

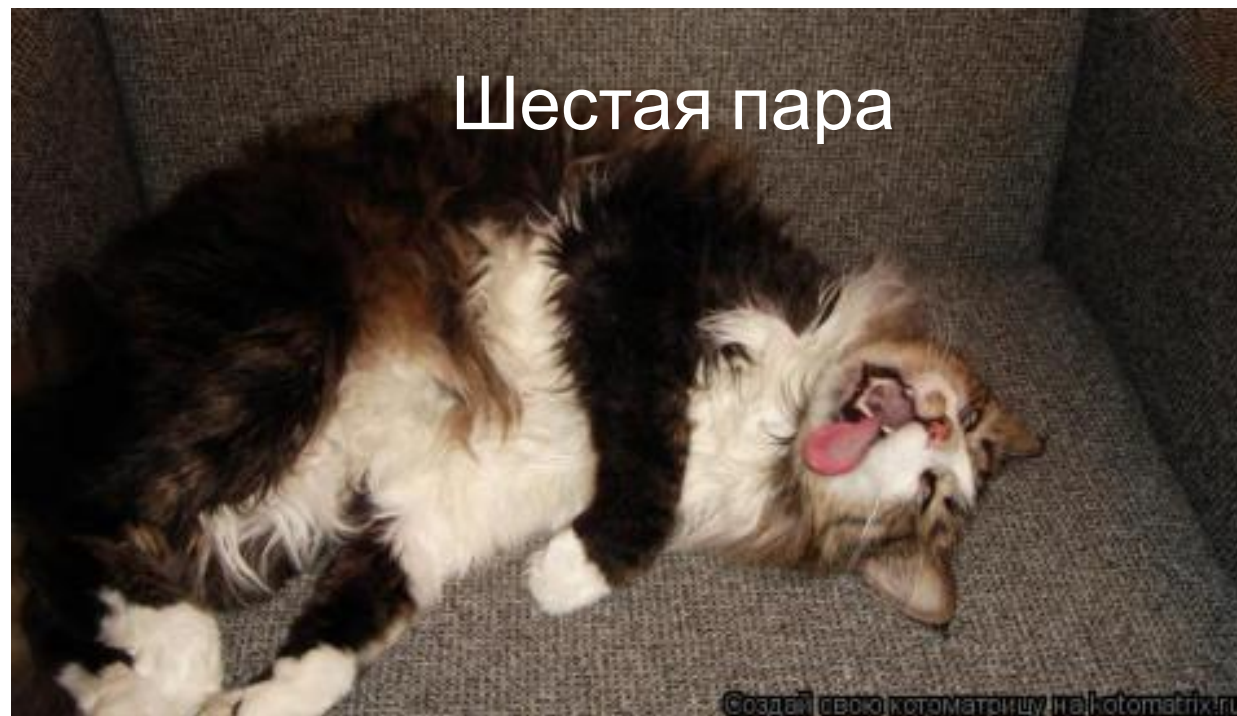
# Вейвлеты при анализе скважинных данных

Ни одна вещь не возникает и не уничтожается, но каждая  
составляется из смешения существующих вещей или  
выделяется из них.

Анаксагор. Древнегреческий философ, IV в. до н.э.

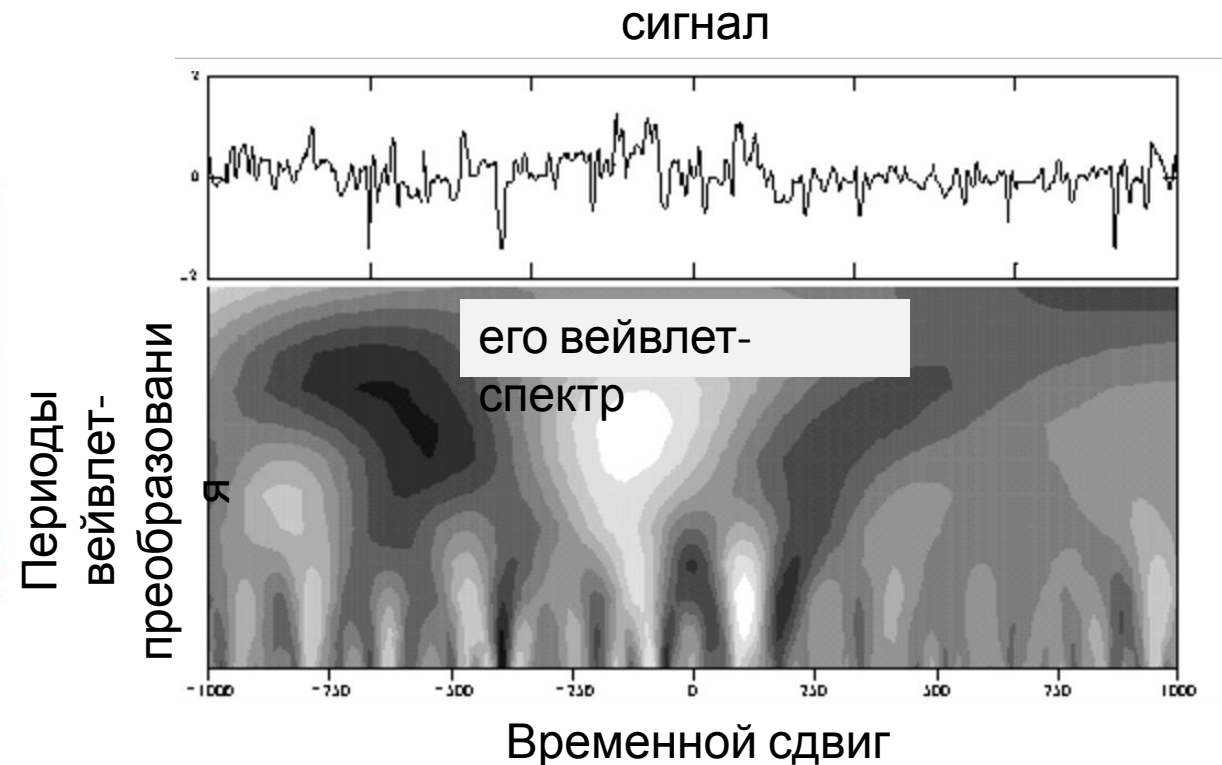
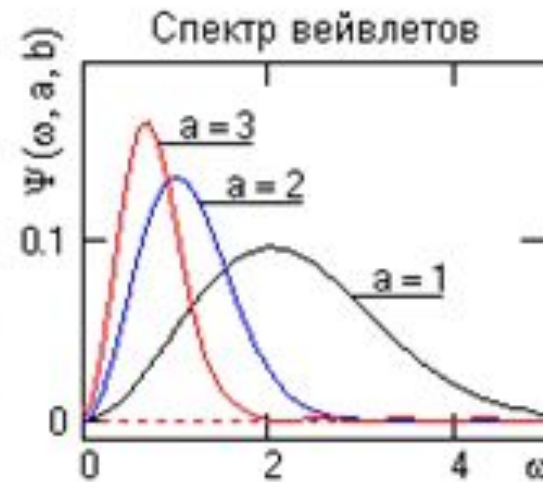
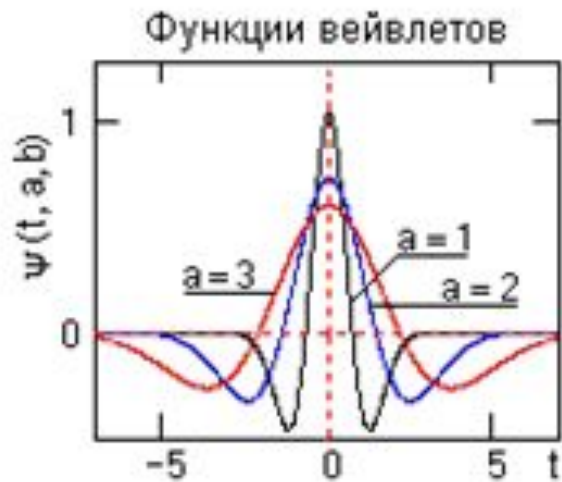
# План

- Кратномасштабный вейвлет-анализ
- Произвольный информационный сигнал
- Решаемые задачи
- Примеры
- Выводы
- Вопросы



# Вспомним про вейвлеты:

- Берем порождающий вейвлет (функция с нулевым средним значением, локализованная по оси аргументов)
- Получаем «пакет» вейвлетов посредством сдвигов и растяжений по оси времени порождающего вейвлета. Это наш базис
- Дискретное или непрерывное вейвлет-преобразование
- Profit



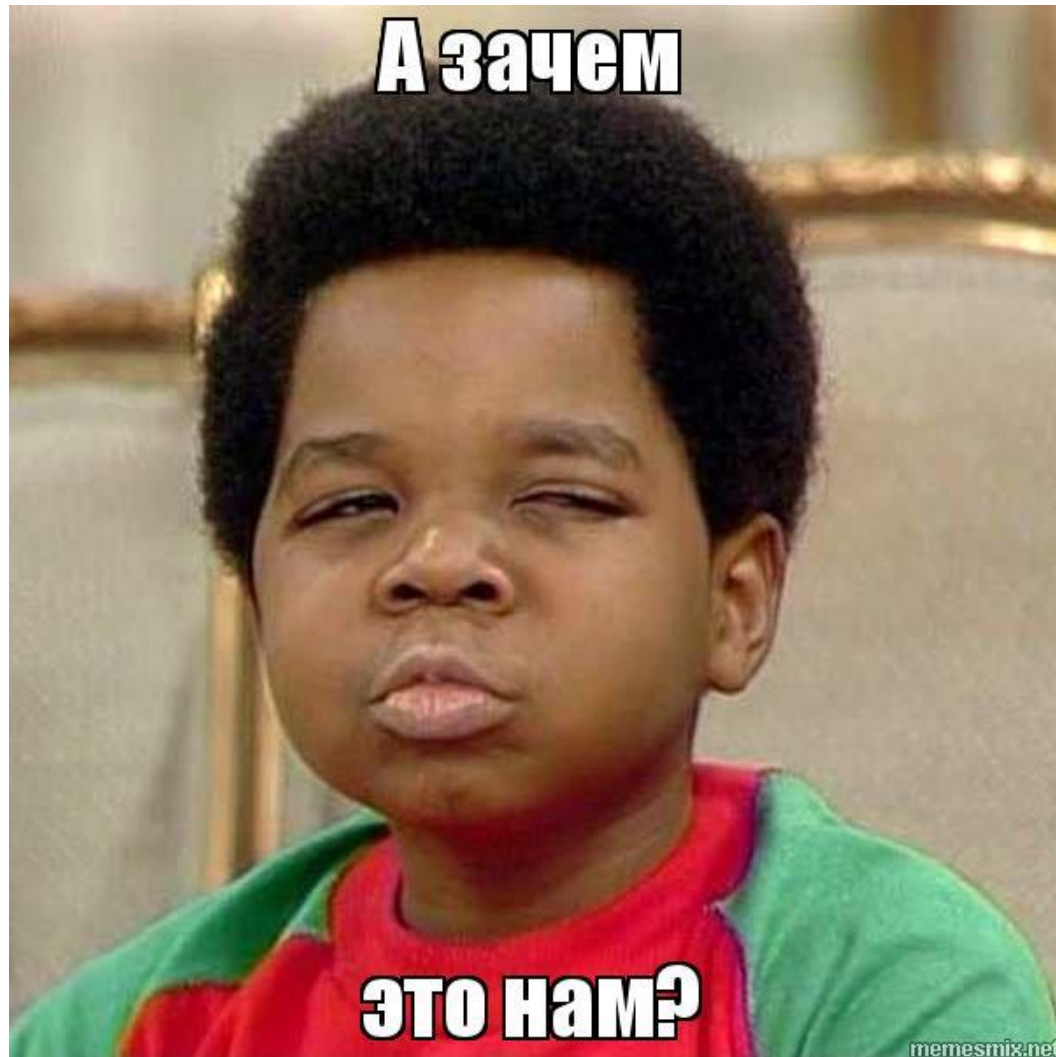
НО! И непрерывное и дискретное вейвлет-преобразования с произвольным шагом по масштабу и сдвигу обладают сильной избыточностью.

Достаточно знать вейвлет-преобразование на некоторой решетке частотно-временной области, густой в области высоких частот сигнала, и редкой в области низких частот. Для этого нужен кратномасштабный вейвлет-анализ (КМА).

Идея КМА - масштабировать вейвлет в постоянное число раз, и сдвигать его во времени с шагом, равным интервалу носителя масштабированного вейвлета.

Произвольный информационный сигнал  
=  
региональная функция тренда  
+  
циклические компоненты с определенным периодом  
повторения  
+  
локальные особенности (аномалии) разного порядка  
+  
флуктуации (шумы)

КМА - инструмент разделения сигнала на составляющие, анализа их порядка и реконструкции сигналов из определенных составляющих (или с исключением определенных составляющих, например шумов или малозначимых деталей)



- Выделение пластов
- Фильтрация данных
- Корреляция скважин  
и т.д.

## • Применение к задаче выделения пластов

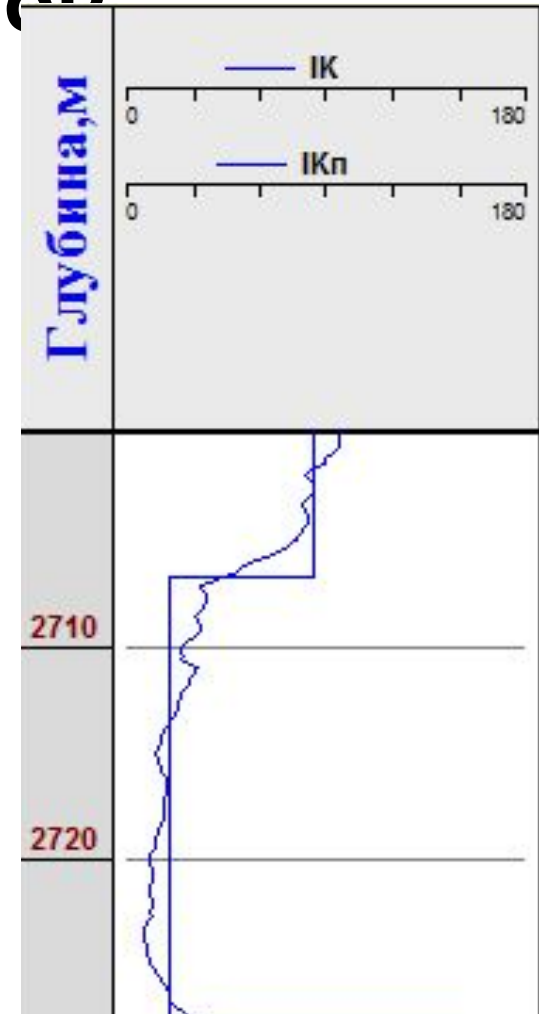
- Пласт - участок постоянства сигнала с заданной точностью  $\delta$ .

$$\forall z \in (a, b) \quad |f(z) - c| \leq \delta,$$

где  $f(z)$  — анализируемый сигнал,

$$c = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(z) dz - \text{среднее, } \delta \text{ зависит от задачи}$$

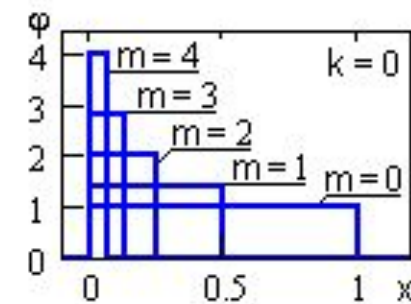
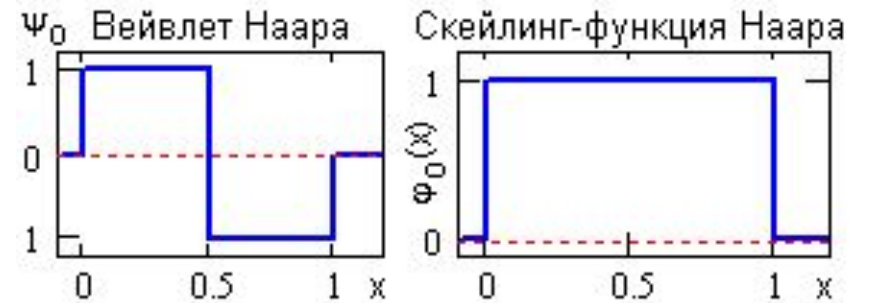
- Граница пластов пролегает там, где изменение сигнала с глубиной наибольшее (максимум производной)
- Дополнительный критерий осреднения  $\varepsilon$  - размер интервала глубины, в пределах которого значения осредняются



Основным утверждением, используемым в обработке дискретных сигналов, является существование разложения сигнала по базисным функциям разных уровней (преобразование Хаара):

$$f_0(x) = \sum_{i=0}^{N/2^m} c_{m,i} \phi_i(x) + \sum_{i=0}^{N/2^{m-1}} d_{m,i} \psi_{m,i} + \sum_{i=0}^{N/2^{m-2}} d_{m-1,i} \psi_{m-1,i} + \dots + \sum_{i=0}^{N/2} d_{1,i} \psi_{1,i}$$

Сигнал есть сумма функций, каждая из которых отражает вклад различных частотных составляющих. Суммы, соответствующие функциям  $\psi_{k,i}$  отражают «вклад» частот характерным размером длины  $2^k$ .



Масштабирующие скейлинг-функции:  
 $\varphi(m, k, x) := 2^{m/2} \cdot \varphi_0(2^m \cdot x - k)$



Разложение сигнала по базисным функциям разных уровней

$$f_0(x) = \sum_{i=0}^{N/2^m} c_{m,i} \phi_i(x) + \sum_{i=0}^{N/2^m} d_{m,i} \psi_{mi} + \sum_{i=0}^{N/2^{m-1}} d_{m-1,i} \psi_{m-1,i} + \dots + \sum_{i=0}^{N/2} d_{1,i} \psi_{1,i}$$



Преобразование коэффициентов методом трешолдинга  
(кратко: применяем преобразование  $\text{tr}_c$  к коэффициентам  $d$ , которое определяется как  $\text{tr}_c(x) = x$ , если  $x \geq c$  и  $\text{tr}_c(x) = 0$  иначе)



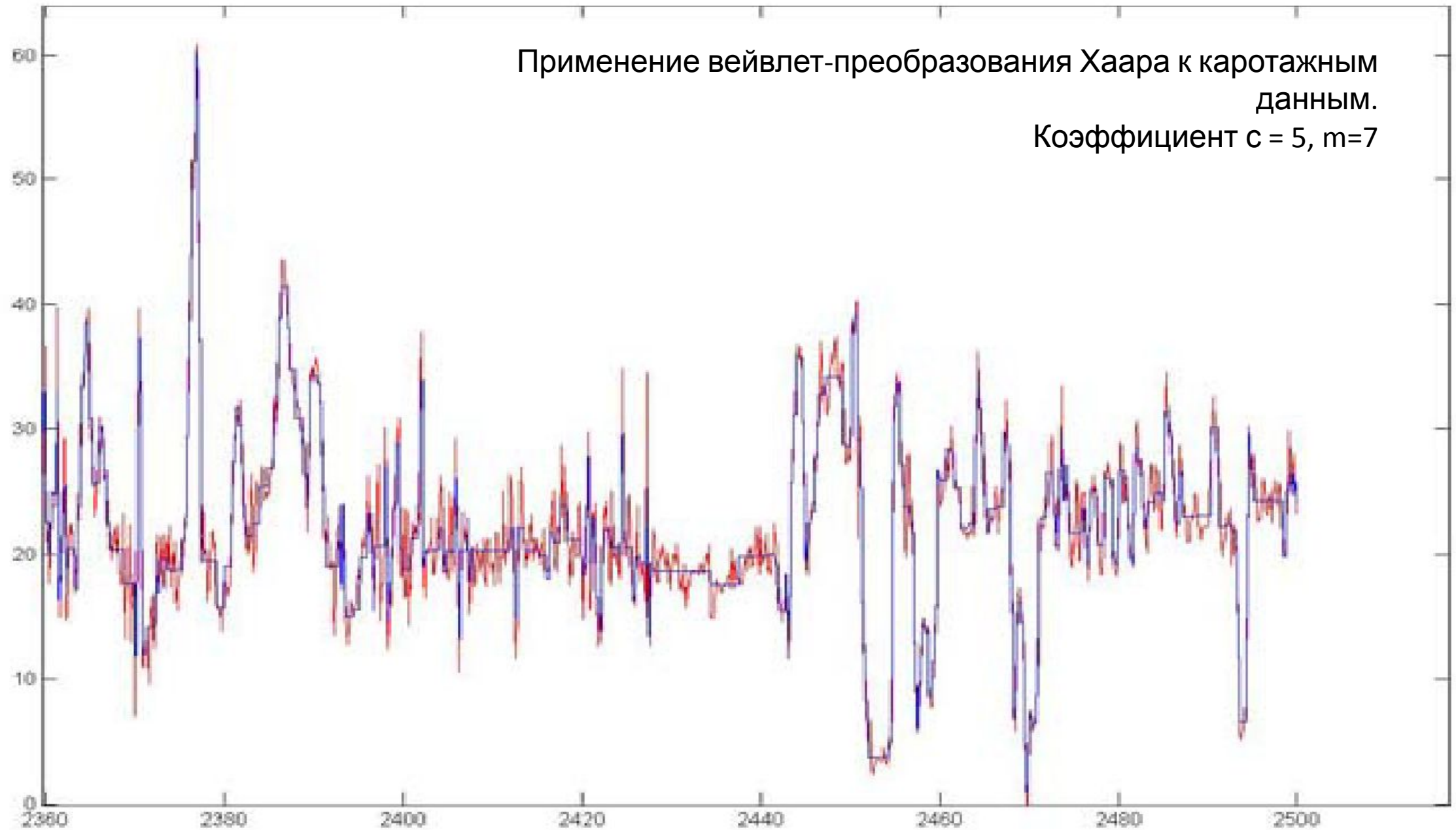
$$f_0'(x) = \sum_{i=0}^{N/2^m} c_{m,i} \phi_i(x) + \sum_{i=0}^{N/2^m} d_{m,i}' \psi_{m,i} + \sum_{i=0}^{N/2^{m-1}} d_{m-1,i}' \psi_{m-1,i} + \dots + \sum_{i=0}^{N/2} d_{1,i}' \psi_{1,i} .$$

# Применение к задаче выделения пластов

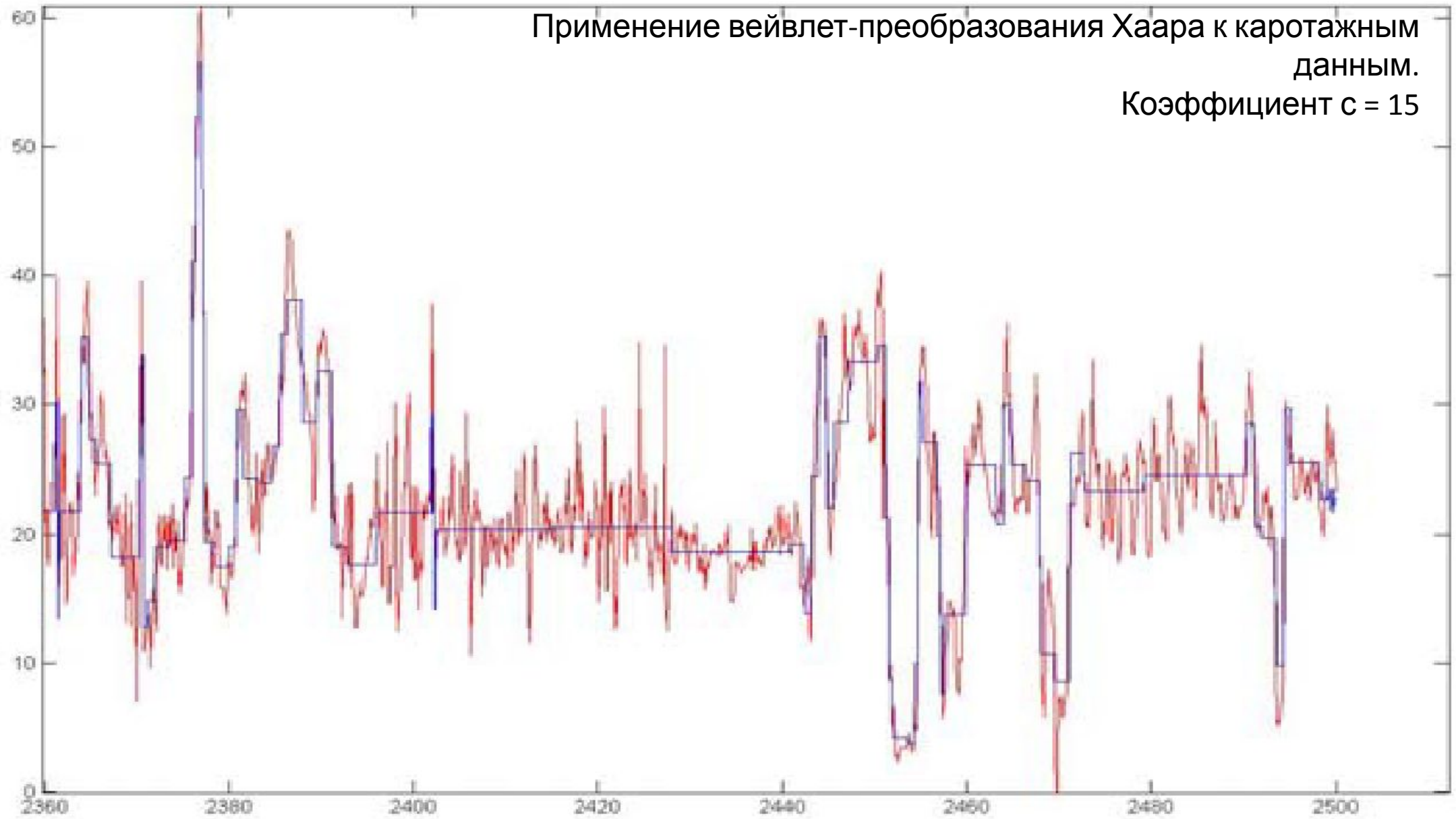
- $f_0$  — функция геофизического сигнала
- $f_0'$  - преобразование, полученное с помощью трешолдинга коэффициентов
- Границы пластов  $r_i$  положим равными границам «ступенек», то есть точкам  $f_0'$ , соседние значения которых различны

Это решение обеспечивает выполнение критериев для пластов, для заданной точности  $\varepsilon$   $c \geq \frac{\varepsilon}{m}$

Применение вейвлет-преобразования Хаара к каротажным  
данным.  
Коэффициент  $s = 5$ ,  $m = 7$



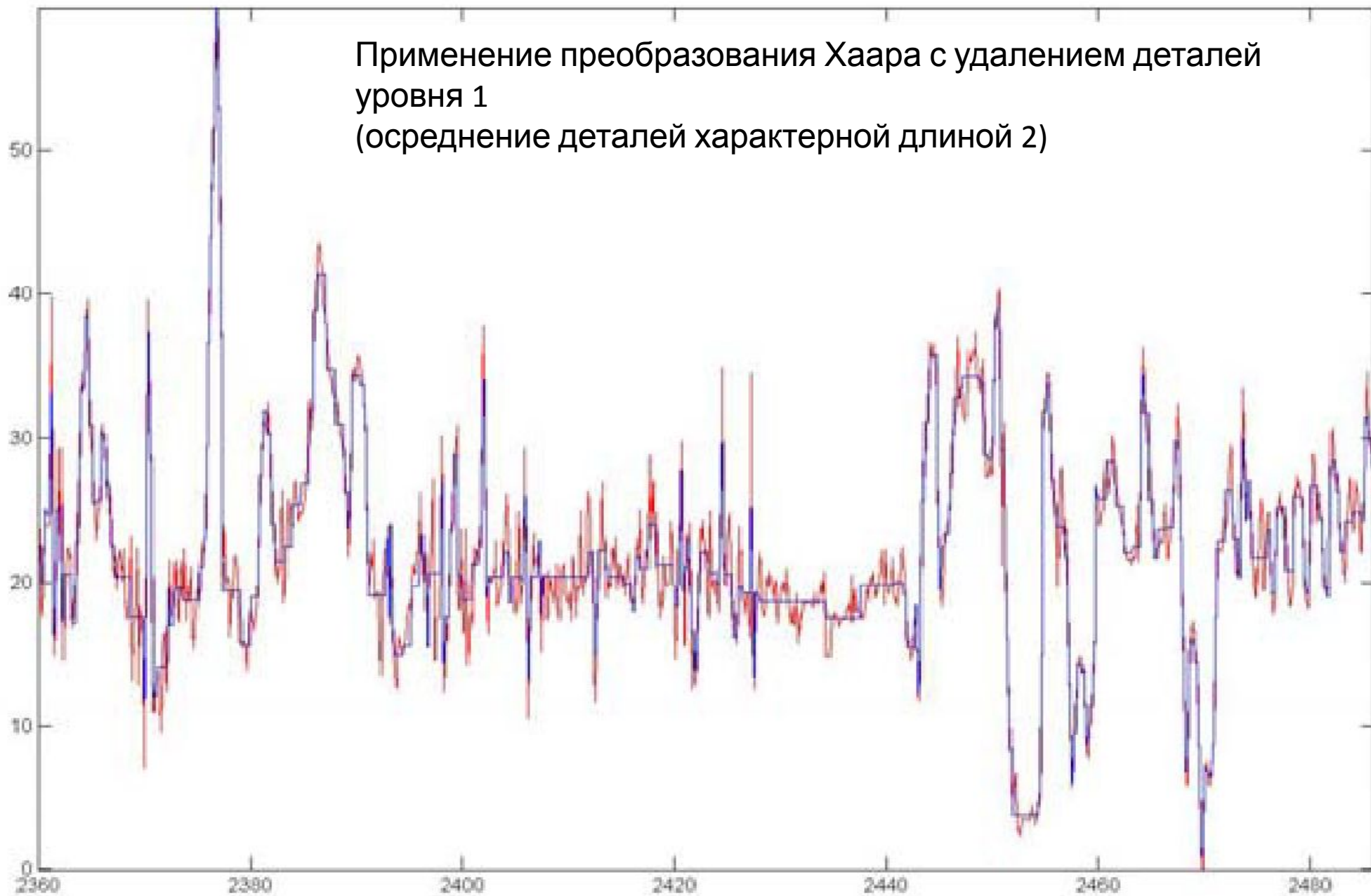
Применение вейвлет-преобразования Хаара к каротажным  
данным.  
Коэффициент  $s = 15$



$$f_0'(x) = \sum_{i=0}^{N/2^m} c_{m,i} \phi_i(x) + \sum_{i=0}^{N/2^m} d_{m,i} \psi_{m,i} + \sum_{i=0}^{N/2^{m-1}} d_{m-1,i} \psi_{m-1,i} + \dots + \sum_{i=0}^{N/2} d_{1,i} \psi_{1,i}$$

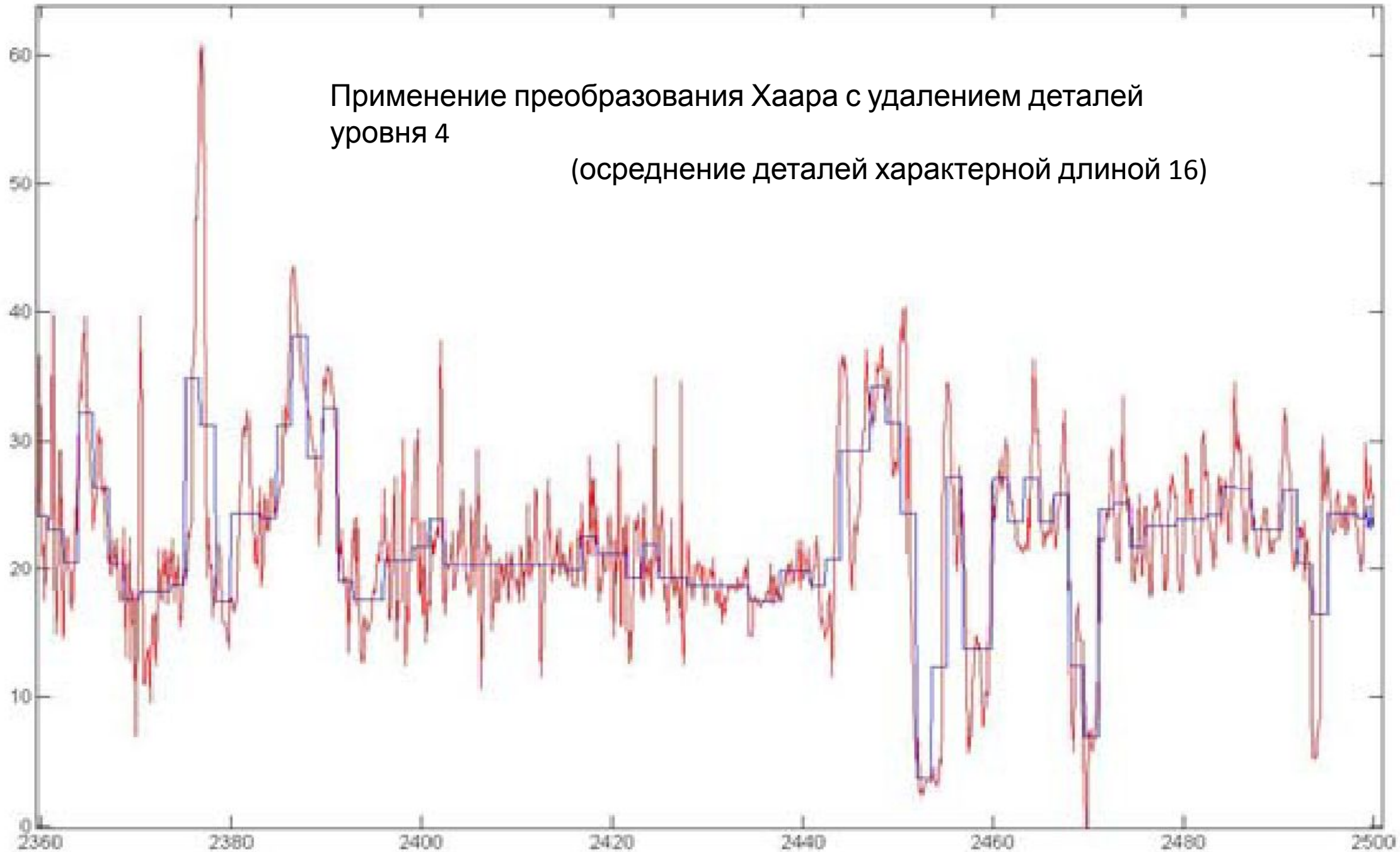
Подвергнем коэффициент  $d_{k,i}$  дополнительному преобразованию, которое зануляет все коэффициенты с индексами  $k$  меньше фиксированного значения  $l$ . В таком случае происходит удаление всех деталей, характерный размер которых менее  $\delta = 2^{l-1}$

Применение преобразования Хаара с удалением деталей  
уровня 1  
(осреднение деталей характерной длиной 2)



Применение преобразования Хаара с удалением деталей  
уровня 4

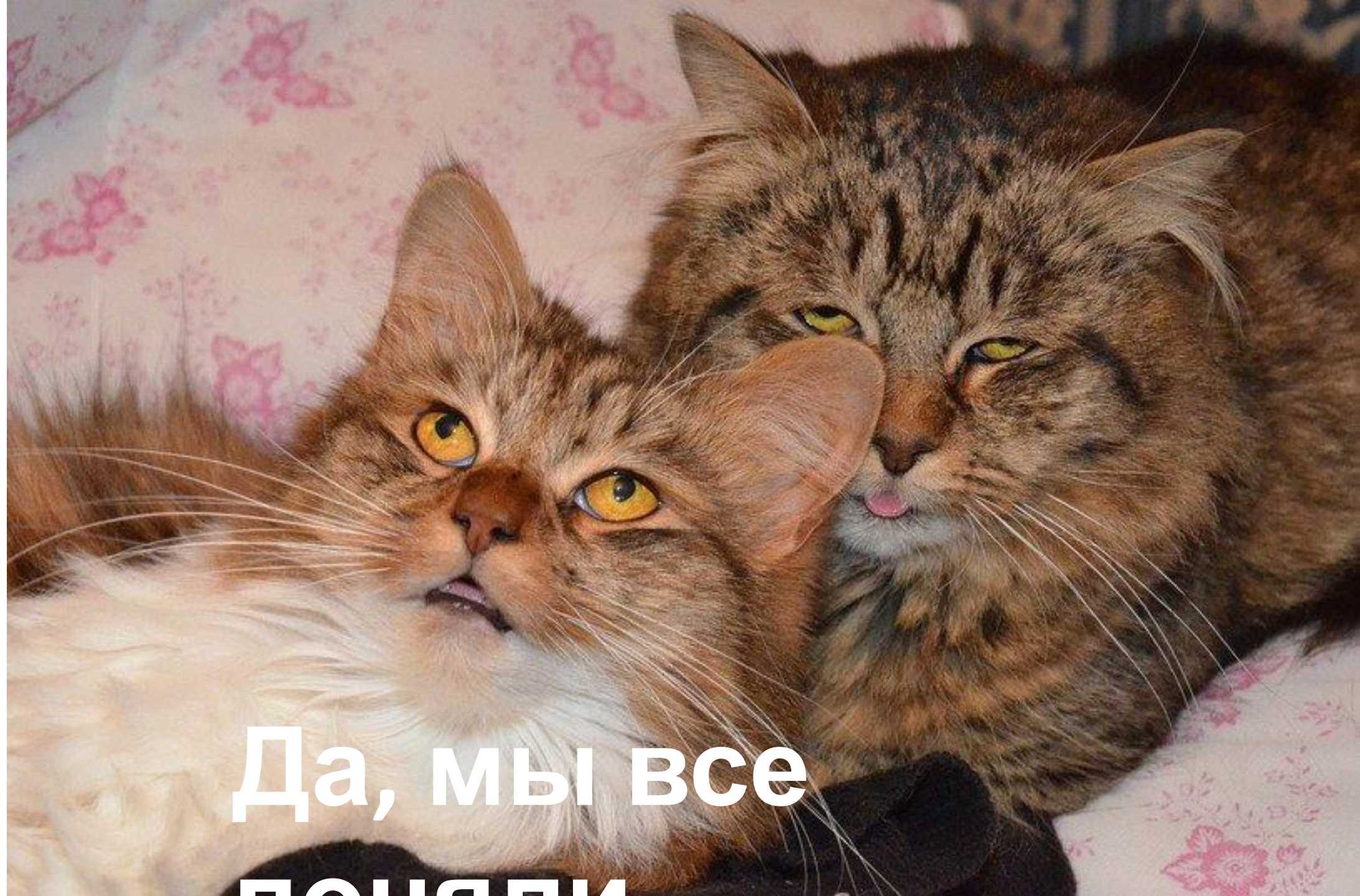
(осреднение деталей характерной длиной 16)



# Выводы

- 1) использование вейвлет-преобразований Хаара в большинстве случаев даёт достоверную картину
- 2) алгоритм, основанный на вейвлет-преобразованиях позволяет более гибко настраивать параметры обработки кривых
- 3) недостатком может являться то, что длина пласта всегда есть число, кратное  $2^k h$ , что вносит некоторую «машинную составляющую» в картину разреза. Однако для работы алгоритмов интерпретации этот фактор не является существенным, либо может быть устранён при доработке алгоритма.





Да, мы все  
поцелуи

# Вопросы

- Основная идея кратномасштабного вейвлет-анализа
- Для решения каких задач в скважинной геофизике можно использовать КМА?
- Что такое трешолдинг коэффициентов?

# Список литературы

- С.С. Крайниковский, «ВЕЙВЛЕТ-ОБРАБОТКА ДАННЫХ В ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ СКВАЖИН»
- Wavelet Analysis and Its Applications, Charles K. Chui, Series Editor