

ВИДЫ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

Средней величиной называется статистический показатель, который дает обобщенную характеристику варьирующего признака однородных единиц совокупности.

Величина средней дает обобщающую количественную характеристику всей совокупности и характеризует ее в отношении данного признака.

- Например, средняя заработная плата дает обобщающую количественную характеристику состояния оплаты труда рассматриваемой совокупности работников.

Важнейшими условиями (принципами) для правильного вычисления и использования средних величин является следующие:

- В каждом конкретном случае необходимо исходить из качественного содержания осредняемого признака, учитывать взаимосвязь изучаемых признаков и имеющиеся для расчета данные.
- Индивидуальные значения, из которых вычисляются средние, должны относиться к однородной совокупности, а число их должно быть значительным.

ВИДЫ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

Средние величины делятся на два больших класса: **степенные средние** и **структурные средние**

□ **Степенные средние:**

- Арифметическая
- Гармоническая
- Геометрическая
- Квадратическая

□ **Структурные средние:**

- Мода
- Медиана

СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ

Самым распространенным видом средней является средняя арифметическая.

СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОСТАЯ

Простая среднеарифметическая величина представляет собой среднее слагаемое, при определении которого общий объем данного признака в совокупности данных поровну распределяется между всеми единицами, входящими в данную совокупность.

Простая средняя арифметическая — Равна отношению суммы индивидуальных значений признака к количеству признаков в совокупности.

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

**Пример . Бригада из 6 рабочих
получает в месяц 3 3,2 3,3 3,5 3,8 3,1
тыс.руб.Найти среднюю заработную плату**
Решение: $(3 + 3,2 + 3,3 + 3,5 + 3,8 + 3,1) / 6 =$
3,32 тыс. руб.

СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ВЗВЕШЕННАЯ

- Взвешенная средняя арифметическая — равна отношению (суммы произведений значения признака к частоте повторения данного признака) к (сумме частот всех признаков). Используется, когда варианты исследуемой совокупности встречаются неодинаковое количество раз

$$x = \sum x_i w_i / \sum w_i$$

- x_i - цена за единицу продукции;
- w_i - количество (объем) продукции;

- Пример . Найти среднюю заработную плату рабочих цеха за месяц.

Зарплата одного рабочего тыс.руб; X	Число рабочих F
3,2	20
3,3	35
3,4	14
4,0	6
Итого:	75

Средняя заработная плата рабочих цеха за месяц находится путем деления общей суммы заработной платы на общее число рабочих:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{64,0 + 115,5 + 47,6 + 24,0}{20 + 35 + 14 + 6} = \frac{251,1}{75}$$

Ответ: 3,35 тыс.руб.

СРЕДНЯЯ ГАРМОНИЧЕСКАЯ

- Средняя гармоническая — используется в тех случаях когда известны индивидуальные значения признака x и произведения $x \cdot f$, а частоты неизвестны.
- Среднегармоническую величину можно определить по формуле:

$$x_{\text{гарм}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i \cdot f_i}{x_i}}$$

□ **Пример. Вычислить среднюю урожайность по трем фермерским хозяйствам.**

Фермерское хозяйство	Урожайность ц/га (x)	Валовый сбор зерновых Ц (z = x*f)
1	18,2	3640
2	20,4	3060
3	23,5	2350
Итого		9050

$$\bar{x}_{\text{зарм}} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{\sum_{i=1}^n x_i} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n x_i} = \frac{3640 + 3060 + 2350}{18,2 + 20,4 + 23,5} = 20,1 \text{ ц/га}$$

СРЕДНЯЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ

- Среднегеометрическая величина дает возможность сохранять в неизменном виде не сумму, а произведение индивидуальных значений данной величины. Ее можно определить по следующей формуле:

$$X_g = \sqrt{x_1 * x_2 * \dots * x_n}$$

Среднегеометрические величины наиболее часто используются при анализе темпов роста экономических показателей.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОСТАЯ

- Для расчетов средней геометрической простой используется формула:

$$\bar{X}_{\text{геом.}} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} = \sqrt[n]{\prod x_i} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}},$$

$$x_1 = \frac{y_1}{y_0}; x_2 = \frac{y_2}{y_1}; \dots x_n = \frac{y_n}{y_{n-1}}.$$

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ВЗВЕШЕННАЯ

- Для определения средней геометрической взвешенной применяется формула:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i}{\sum f_i} \sqrt[(\sum f_i)]{(x_1)^{f_1} (x_2)^{f_2} \dots (x_n)^{f_n}} = \frac{\sum f_i}{\sum f_i} \sqrt[(\sum f_i)]{\prod (x_i)^{f_i}} .$$

СРЕДНЯЯ КВАДРАТИЧЕСКАЯ

- Среднеквадратические величины используются для расчета некоторых показателей, например коэффициент вариации, характеризующего ритмичность выпуска продукции. Здесь определяют среднеквадратическое отклонение от планового выпуска продукции за определенный период по следующей формуле:

$$X_{kvad} = \sqrt{\sum \Delta x^2 / N}$$

-
- Средняя квадратическая простая вычисляется по формуле:

$$\bar{x}_{\text{квадр}} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}$$

$$\text{или } \overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}$$

КВАДРАТИЧЕСКАЯ ВЗВЕШЕННАЯ

- Средняя квадратическая взвешенная равна:

$$\bar{x}_{\text{квдр}} = \sqrt{\frac{x_1^2 f_1 + x_2^2 f_2 + \dots + x_n^2 f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}}$$

$$\text{или } \bar{x}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}.$$

МОДА

- ▣ **Мода** — это наиболее часто встречающийся вариант ряда. Мода применяется, например, при определении размера одежды, обуви, пользующейся наибольшим спросом у покупателей. Модой для дискретного ряда является варианта, обладающая наибольшей частотой. При вычислении моды для интервального вариационного ряда необходимо сначала определить модальный интервал (по максимальной частоте), а затем — значение модальной величины признака по формуле:

$$M_0 = x_0 + n \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})},$$

где:

M_0 — значение моды

x_0 — нижняя граница модального интервала

h — величина интервала

f_m — частота модального интервала

f_{m-1} — частота интервала, предшествующего модальному

f_{m+1} — частота интервала, следующего за модальным

МЕДИАНА

- **Медиана** — это значение признака, которое лежит в основе ранжированного ряда и делит этот ряд на две равные по численности части.

Для определения медианы **в дискретном ряду** при наличии частот Σf_i сначала вычисляют полусумму

$$\frac{\Sigma f_i}{2}$$

частот , а затем определяют, какое значение варианта приходится на нее. (Если отсортированный ряд содержит нечетное число признаков, то номер медианы вычисляют по формуле:

- $M_e = (n_{\text{(число признаков в совокупности)}} + 1)/2,$

- в случае четного числа признаков медиана будет равна средней из двух признаков находящихся в середине ряда).
- При вычислении медианы **для интервального вариационного ряда** сначала определяют медианный интервал, в пределах которого находится медиана, а затем — значение медианы по формуле:

$$M_e = x_0 + h \frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{m-1}}{f_m},$$

где:

- — искомая медиана
- M_e — нижняя граница интервала, который содержит медиану
- x_0 — величина интервала
- h — сумма частот или число членов ряда
- $\sum f_i$ — сумма накопленных частот интервалов, предшествующих медианному
- S_{m-1} частота медианного интервала

f_m