# ВИДЫ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

**Средней величиной** называется статистический показатель, который дает обобщенную характеристику варьирующего признака однородных единиц совокупности.

Величина средней дает обобщающую количественную характеристику всей совокупности и характеризует ее в отношении данного признака.

- Например, средняя заработная плата дает обобщающую количественную характеристику состояния оплаты труда рассматриваемой совокупности работников.

**Важнейшими условиями (принципами) для правильного вычисления и использования средних величин является следующие:**

- В каждом конкретном случае необходимо исходить из качественного содержания осредняемого признака, учитывать взаимосвязь изучаемых признаков и имеющиеся для расчета данные.
- Индивидуальные значения, из которых вычисляются средние, должны относиться к однородной совокупности, а число их должно быть значительным.

# ВИДЫ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

Средние величины делятся на два больших класса: **степенные средние и структурные средние**

- **Степенные средние:**
  - Арифметическая
  - Гармоническая
  - Геометрическая
  - Квадратическая
- **Структурные средние:**
  - Мода
  - Медиана

# СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ

Самым распространенным видом средней является средняя арифметическая.

# СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОСТАЯ

Простая среднеарифметическая величина представляет собой среднее слагаемое, при определении которого общий объем данного признака в совокупности данных поровну распределяется между всеми единицами, входящими в данную совокупность.

**Простая средняя арифметическая** — Равна отношению суммы индивидуальных значений признака к количеству признаков в совокупности.

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

**Пример . Бригада из 6 рабочих получает в месяц 3 3,2 3,3 3,5 3,8 3,1 тыс.руб.**Найти среднюю заработную плату

Решение: (3 + 3,2 + 3,3 +3,5 + 3,8 + 3,1) / 6 = 3,32 тыс. руб.

# СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ВЗВЕШЕННАЯ

- **Взвешенная средняя арифметическая** — равна отношению (суммы произведений значения признака к частоте повторения данного признака) к (сумме частот всех признаков). Используется, когда варианты исследуемой совокупности встречаются неодинаковое количество раз.

$$x = \sum x_i w_i / \sum w_i$$

- $x_i$ - цена за единицу продукции;
- $w_i$ - количество (объем) продукции;

- Пример . Найти среднюю заработную плату рабочих цеха за месяц.

| Заработная плата одного рабочего тыс.руб; X | Число рабочих F |
|---|---|
| 3,2 | 20 |
| 3,3 | 35 |
| 3,4 | 14 |
| 4,0 | 6 |
| Итого: | 75 |

Сред … путем деления общей суммы заработной платы на общее число рабочих:

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}=\frac{x_1 f_1+x_2 f_2+\ldots+x_n f_n}{f_1+f_2+\ldots+f_n}=\frac{64{,}0+115{,}5+47{,}6+24{,}0}{20+35+14+6}=\frac{251{,}1}{75}$$

Ответ: 3,35 тыс.руб.

# Средняя гармоническая

- **Средняя гармоническая** — используется в тех случаях когда известны индивидуальные значения $x$ признака $x * f$ произведение $f$ , а частоты неизвестны.
- Среднегармоническую величину можно определи… …омуле:

$$x_{\text{гарм}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i * f_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i * f_i}{x_i}}$$

# Пример. Вычислить среднюю урожайность по трем фермерским хозяйствам.

| Фермерское хозяйство | Урожайность ц/га (x) | Валовый сбор зерновых Ц (z = x*f) |
|---|---|---|
| 1 | 18,2 | 3640 |
| 2 | 20,4 | 3060 |
| 3 | 23,5 | 2350 |
| Итого | | 9050 |

$$\bar{x}_{гарм} = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{z_i}{x_i}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i f_i}{x_i}} = \frac{3640+3060+2350}{\frac{3640}{18,2}+\frac{3060}{20,4}+\frac{2350}{23,5}} = 20,1 \text{ ц/га}$$

# Средняя геометрическая

- Среднегеометрическая величина дает возможность сохранять в неизменном виде не сумму, а произведение индивидуальных значений данной величины. Ее можно определить по следующей формуле:

$$X_g = \sqrt{x_1 * x_2 * ... * x_n}$$

  Среднегеометрические величины наиболее часто используются при анализе темпов роста экономических показателей.

# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОСТАЯ

- Для расчетов средней геометрической простой используется формула:

$$\overline{X}_{геом.} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \ldots x_n} = \sqrt[n]{\Pi x_i} = \sqrt[m-1]{\frac{y_n}{y_0}},$$

$$x_1 = \frac{y_1}{y_0}; x_2 = \frac{y_2}{y_1}; \ldots\ldots x_n = \frac{y_n}{y_{n-1}}.$$

# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ВЗВЕШЕННАЯ

- Для определения средней геометрической взвешенной применяется формула:

$$\bar{x} = \sqrt[\sum f_i]{(x_1)^{f_1}(x_2)^{f_2}\ldots(x_n)^{f_n}} = \sqrt[\sum f_i]{\Pi(x_i)^{f_i}}.$$

# Средняя квадратическая

- Среднеквадратические величины используются для расчета некоторых показателей, например коэффициент вариации, характеризующего ритмичность выпуска продукции. Здесь определяют среднеквадратическое отклонение от планового выпуска продукции за определенный период по следующей формуле:

$$X_{kvad} = \sqrt{\sum \Delta x * x / N}$$

- Средняя квадратическая простая вычисляется по формуле:

$$\bar{x}_{квадр} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}},$$

$$\text{или } \overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}.$$

# КВАДРАТИЧЕСКАЯ ВЗВЕШЕННАЯ

- Средняя квадратическая взвешенная равна:

$$\bar{x}_{квадр} = \sqrt{\frac{x_1^{\,2} f_1 + x_2^{\,2} f_2 + \ldots + x_n^{\,2} f_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^{\,2} f_i}{\sum f_i}},$$

$$\text{или } \overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}.$$

# МОДА

- **Мода** — это наиболее часто встречающийся вариант ряда. Мода применяется, например, при определении размера одежды, обуви, пользующейся наибольшим спросом у покупателей. Модой для дискретного ряда является варианта, обладающая наибольшей частотой. При вычислении моды для интервального вариационного ряда необходимо сначала определить модальный интервал (по максимальной частоте), а затем — значение модальной величины признака по формуле:

$$M_0 = x_0 + n\frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})};$$

где:

$M_0$ – значение моды

$x_0$ – нижняя граница модального интервала

$h$ — величина интервала

$f_m$ — частота модального интервала

$f_{m-1}$ — частота интервала, предшествующего модальному

$f_{m+1}$ — частота интервала, следующего за модальным

# МЕДИАНА

- **Медиана —** это значение признака, которое лежит в основе ранжированного ряда и делит этот ряд на две равные по численности части.

  Для определения медианы **в дискретном ряду** при наличии частот сначала вычисляют полусумму

  $$\frac{\Sigma f_i}{2}$$

  частот , а затем определяют, какое значение варианта приходится на нее. (Если отсортированный ряд содержит нечетное число признаков, то номер медианы вычисляют по формуле:

- **$M_e = (n_{(\text{число признаков в совокупности})} + 1)/2$,**

- в случае четного числа признаков медиана будет равна средней из двух признаков находящихся в середине ряда).
- При вычислении медианы **для интервального вариационного ряда** сначала определяют медианный интервал, в пределах которого находится медиана, а затем — значение медианы по формуле:

$$M_e = x_0 + h\frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{m-1}}{f_m},$$

где:

- $M_e$ — искомая медиана
- $x_0$ — нижняя граница интервала, который содержит медиану
- $h$ – величина интервала
- $\sum f_i$ — сумма частот или число членов ряда
- $S_{m-1}$ - сумма накопленных частот интервалов, предшествующих медианному
- $f_m$ - частота медианного интервала