

- Работа постоянной силы:

Пусть материальная точка перемещается прямолинейно из положения в положение под действием постоянной силы , образующей угол с перемещением:



ЕВКЛИДОВО ПРОСТРАНСТВО

- Скалярное произведение имеет свойства:

1°. $\mathbf{xy}=\mathbf{yx}$ – коммутативное свойство

2°. $\mathbf{x}(\mathbf{y}+\mathbf{z})=\mathbf{xy}+\mathbf{xz}$ – дистрибутивное свойство

3°. $(\alpha\mathbf{x})\mathbf{y}=\alpha(\mathbf{xy})$ – для любого действительного числа α

4°. $\mathbf{xx}>0$, если $\mathbf{x}$ – ненулевой вектор, $\mathbf{xx}=0$, если $\mathbf{x}$ – нулевой вектор.

- Линейное (векторное) пространство, в котором задано скалярное произведение векторов, удовлетворяющее указанным четырем свойствам (рассматриваемым как аксиомы), называется *евклидовым пространством*

ВЕКТОРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

1.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

2.

$$|\vec{c}| = |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\varphi$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!!!