

Вольтерровская модель взаимодействия двух видов с “логистической поправкой” на конкуренцию

Выполнила студентка 3 курса группы 231

Пескова Татьяна Валерьевна

1. Постановка задачи

Основные положения:

- Два вида (караси и карпы) существуют изолированно на ограниченной территории. Среда стационарна и обеспечивает в неограниченном количестве всем необходимым для жизни жертвы. Другой вид – хищник также находится в стационарных условиях, но питается лишь особями первого вида
- В отсутствие хищника жертва развивается по мальтусовскому закону роста. Коэффициент прироста жертвы в отсутствие хищника равен 1
- Хищник питается только жертвой. В отсутствие жертвы он развивается по экспоненциальному закону гибели, при этом коэффициент смертности хищника равен 2
- Поедание жертвы хищником пропорционально численности жертвы и равно 0,01
- Прирост биомассы хищников пропорционален количеству съеденной биомассы жертв и равен 0,2
- Убывание численности карасей и карпов вследствие внутривидовой конкурентной борьбы равны 0,01 и 0,02 соответственно

Требуется отследить динамику изменения численности популяции карпов и карасей при совместном существовании с учетом внутривидовой конкурентной борьбы за 15 лет, при условии, что начальная численность карасей составляет 200 особей, а карпов - 100 особей.

2. Выделение параметров

- t — скорость изменения численности во времени;
- t_0 — начальный момент времени;
- h — шаг интегрирования;
- dx/dt — скорость прироста популяции жертв;
- dy/dt — скорость прироста популяции хищников;
- x — численность популяции жертвы;
- y — численность популяции хищника;
- $x(t_0)$ — численность популяции жертв в начальный момент времени t_0 ;
- $y(t_0)$ — численность популяции хищников в начальный момент времени t_0 ;
- a — коэффициент естественного прироста жертвы;
- b — коэффициент истребления жертвы хищником;
- c — коэффициент естественной смертности хищника;
- d — коэффициент усвоения биомассы жертв хищником;
- α — коэффициент внутривидовой конкуренции жертв;
- β — коэффициент внутривидовой конкуренции хищников

Математическая модель взаимодействия двух видов с "логистической поправкой" на конкуренцию

- Модель Вольтерра:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (a - by - \alpha x) * x; \\ \frac{dy}{dt} = (-c + dx - \beta y) * y. \end{cases}$$

- *Решение системы*

Принимая во внимание $x=x(t_0)$ и $y=y(t_0)$ получим систему, состоящую из двух уравнений:

$$\begin{cases} x(t_0 + h) = x(t_0) + h * x * (a - by - \alpha x) \\ y(t_0 + h) = y(t_0) + h * y * (dx - c - \beta y) \end{cases}$$

4. Расчет на ЭВМ

Таблица 1

Наименование показателя	Караси	Карпы
Начальная численность популяции	200	100
Прирост/Смертность	1	2
Межвидовое взаимодействие	0,01	0,2
Внутривидовое взаимодействие	0,01	0,02

Таблица 2

	А	В	С
4	время	жертва	хищник
5	t	x	y
6	0	200	100
7	0,01	196	135,2
8	0,02	191,468	180,6133
9	0,03	186,259	237,7585
10	0,04	180,224	307,397
11	0,05	173,238	388,8561
12	0,06	165,233	479,3407
146	1,4	15,0253	75,32283
147	1,41	15,0398	74,94735
148	1,42	15,0549	74,58163
149	1,43	15,0705	74,22547
150	1,44	15,0866	73,8787
151	1,45	15,1033	73,54113
152	1,46	15,1204	73,2126
153	1,47	15,1381	72,89292
154	1,48	15,1562	72,58194
155	1,49	15,1748	72,2795
156	1,5	15,1938	71,98545

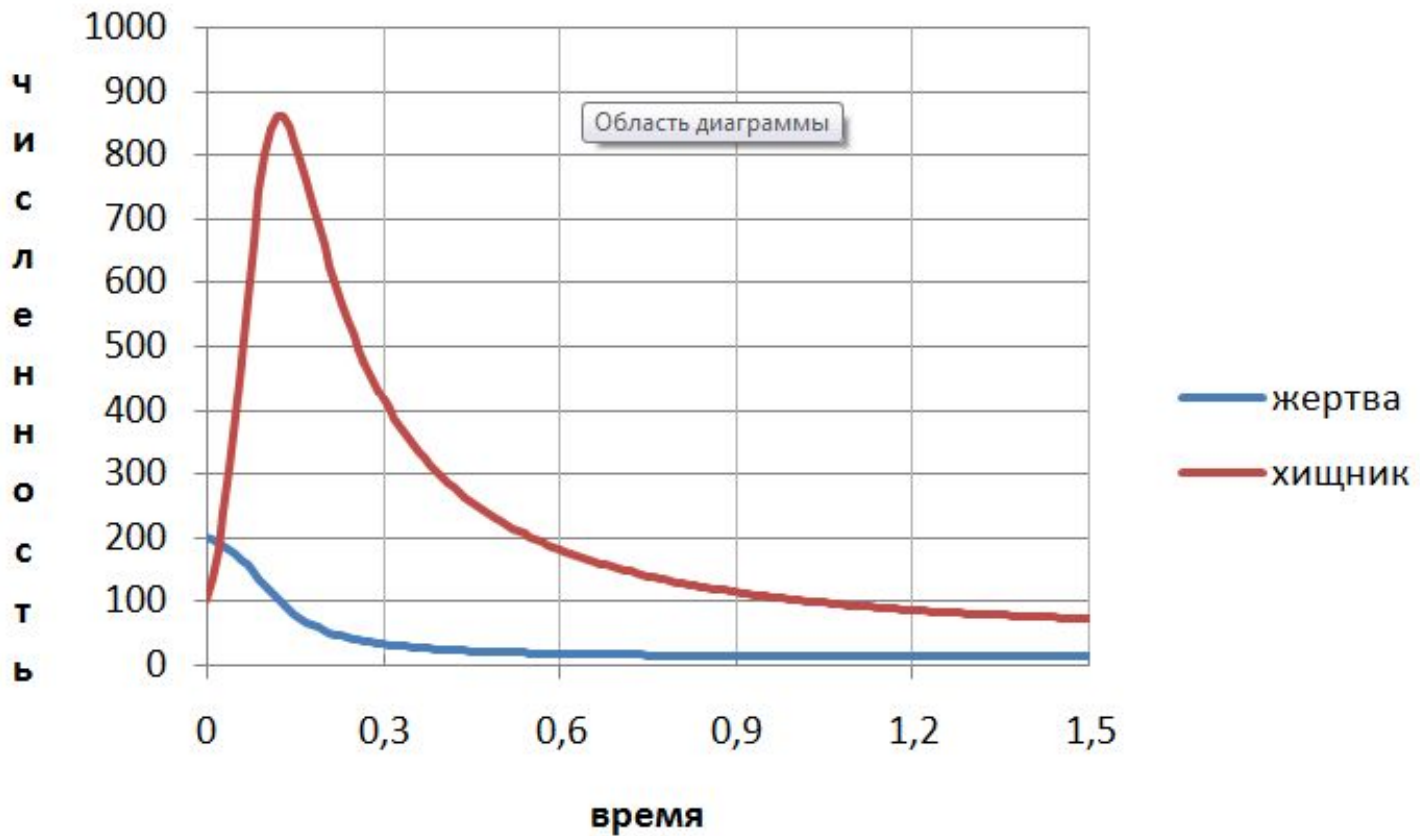
- В ячейку B7 записываем выражение

$$B6 + I\$2 * B6 * (\$B\$2 - \$C\$2 * C6 - \$G\$2 * B6)$$

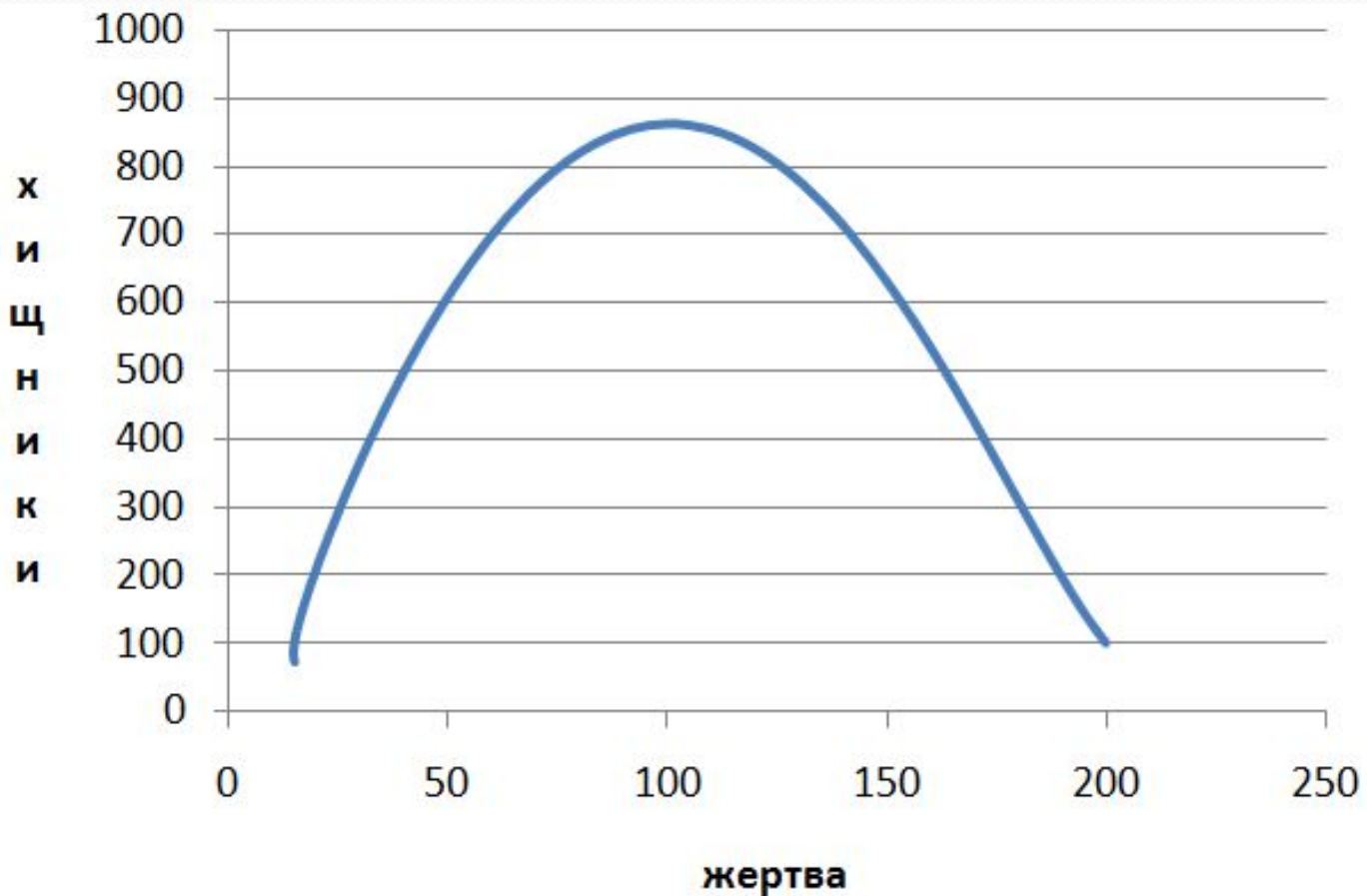
- В ячейку C7

$$C6 + I\$2 * C6 * (\$F\$2 * B7 - \$E\$2 - \$H\$2 * C6)$$

5. Иллюстрация зависимости численности жертвы и хищника от времени



Фазовый портрет системы с "логистической поправкой"





Спасибо

за

внимание)