Вейвлеты при анализе скважинных данных

Ни одна вещь не возникает и не уничтожается, но каждая составляется из смешения существующих вещей или выделяется из них.

Анаксагор. Древнегреческий философ, IV в. до н.э.

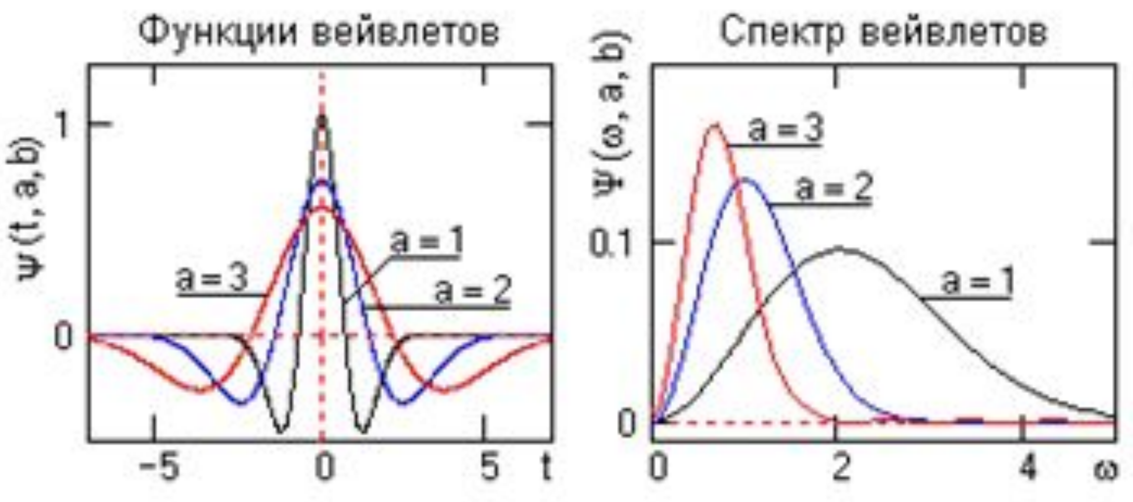
Кидрасова Гульназ 410

План

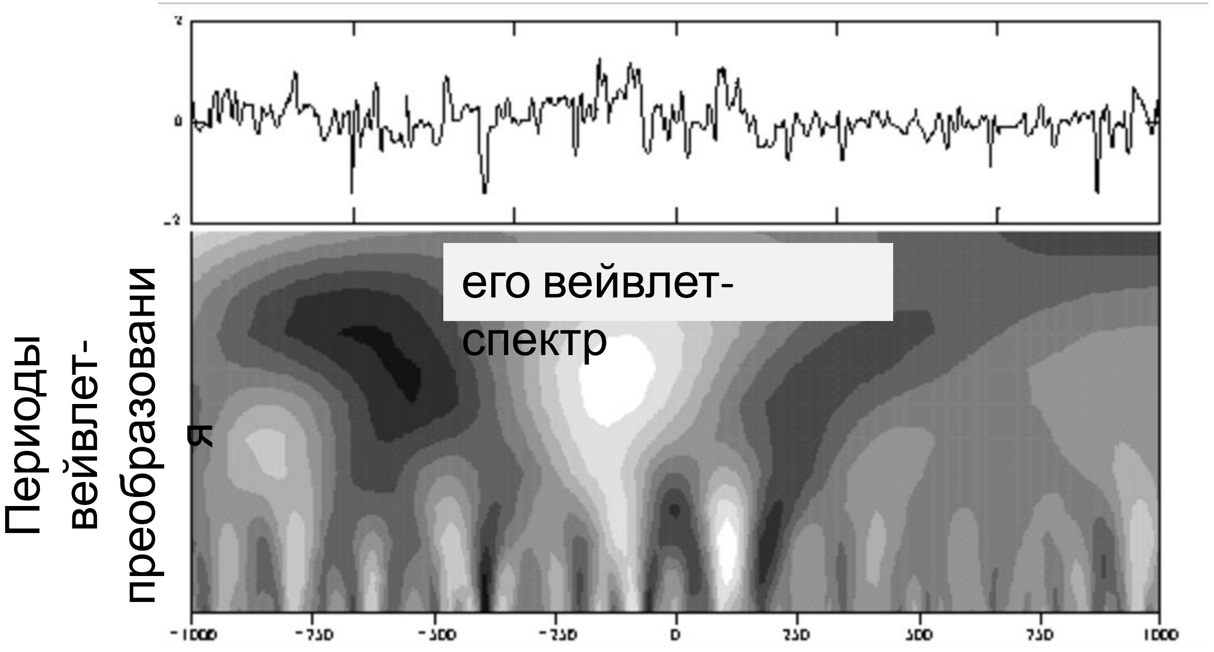
- Кратномасштабный вейвлет-анализ
- Произвольный информационный сигнал
- Решаемые задачи
- Примеры
- Выводы
- Вопросы

Вспомним про вейвлеты:

- Берем порождающий вейвлет (функция с нулевым средним значением, локализованная по оси аргументов)
- Получаем «пакет» вейвлетов посредством сдвигов и растяжений по оси времени порождающего вейвлета. Это наш базис
- Дискретное или непрерывное вейвлет-преобразование
- Profit



сигнал



Временной сдвиг

НО! И непрерывное и дискретное вейвлет-преобразования с произвольным шагом по масштабу и сдвигу обладают сильной избыточностью.

Достаточно знать вейвлет-преобразование на некоторой решетке частотно-временной области, густой в области высоких частот сигнала, и редкой в области низких частот. Для этого нужен **кратномасштабный вейвлет-анализ** (КМА).

Идея КМА - масштабировать вейвлет в постоянное число раз, и сдвигать его во времени с шагом, равным интервалу носителя масштабированного вейвлета.

Произвольный информационный сигнал

=

региональная функция тренда

+

циклические компоненты с определенным периодом повторения

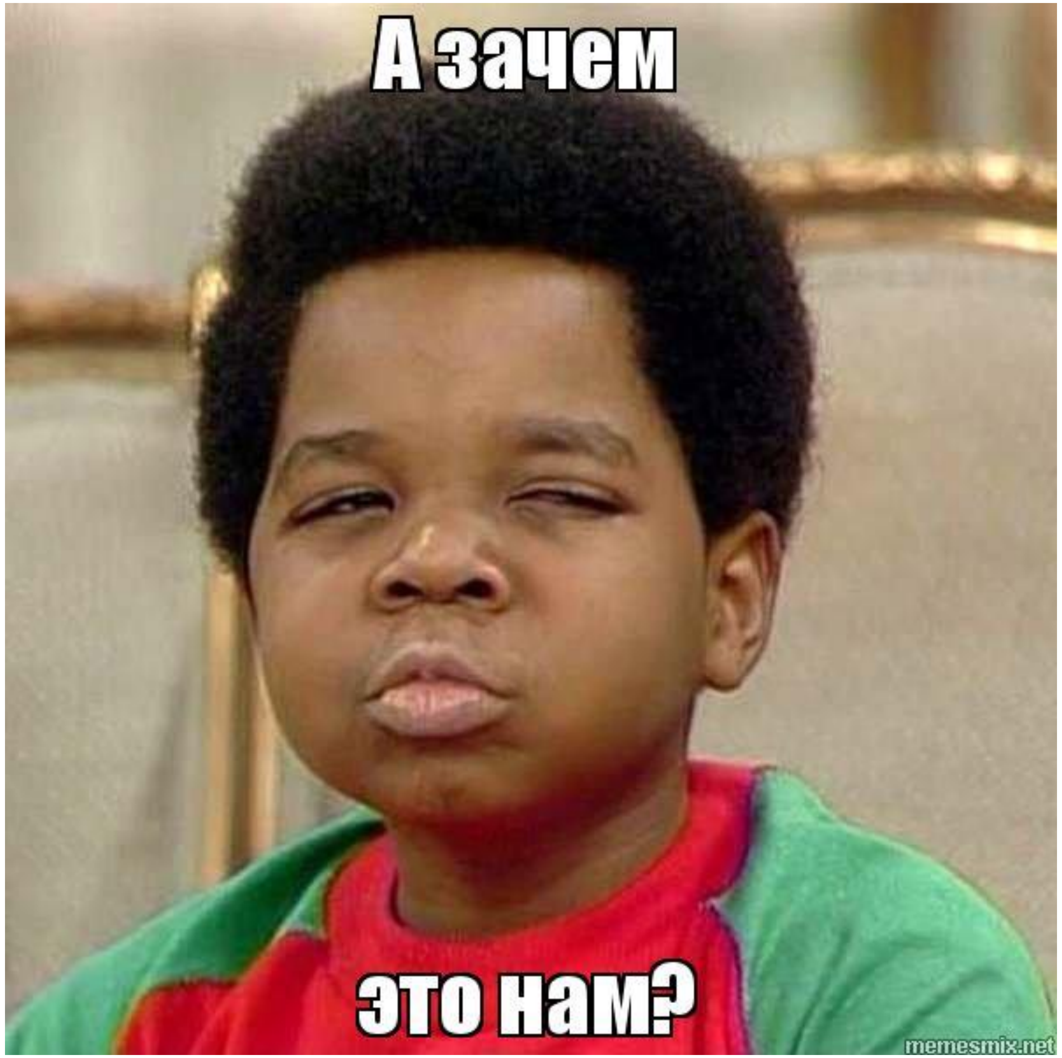
+

локальные особенности (аномалии) разного порядка

+

флуктуации (шумы)

КМА - инструмент разделения сигнала на составляющие, анализа их порядка и реконструкции сигналов из определенных составляющих (или с исключением определенных составляющих, например шумов или малозначимых деталей)



- Выделение пластов
- Фильтрация данных
- Корреляция скважин

и т.д.

. Применение к задаче выделения пластов

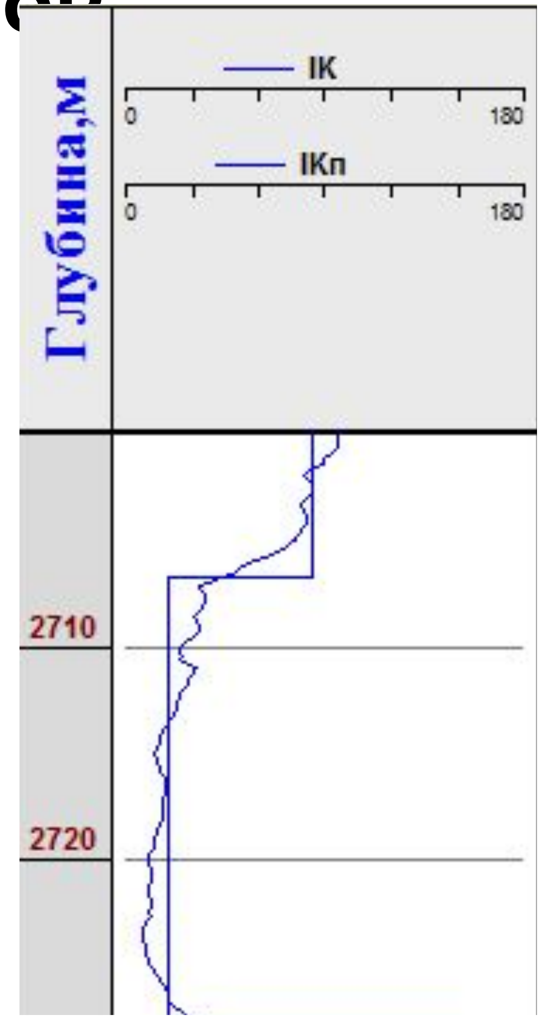
- Пласт - участок постоянства сигнала с заданной точностью δ.

$$\forall z \in (a,b) \quad |f(z) - c| \le \delta,$$

где $f(z)$ — анализируемый сигнал,

$c = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(z)\,dz$ – среднее, δ зависит от задачи

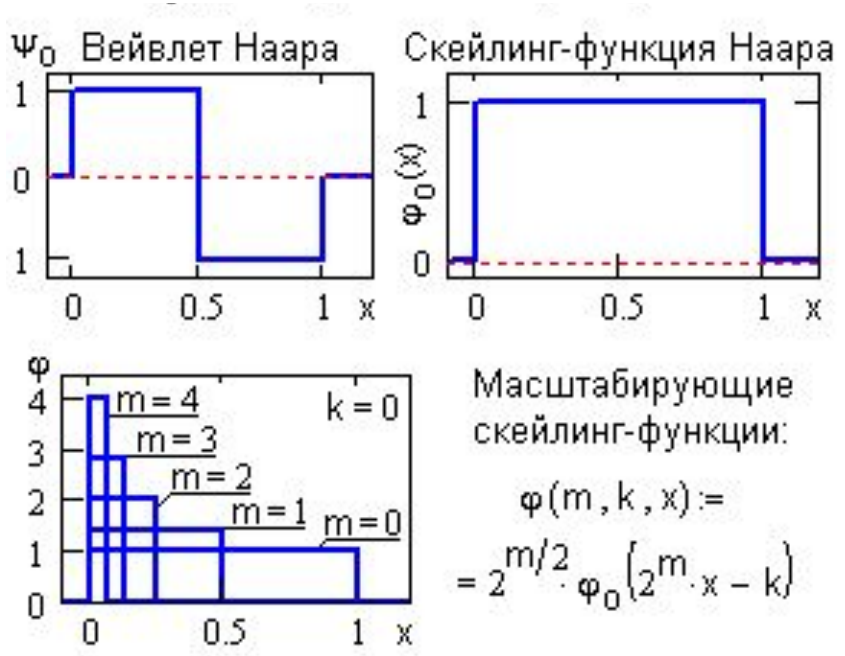
- Граница пластов пролегает там, где изменение сигнала с глубиной наибольшее (максимум производной)
- Дополнительный критерий осреднения ε - размер интервала глубины, в пределах которого значения осредняются



Основным утверждением, используемым в обработке дискретных сигналов, является существование разложения сигнала по базисным функциям разных уровней (преобразование Хаара):

$$f_0(x) = \sum_{i=0}^{N/2^m} c_{m,i}\phi_i(x) + \sum_{i=0}^{N/2^m} d_{m,i}\psi_{mi} + \sum_{i=0}^{N/2^{m-1}} d_{m-1,i}\psi_{m-1,i} + \ldots + \sum_{i=0}^{N/2} d_{1,i}\psi_{1,i}$$

Сигнал есть сумма функций, каждая из которых отражает вклад различных частотных составляющих. Суммы, соответствующие функциям $\Psi_{k,i}$ отражают «вклад» частот характерным размером длины 2^k .



Разложение сигнала по базисным функциям разных уровней

$$f_0(x) = \sum_{i=0}^{N/2^m} c_{m,i}\phi_i(x) + \sum_{i=0}^{N/2^m} d_{m,i}\psi_{mi} + \sum_{i=0}^{N/2^{m-1}} d_{m-1,i}\psi_{m-1,i} + \ldots + \sum_{i=0}^{N/2} d_{1,i}\psi_{1,i}$$

$$\downarrow$$

Преобразование коэффициентов методом трешолдинга
(кратко: применяем преобразование tr_c к коэффициентам d, которое определяется как $tr_c(x) = x$, если $x \geq c$ и $tr_c(x) = 0$ иначе)

$$\downarrow$$

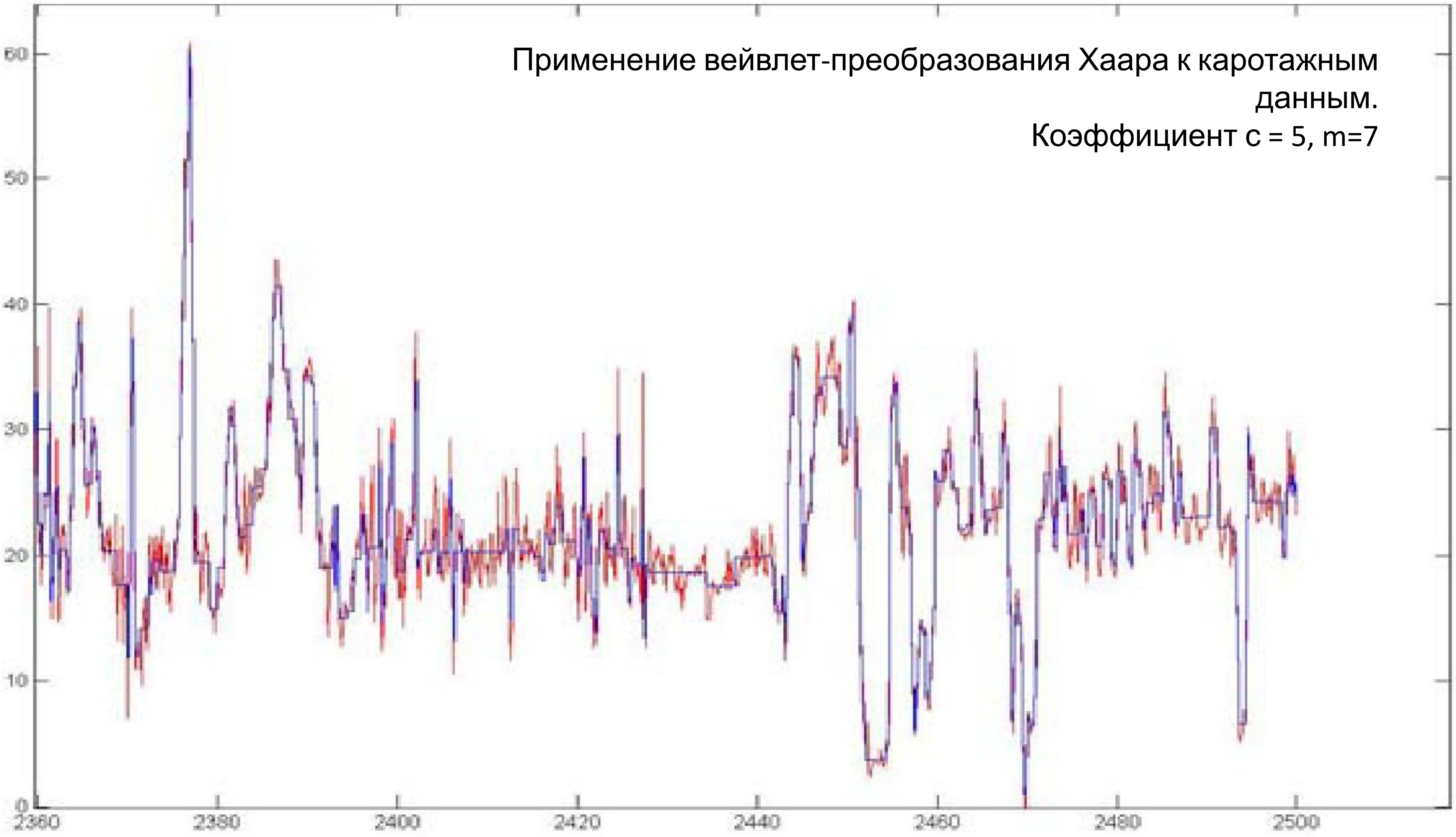
$$f_0^{'}(x) = \sum_{i=0}^{N/2^m} c_{m,i}\phi_i(x) + \sum_{i=0}^{N/2^m} d_{m,i}{}'\psi_{m,i} + \sum_{i=0}^{N/2^{m-1}} d_{m-1,i}{}'\psi_{m-1,i} + \ldots + \sum_{i=0}^{N/2} d_{1,i}{}'\psi_{1,i} \ .$$

Применение к задаче выделения пластов

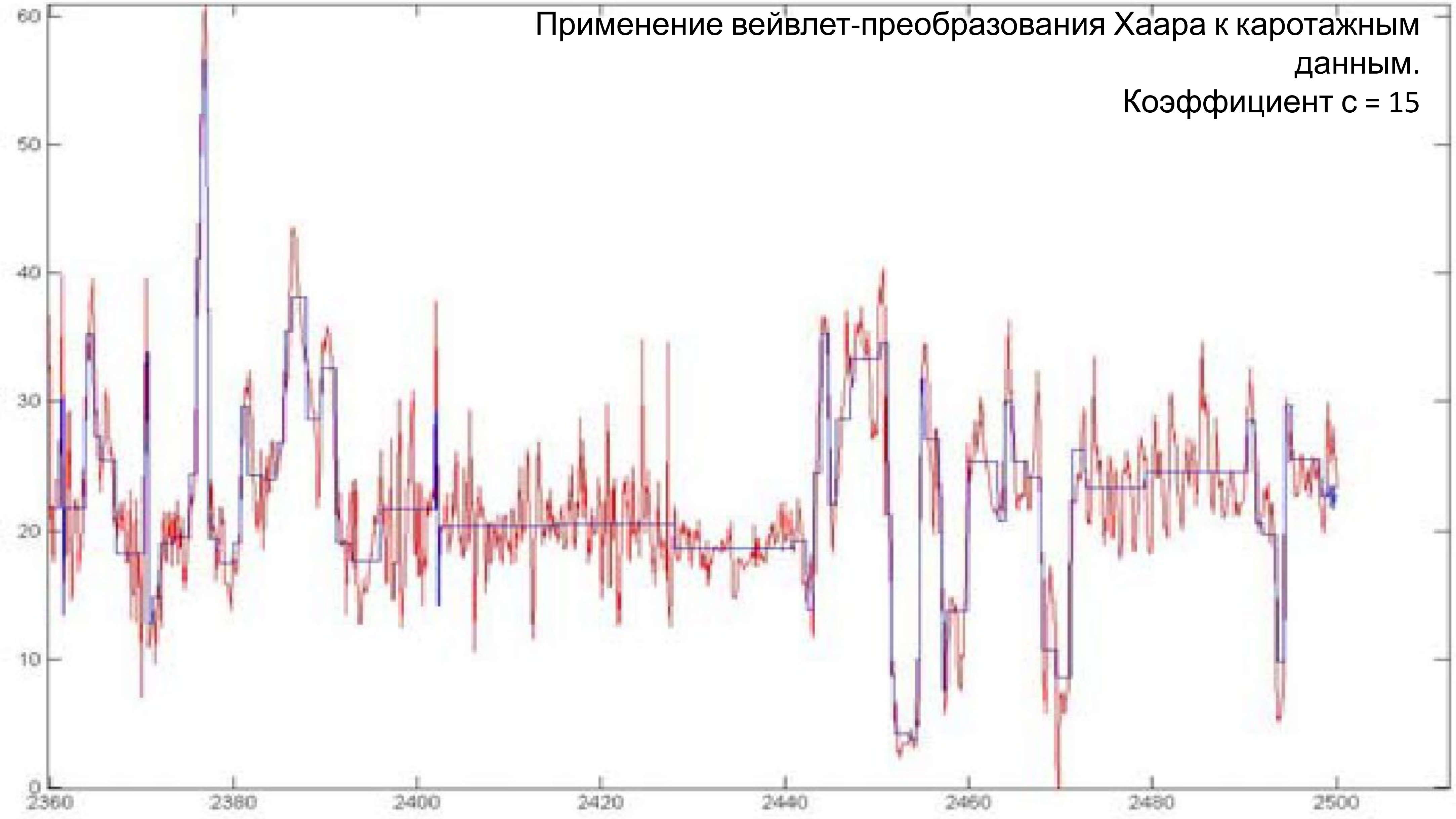
- f_0 — функция геофизического сигнала
- f_0' - преобразование, полученное с помощью трешолдинга коэффициентов
- Границы пластов r_i положим равными границам «ступенек», то есть точкам f_0', соседние значения которых различны

Это решение обеспечивает выполнение критериев для пластов, для заданной точности ε $c \geq \frac{\varepsilon}{m}$

Применение вейвлет-преобразования Хаара к каротажным данным.
Коэффициент с = 5, m=7



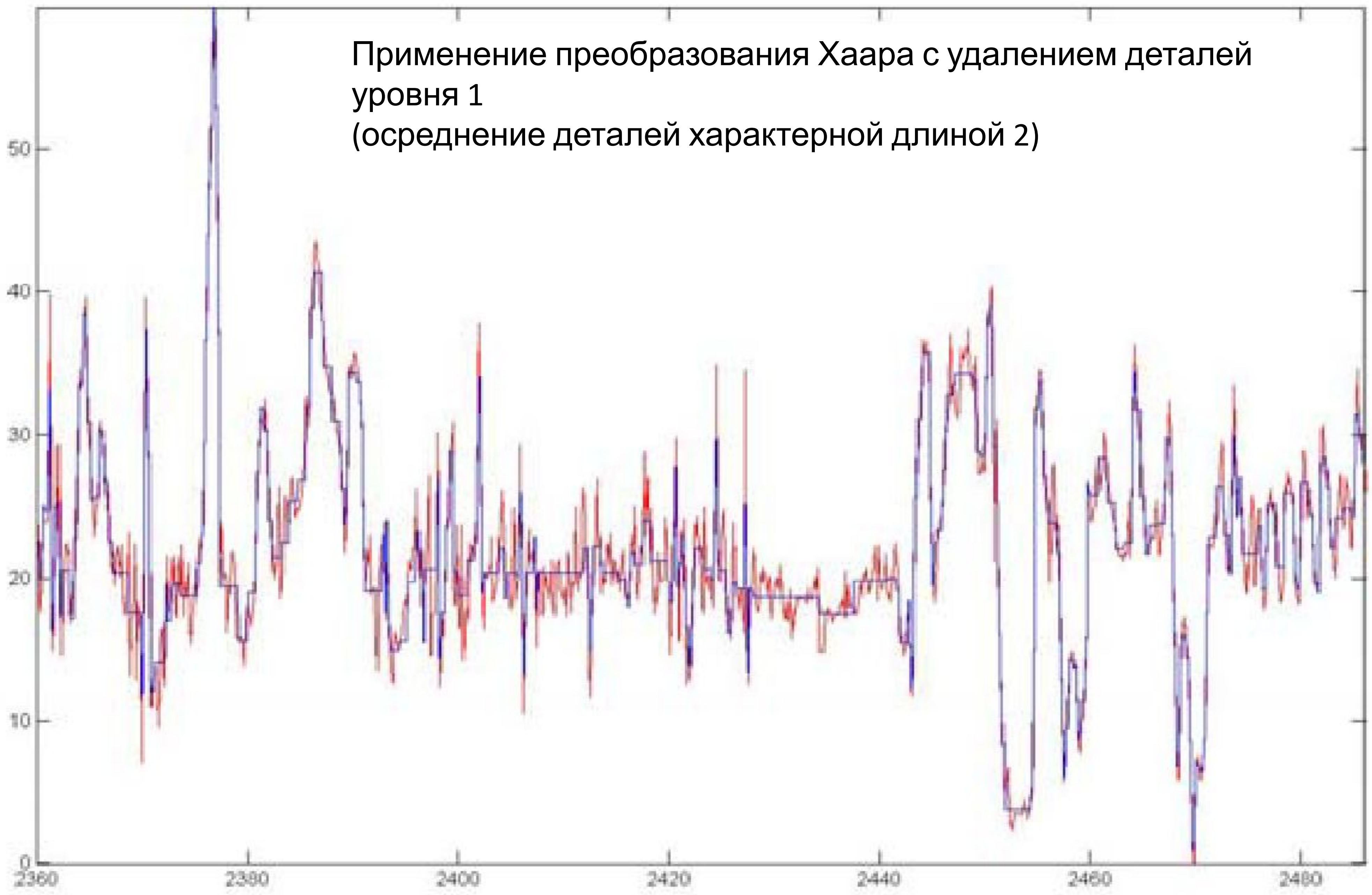
Применение вейвлет-преобразования Хаара к каротажным данным.
Коэффициент с = 15



$$f_0'(x) = \sum_{i=0}^{N/2^m} c_{m,i}\phi_i(x) + \sum_{i=0}^{N/2^m} d_{m,i}'\psi_{m,i} + \sum_{i=0}^{N/2^{m-1}} d_{m-1,i}'\psi_{m-1,i} + \ldots + \sum_{i=0}^{N/2} d_{1,i}'\psi_{1,i}$$

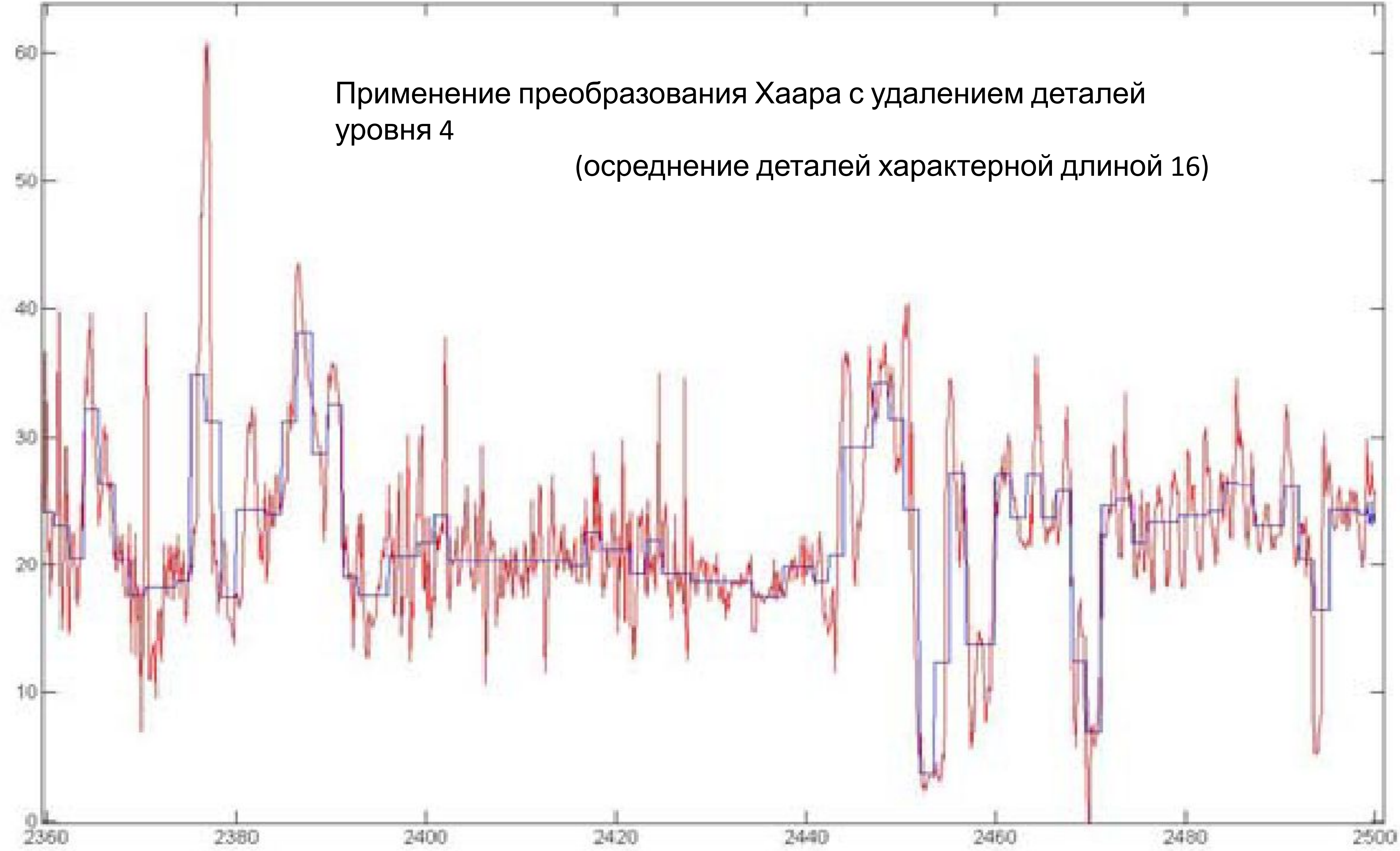
Подвергнем коэффициент $d_{k,i}$’дополнительному преобразованию, которое зануляет все коэффициенты с индексами *k* меньше фиксированного значения *l* . В таком случае происходит удаление всех деталей, характерный размер которых менее $\delta = 2^{l-1}$

Применение преобразования Хаара с удалением деталей уровня 1
(осреднение деталей характерной длиной 2)



Применение преобразования Хаара с удалением деталей уровня 4

(осреднение деталей характерной длиной 16)

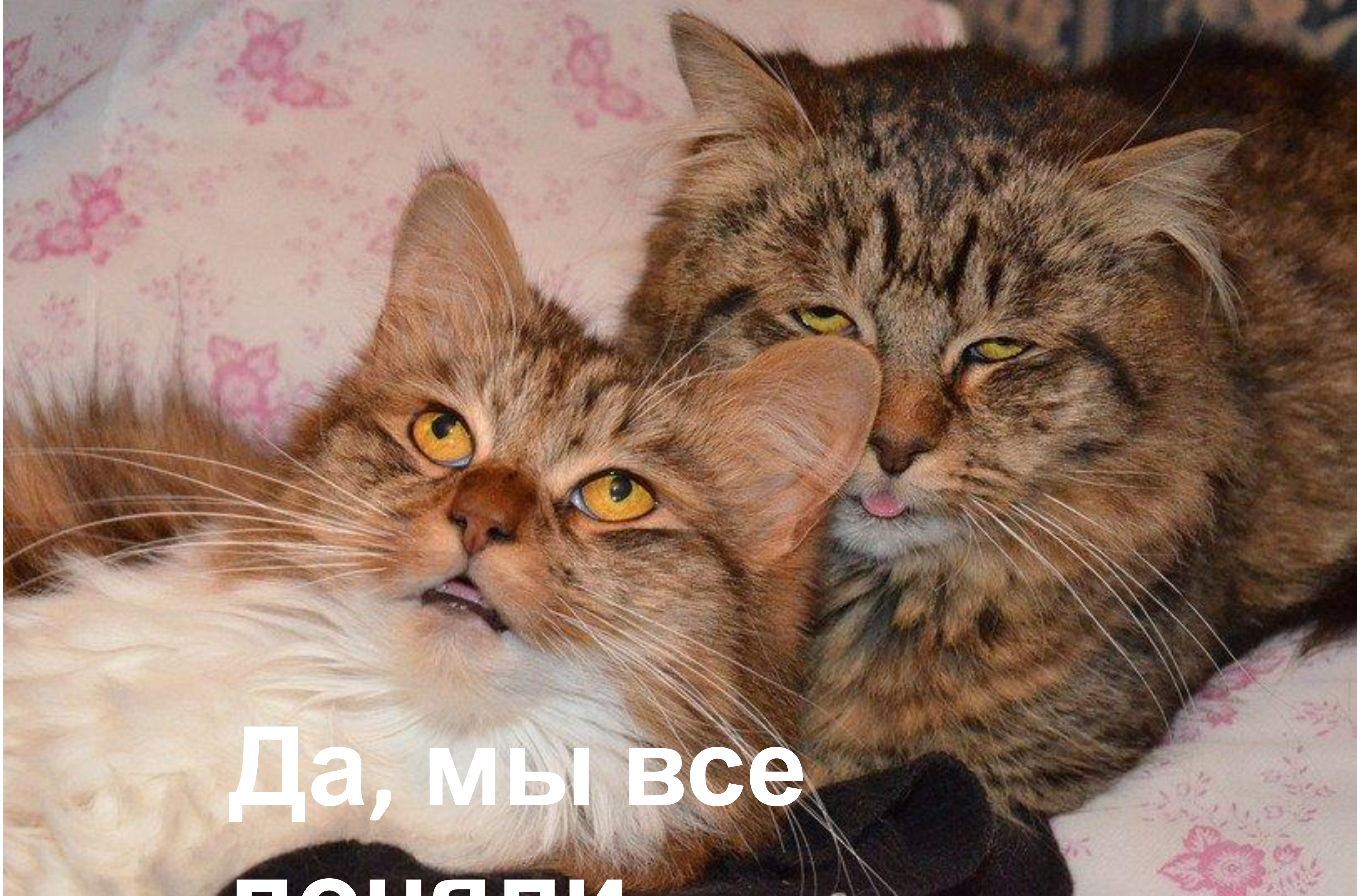


Выводы

1) использование вейвлет-преобразований Хаара в большинстве случаев даёт достоверную картину

2) алгоритм, основанный на вейвлет-преобразованиях позволяет более гибко настраивать параметры обработки кривых

3) недостатком может являться то, что длина пласта всегда есть число, кратное $2^k h$, что вносит некоторую «машинную составляющую» в картину разреза. Однако для работы алгоритмов интерпретации этот фактор не является существенным, либо может быть устранён при доработке алгоритма.



Да, мы все

Вопросы

- Основная идея кратномасштабного вейвлет-анализа
- Для решения каких задач в скважинной геофизике можно использовать КМА?
- Что такое трешолдинг коэффициентов?

Список литературы

- С.С. Крайниковский, «ВЕЙВЛЕТ-ОБРАБОТКА ДАННЫХ В ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ СКВАЖИН»
- Wavelet Analysis and Its Applications, Charles K. Chui, Series Editor