

**ВОЕННО–МЕДИЦИНСКАЯ АКАДЕМИЯ**  
**имени С.М. Кирова**  
**Кафедра биологической и медицинской физики**

**ЛЕКЦИЯ № 4**

по дисциплине «Физика, математика»  
на тему: «**Механические колебания и  
волны. Звук. Ультразвук**»

для курсантов и студентов I курса ФПВ,  
ФПиУГВ, спецфакультета

# 1. Уравнение гармонического колебания

- **Колебаниями** называют такие процессы, при которых система с большей или меньшей периодичностью многократно проходит через **положение равновесия**.

# Классификация колебаний.

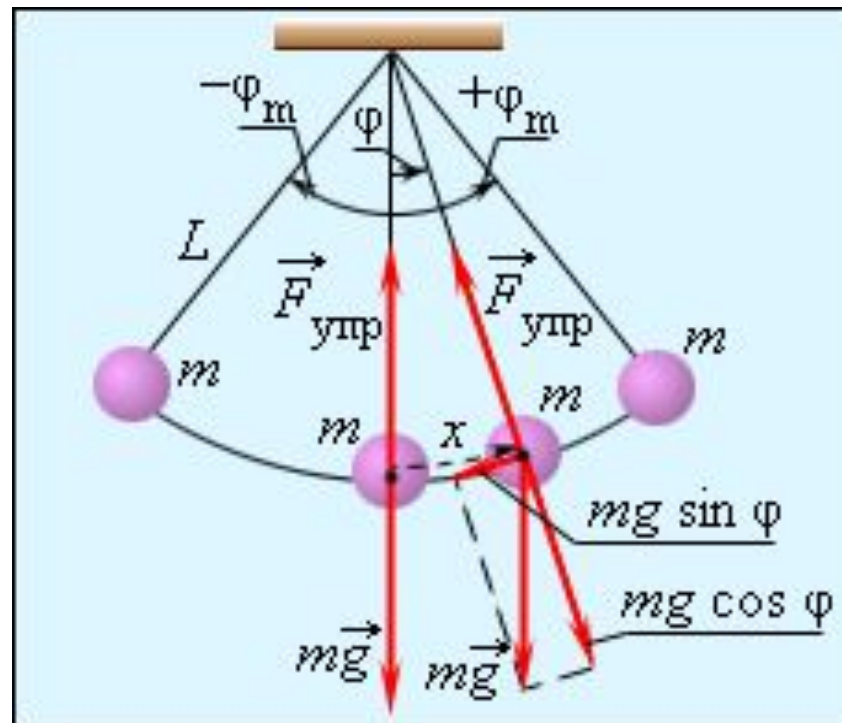
- 1) **По физической природе:** механические, электромагнитные, концентрации, температуры и т.п.
- 2) **По форме:** *простые* (гармонические) и *сложные* (являющиеся суммой простых гармонических колебаний).
- 3) **По степени периодичности:** *периодические* и *аперiodические*.
- 4) **По характеру изменения во времени:** *затухающие* и *незатухающие*.

- 5) **По характеру взаимодействия с окружающей средой:**
- а) **свободные** (однократное поступление энергии в систему извне = **однократное** внешнее воздействие);
- б) **вынужденные** (многократное (периодическое) поступление энергии в систему извне = **периодическое** внешнее воздействие);
- в) **автоколебания** (незатухающие колебания в системе **с обратной связью**, поддерживающиеся за счет имеющейся у системы способности регулировать поступление энергии от **постоянного**, т.е. непериодического внешнего воздействия).

# Условия возникновения колебаний.

- а) Наличие **колебательной системы** (маятник на подвесе, пружинный маятник, колебательный контур и т.п.);
- б) Наличие внешнего **источника энергии**, который способен хотя бы 1 раз вывести систему из положения равновесия;
- в) Возникновение в системе квазиупругой **возвращающей силы** (т.е. силы, пропорциональной смещению);
- г) Наличие в системе **инерции** (инерциального элемента).

- **Математическим маятником** называют тело небольших размеров, подвешенное на тонкой нерастяжимой нити, масса которой пренебрежимо мала по сравнению с массой тела.



- В положении равновесия, когда маятник висит по отвесу, **сила тяжести** уравновешивается **силой натяжения нити**. При отклонении маятника от положения равновесия на некоторый угол  $\varphi$  появляется касательная составляющая силы тяжести

$$F = -mg \sin \varphi.$$



- Знак «минус» в этой формуле означает, что касательная составляющая направлена в сторону, противоположную отклонению маятника. Она является **возвращающей силой**.
- При небольших углах  $\varphi$  (порядка  $15-20^\circ$ ) эта сила пропорциональна смещению маятника, т.е. является **квазиупругой**, а колебания маятника являются **гармоническими**.

- При отклонении маятника он поднимается на определенную высоту, т.е. ему сообщается определенный запас **потенциальной энергии** ( $E_{пот} = mgh$ ).
- При движении маятника к положению равновесия происходит переход потенциальной энергии в **кинетическую** ( $E_{кин} = mV^2/2$ ).
- В момент, когда маятник проходит положение равновесия, потенциальная энергия **равна нулю**, а кинетическая энергия **максимальна**.

- За счет наличия массы  $m$  (масса – физическая величина, определяющая инерционные и гравитационные свойства материи) маятник проходит положение равновесия и отклоняется в противоположном направлении.
- При отсутствии трения в системе колебания маятника будут продолжаться бесконечно долго (свободные незатухающие колебания).

- Уравнение гармонического колебания имеет вид:

$$x(t) = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

- где  $x$  – смещение (отклонение тела от положения равновесия);
- $x_m$  (A) – амплитуда колебаний, то есть модуль максимального смещения,
- $\omega_0$  – циклическая (или круговая) частота колебаний,
- $t$  – время.

- Величина, стоящая под знаком косинуса  $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$  называется **фазой** гармонического колебания.
- Фаза определяет смещение в данный момент времени  $t$ .
- Фазу выражают в угловых единицах (**радианах**).
- При  $t = 0$   $\varphi = \varphi_0$ , поэтому  $\varphi_0$  называют **начальной фазой**.

- Промежуток времени, через который повторяются определенные состояния колебательной системы, называется **периодом колебаний** ( $T$ ).
- Физическая величина, обратная периоду колебаний, называется **частотой колебаний**:

$$\nu = \frac{1}{T}$$

- Частота колебаний  $\nu$  показывает, сколько колебаний совершается за единицу времени.
- Единица измерения частоты – герц (Гц) – одно колебание в секунду.

- Частота колебаний  $\nu$  связана с циклической частотой  $\omega$  и периодом колебаний  $T$  соотношениями:

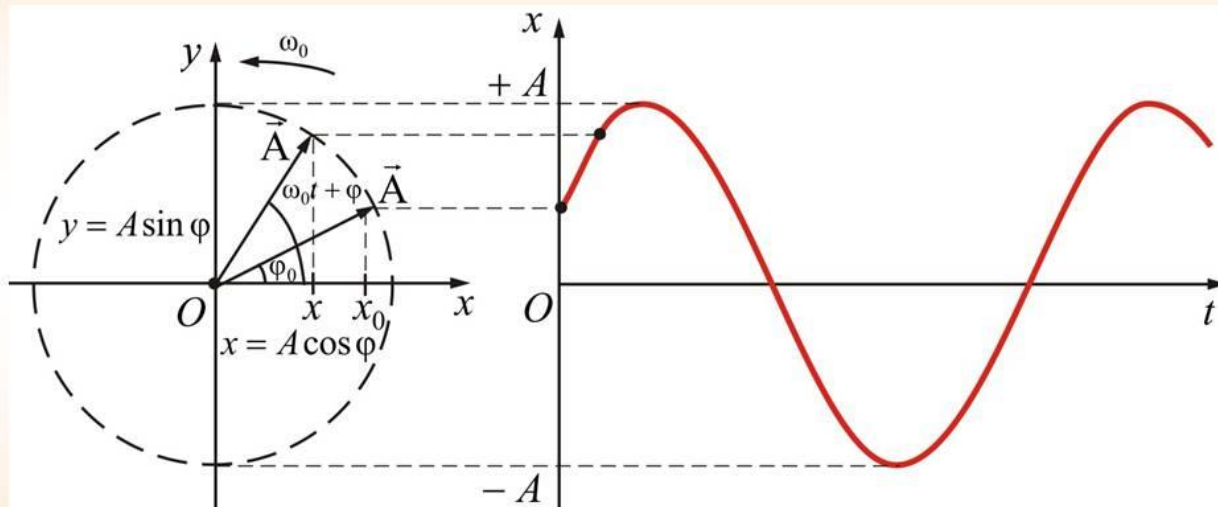
$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

- То есть круговая частота - это число полных колебаний, совершающихся за  $2\pi$  единиц времени.



- Графически гармонические колебания можно изображать в виде зависимости  $x$  от  $t$  и методом **векторных диаграмм**.

Рассмотрим подробнее **геометрический** способ, с помощью вектора амплитуды (*метод векторных диаграмм*).



$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$x_0 = A \cos \varphi_0$$

*Оx – опорная прямая*

- Метод векторных диаграмм позволяет наглядно представить все параметры, входящие в уравнение гармонических колебаний.
- Действительно, если вектор амплитуды  $A$  расположен под углом  $\varphi_0$  к оси  $x$ , то его проекция на ось  $x$  будет равна:  $x = A \cos(\varphi_0)$ . Угол  $\varphi_0$  и есть начальная фаза.

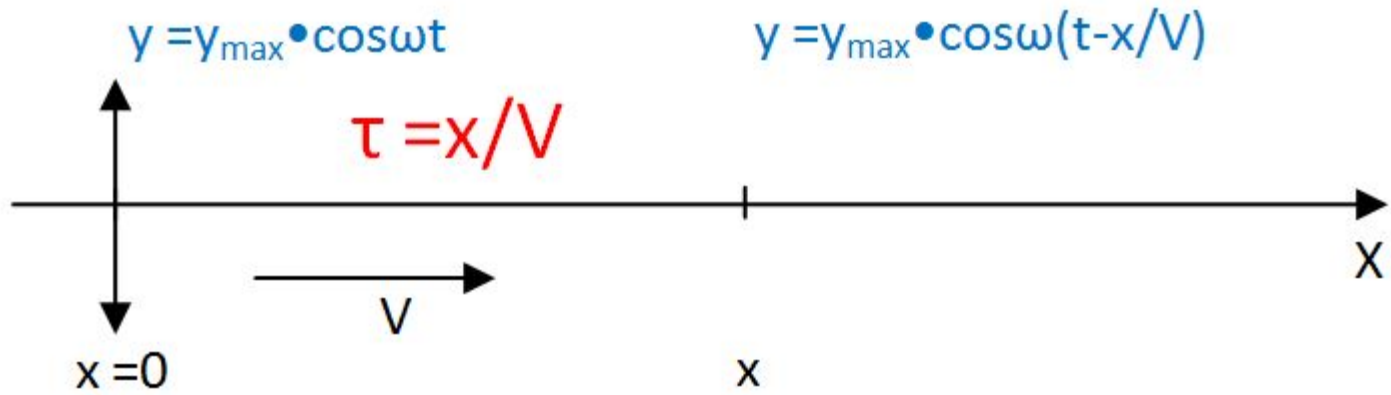
- Если вектор  $A$  привести во вращение с угловой скоростью  $\omega_0$ , равной круговой частоте колебаний, то проекция конца вектора будет перемещаться по оси  $x$  и принимать значения, лежащие в пределах от  $-A$  до  $+A$ , причем координата этой проекции будет меняться со временем по закону:  
 $x(t) = A \cos (\omega_0 t + \varphi)$  .

- Время, за которое вектор амплитуды делает один полный оборот, равно периоду  $T$  гармонических колебаний.
- Число оборотов вектора в секунду равно частоте колебаний  $\nu$ .

## 2. Уравнение волны

- **Волны** – это колебания, **распространяющиеся** в пространстве и **переносящие** с собой энергию.

- Рассмотрим волну, возникающую на поверхности жидкости под воздействием колебаний длинного цилиндрического стержня:  $y(t) = y_{max} \cos \omega t$
- где  $y_{max} = A$  - амплитуда колебаний цилиндра,
- $\omega = 2\pi v$ , где  $v$  - частота колебаний,  $t$  - время.





- Если волна распространяется без затухания, то любая точка поверхности жидкости будет колебаться с той же **амплитудой**, что и стержень, но **фаза колебаний** будет изменяться пропорционально расстоянию от него.
- Это связано с тем, что волна распространяется с конечной скоростью, и в точку, расположенную на расстоянии  $x$  от источника колебаний она придет с временной задержкой  $t = x/v$ .

- Соответственно, фаза колебаний в точке  $x$  будет равна  $\varphi = \omega(t - \tau) = \omega(t - x/v)$ ,
- а **уравнение волны**, позволяющее рассчитать состояние системы в любой момент времени в любой точке пространства имеет вид:

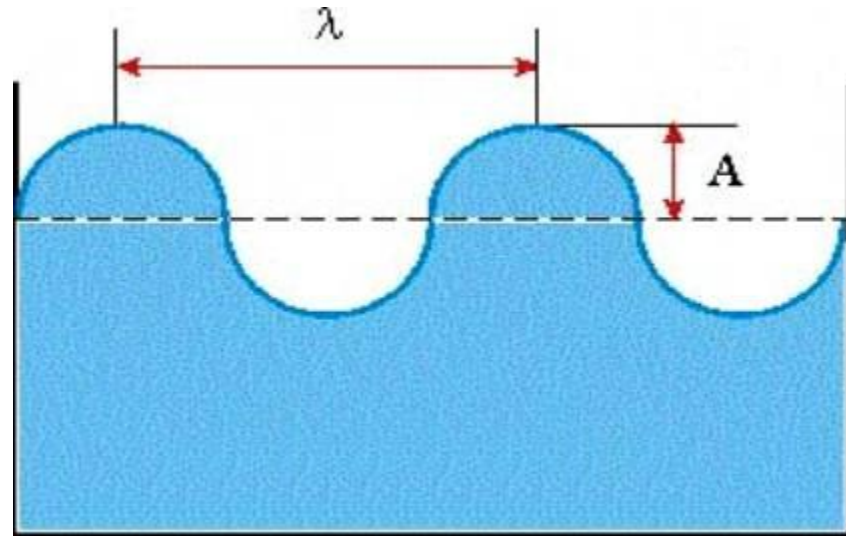
$$y(x,t) = y_{\max} \cos \omega(t - x/v).$$

# Геометрически у волны выделяют следующие элементы:

- **гребень** волны - множество точек волны с максимальным положительным отклонением от состояния равновесия;
- **долина** (ложбина) волны - множество точек волны с наибольшим отрицательным отклонением от состояния равновесия;
- **фронт** волны — множество точек, имеющих в некий фиксированный момент времени одинаковую фазу колебаний.
- В зависимости от формы фронта волны выделяют плоские, сферические, эллиптические и другие волны.

- **Длина волны** соответствует расстоянию между соседними гребнями (долинами) волны.
- С другой стороны, длина волны – есть **расстояние**, которое волна проходит за **один период**. Соответственно,

$$\lambda = VT = V/v.$$



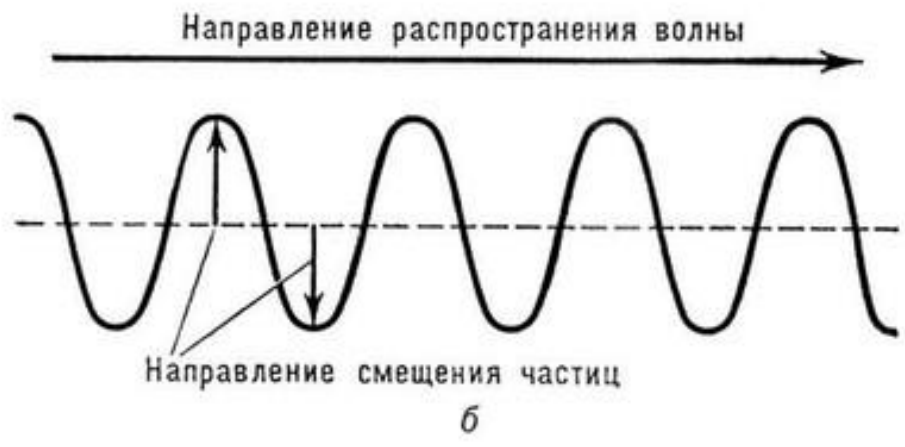
# 3. Основные характеристики звука.

- **Звук** - это **механические** (упругие) колебания, **распространяющиеся** в газах, жидкостях и твердых телах (чаще всего в воздухе), которые **воспринимаются ухом человека**.
- Для человека **границы звукового диапазона** соответствуют частотам примерно **от 16 Гц до 20 000 Гц**.
- Некоторые животные ощущают колебания с частотой менее 16 Гц (**инфразвуки**); другие (летучие мыши, дельфины) – с частотами много выше 20 000 Гц (**ультразвуки**).

- Звуковые волны всегда распространяются в какой-то среде.
- В газах и жидкостях эти волны *продольные*, то есть молекулы среды колеблются вдоль направления распространения волны.

- Эти колебания приводят к тому, что в одних точках возникает сгущение молекул, приводящее к локальному **повышению давления**, а в других точках - разрежение (**понижение давления**).





- Таким образом, звуковая волна – это распространение в воздухе (или в другой среде) **колебаний давления**.
- В простейшем случае эти колебания могут быть гармоническими (в музыке такие колебания называют чистыми тонами).
- Гармоническое звуковое колебание выражается формулой:

$$\Delta p = \Delta p_{max} \cdot \cos \omega(t - x/V)$$

- $\Delta p$  – разность между давлением в данной точке волны и давлением в невозмущённой среде (практически – атмосферным давлением).
- Величину  $\Delta p$  называют *звуковым давлением*.

- Скорость распространения звука в воздухе **340 м/с**.
- Поэтому при частоте **20 Гц** длина волны равна  $\lambda = vT = v/\nu = 340/20 = 17$  м;
- при частоте **20 000 Гц** - в 1000 раз меньше, то есть **17 мм**.
- Как видно, длина звуковых волн сравнима с размерами окружающих нас предметов, поэтому для звука большое значение имеет **дифракция**, то есть звуковые волны огибают встречающиеся на их пути предметы.

- Любая волна **переносит в пространстве энергию.**
- Энергетическими характеристиками звука (как и любой другой волны) являются **поток энергии** и **интенсивность** (плотность потока энергии).

- **Поток энергии** – средняя энергия, переносимая волнами в единицу времени через некоторую поверхность.

$$\Phi = E/t$$

- Усреднение производят за время, значительно превышающее период колебаний.
- Единица измерения потока – **ватт**  
(1 Вт = 1 Дж/с).

- **Интенсивность звука** (как и любой волны) – это физическая величина, равная **энергии**, переносимой волной **через единичную площадку**, перпендикулярную направлению распространения волны, **за единицу времени**.

- Так как энергия, переносимая за единицу времени – это **поток энергии**, то интенсивность – это **плотность потока энергии**, т.е. поток энергии, приходящийся на единицу площади, ориентированной перпендикулярно направлению распространения волн:

$$I = \frac{E}{St} = \frac{\Phi}{S}$$



- Размерность интенсивности =  $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ .
- Интенсивность можно рассчитать по формуле:

$$I = \rho A^2 \omega^2 V / 2$$

- Интенсивность звука связана простым соотношением со звуковым давлением:

$$I = \Delta p_{\max} / (2\rho V),$$

где  $\rho$  – плотность среды,  $V$  – скорость звука.

# Звуковые методы, используемые в диагностике:

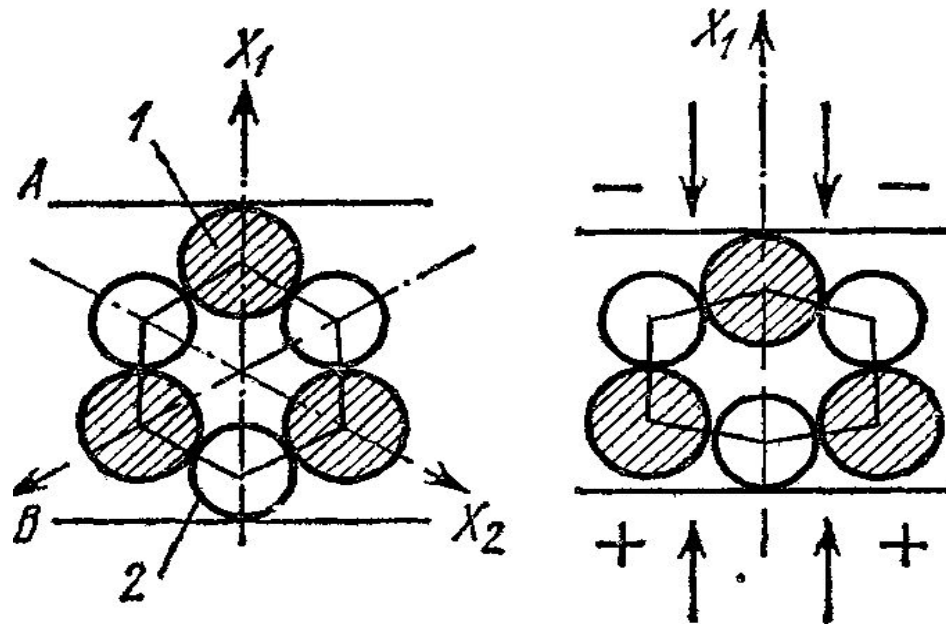
- а) **Аускультация** – выслушивание звуков, возникающих при работе различных органов (сердца, легких, кровеносных сосудов) в норме и патологии с диагностическими целями (с этой целью используют стетоскоп, фонендоскоп, микрофон, магнитофон).
- б) **Фонокардиография** – графическая регистрация тонов и шумов сердца.
- в) **Перкуссия** – прослушивание звучания отдельных частей тела при простукивании. При ударе о поверхность тела возникает звуковая волна. Во внутритканевых полостях возникают резонансные явления, которые изменяют тембр и громкость звучания. Опытный врач по изменению звучания определяет состояние обследуемого органа (воспаление в мягких тканях, наличие жидкости в брюшной полости и т.п.)

## 4. Свойства ультразвука. Ультразвуковые методы исследования

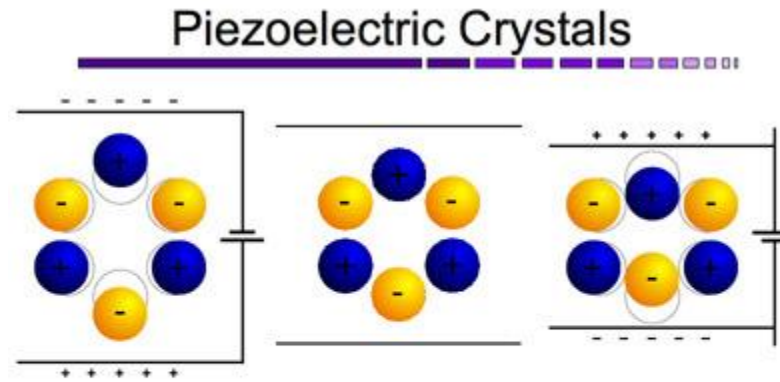
- **Ультразвук** – это механические волны, распространяющиеся в упругих средах и имеющие частоту **свыше 20 кГц** (до  $10^9$  -  $10^{10}$  Гц).

- Для генерирования ультразвука используют ультразвуковые излучатели, основанные на явлении **обратного пьезоэлектрического эффекта** (деформация кристаллов при наложении на них электрического поля).
- Такими свойствами обладают кварц, сегнетова соль, керамика на основе титаната бария.
- Приемник УЗ основан на **прямом пьезоэлектрическом эффекте** (появление разности потенциалов на гранях кристалла при его деформации).

# Прямой пьезоэлектрический эффект



# Обратный пьезоэлектрический эффект



# Свойства ультразвука:

- 1) Ультразвук активно **поглощается воздушной средой**.
- На расстоянии **12 см** интенсивность УЗ-волны в воздухе уменьшается в **10 раз** (**в воде** это расстояние почти **в 3000 раз больше**).

- 2) **Скорость распространения УЗ** зависит как от среды, в которой он распространяется, так и от состояния этой среды (температура, давление, влажность).
- В воздухе скорость распространения УЗ – **330 м/с**, в воде – **1500 м/с**, в костных тканях – около **3370 м/с**.



- 3) Ультразвук **отражается** от границы раздела сред **с разным акустическим сопротивлением** (так, на границе «вода-воздух» отражается более 90% ультразвуковой энергии).
- 4) УЗ-волна обладает достаточно **большой энергией** (механические разрушения, тепловой эффект).
- 5) Распространение ультразвука в газах и жидкостях сопровождается такими явлениями, как осаждение суспензий, коагуляция аэрозолей, **кавитация**.

# Биологические эффекты ультразвука

- 1) Микровибрации на клеточном и субклеточном уровне.
- 2) Разрушение биомакромолекул.
- 3) Перестройка и повреждение биомембран, изменение их проницаемости.
- 4) Тепловой эффект.
- 5) Разрушение клеток и микроорганизмов.

# Медико-биологические приложения ультразвука

- Два направления:
- а) **методы диагностики** (эхоэнцефалография, эхокардиография, ультразвуковая локация);
- б) **методы воздействия** (ультразвуковая физиотерапия, «ультразвуковой скальпель», ультразвуковой остеосинтез, стерилизация, приготовление эмульсий и др.).



