

# Векторы

**Вектор** - любой направленный отрезок



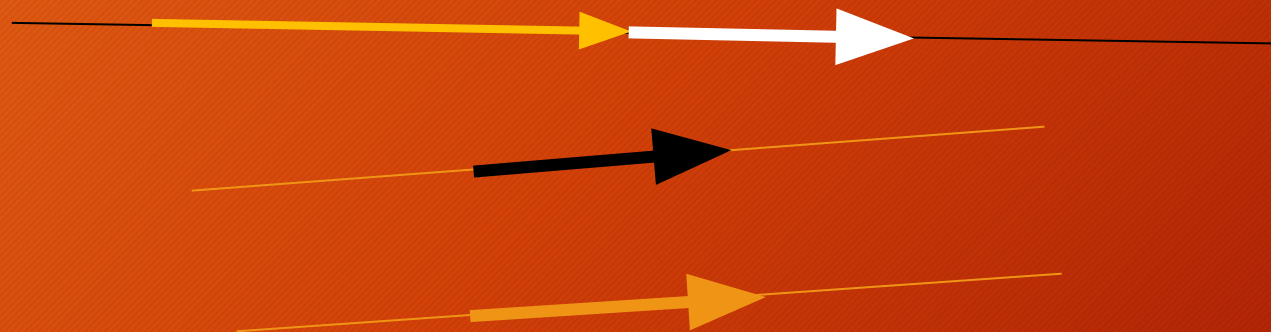


Если на отрезке АВ А принять за начало, а В - за конец, то вектор обозначается  $\overrightarrow{AB}$

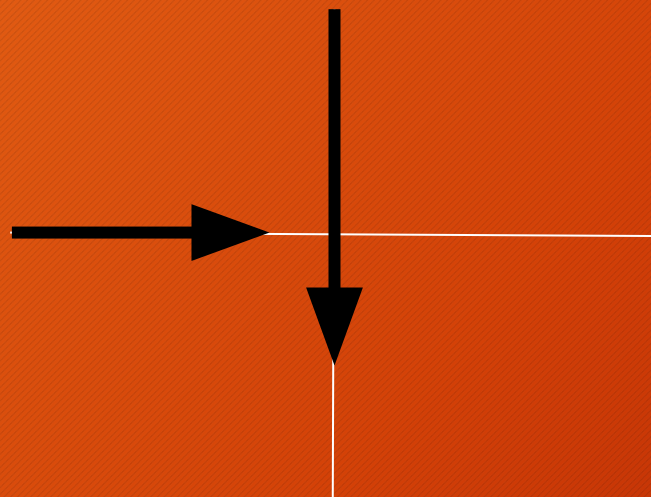
В начале обозначения вектора - начало вектора, в конце - конец.  
Наверху ставится знак вектора.



- Если 2 вектора лежат на одной прямой или на параллельных прямых, то такие векторы называют **коллинеарными**.



Если векторы лежат на перпендикулярных прямых, то их называют **ортогональными**.

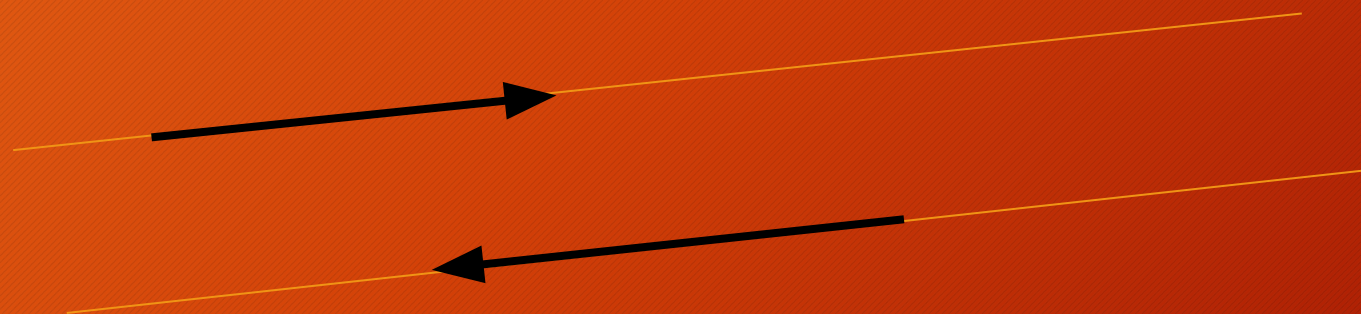




Если векторы коллинеарны и имеют одинаковые направления, то такие векторы называют **сонаправленными**.



Если коллинеарные векторы имеют разные направления, то эти векторы называют **противоположно направленными**.





# Равенство векторов

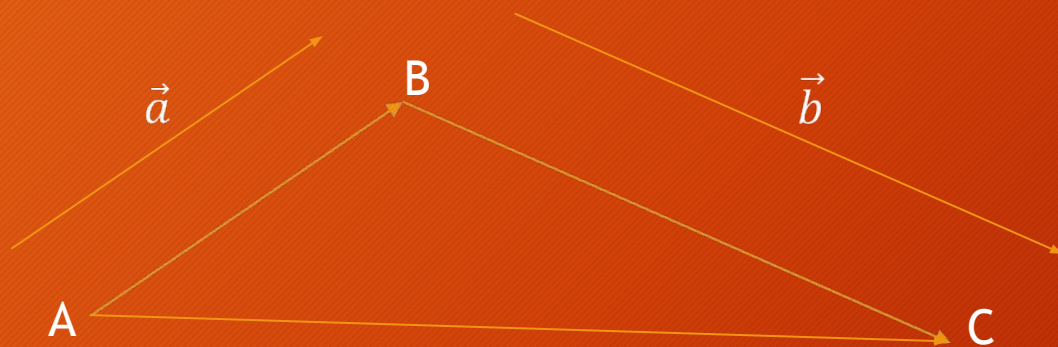
Векторы являются равными, если они сонаправлены и их модули равны.

$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$  и  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ , то  $\vec{a} = \vec{b}$



# Сложение векторов

Пусть даны векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Отметим на плоскости некоторую точку  $A$  и отложим от этой точки  $\overrightarrow{AB}$  так, чтобы  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ . А от точки  $B$  отложим вектор  $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ . Полученный вектор  $\overrightarrow{AC}$  будет являться суммой векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .





# Свойства сложения векторов

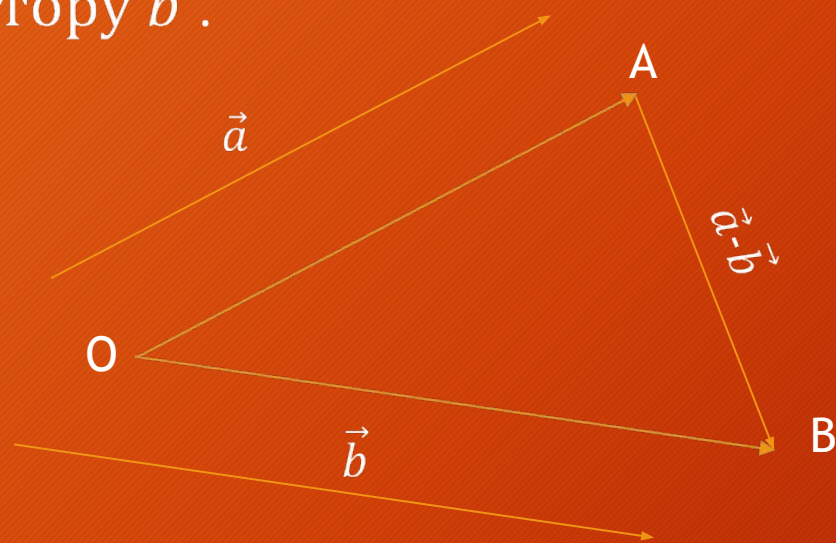
Для любых векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  верно:

1.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$  (переместительный закон)
2.  $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$  (сочетательный закон)



# Разность векторов

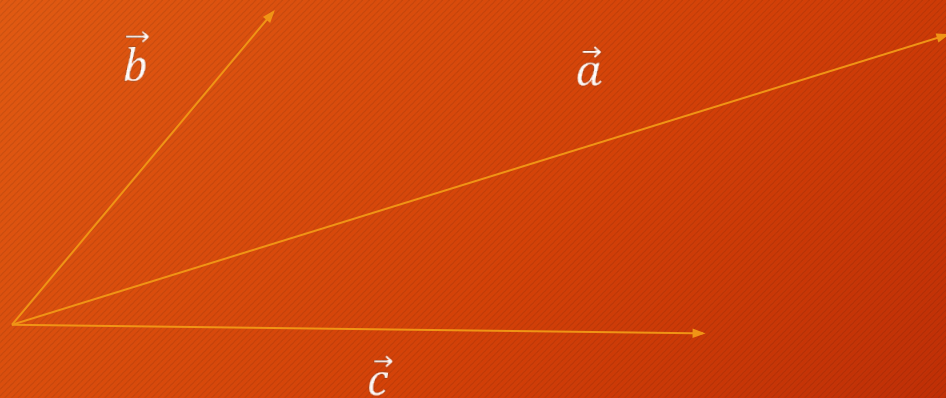
Разностью векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется вектор, который в сумме с вектором  $\vec{a}$  равен вектору  $\vec{b}$ .





# Разложение вектора

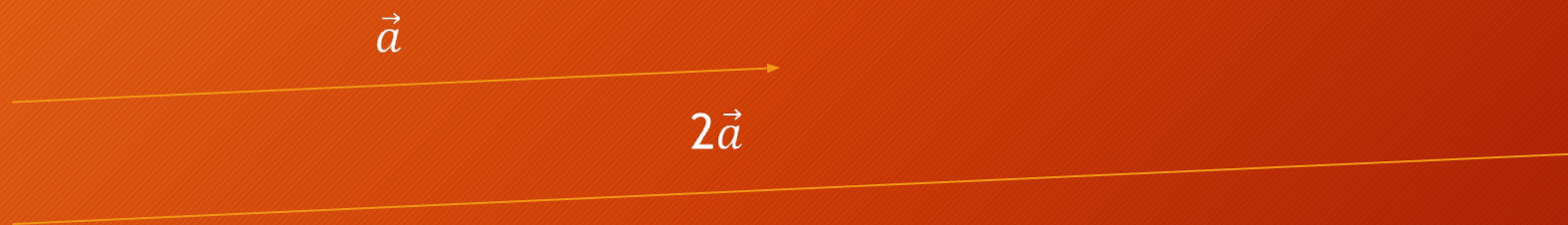
Если векторы  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  называются составляющими вектора  $\vec{a}$ . Также говорят что вектор  $\vec{a}$  разложен на сумму составляющих векторов.





# Умножение вектора на число

Произведением вектора  $\vec{a} \neq 0$  на число  $k$  называется вектор, модуль которого равен числу  $|k| * |\vec{a}|$  и сонаправлен с вектором  $\vec{a}$  при  $k > 0$  и противоположно направлен при  $k < 0$ . Произведение числа  $k$  на вектор  $\vec{a}$  записывают так:  $k\vec{a}$





Для любых чисел  $\alpha, \beta$  и любых векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  верны

1.  $(\alpha * \beta) \vec{a} = \alpha (\beta * \vec{a})$  (сочетательный закон)
2.  $(\alpha + \beta) \vec{a} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{a}$  ( 1-ый распределительный закон)
3.  $\alpha (\vec{a} + \vec{b}) = \alpha \vec{a} + \alpha \vec{b}$  ( 2-ой распределительный закон)



# Угол между векторами

Углом между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$  называется угол  $BAC$ . Углом между ненулевыми векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется угол, образованный при откладывании этих векторов от одной точки.



# Скалярное произведение векторов

Скалярным произведением двух векторов называется число, равное произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними.



# Координаты вектора

Если ненулевые векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  не коллинеарны, то для любого вектора  $\vec{c}$  найдутся числа такие, что выполняется условие

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}.$$



Рассмотрим векторы  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  на координатной плоскости. Тогда, согласно теореме, для любого вектора  $\vec{a}$  найдутся числа  $x$  и  $y$  такие, что будет выполняться равенство

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

Векторы  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  - координатные векторы, а  $x$  и  $y$  - координаты вектора  $\vec{a}$ .



# Свойства координат вектора

1. У равных векторов соответствующие координаты равны.
2. При сложении векторов складываются их соответствующие координаты.
3. При умножении вектора на число его координаты умножаются на это же число.



# Координаты вектора, заданного координатами концов.

Пусть задан вектор  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$  и  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ . Тогда выполняется равенство  $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$ .

Длина вектора  $\overrightarrow{AB}$  вычисляется по формуле

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$



# Скалярное произведение вектора в координатах

- $\vec{a} * \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2$