ВЫЧИСЛИМЫЕ ФУНКЦИИ И ИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ В ТЕОРИИ АЛГОРИТМОВ

КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА СТУДЕНТКИ 5 КУРСА
591 ГРУППЫ
ПРОХОРОВОЙ КСЕНИИ

Вычислимые функции

1. Формализация понятия алгоритма
2. Рекурсивные функции
3. Изучение темы в школе
4. Программный продукт «Вычислимые функции»

Вычислимые функции

- **Цель исследования** –
  - изучение теоретических положений вычислимости функций,
  - исследование рекурсивных функций,
  - разработка элективного курса «Вычислимые функции»,
  - создание программной поддержки элективного курса «Вычислимые функции», которая является демонстрационной и практической составляющей этого курса.

Формализация понятия алгоритма

- Функция с натуральными аргументами и значениями называется **вычислимой**, если существует алгоритм, ее вычисляющий

  (Верещагин Н.К.)

- **Алгоритм** — это процесс последовательного построения величин, идущий в дискретном времени таким образом, что в начальный момент задается исходная конечная система величин, а в каждый следующий момент система величин получается по определенному закону (программе) из системы величин, имевшихся в предыдущий момент времени

  (Мальцев А.И.)

Формализация понятия алгоритма

Классификация алгоритмических моделей:

- Теория вычислимых функций *(Клини, Черч, Гедель)*
- Абстрактные машины *(машины Тьюринга, Поста)*
- Комбинаторные модели *(алгоритмы Маркова)*

Формализация понятия алгоритма

Требования к понятию алгоритма:

- Дискретность
- Детерминированность
- Элементарность шагов
- Направленность алгоритма
- Массовость алгоритма

РЕКУРСИВНЫЕ ФУНКЦИИ

ПРИМИТИВНО-РЕКУРСИВНЫЕ ФУНКЦИИ

Рекурсивные функции

1. Примитивно-рекурсивные
2. Частично-рекурсивные
3. Общерекурсивные

Рекурсивные функции

Базис (элементарные функции):

- Константа *0*
- Функции следования $x' = x + 1$
- Функция выбора $I_m^n(x_1, x_2 \ldots x_n) = x_m$, *где* $1 < m \le n$

Операторы (операции над функциями):

- Оператор суперпозиции S_m^n

$$S_m^n = (h, g_1, \ldots, g_m) = h(g_1(x_1, \ldots, x_n), \ldots, g_m(x_1, \ldots, x_n)) = f(x_1, \ldots, x_n)$$

- Оператор примитивной рекурсии R_n

$$f(x_1, \ldots, x_n, y) = R(g(x_1, \ldots, x_n), h(x_1, \ldots, x_n, y, z))$$

Рекурсивные функции

- Функция называется **примитивно-рекурсивной**, если она может быть получена из *константы 0*, *функции следования* и *функции выбора* с помощью конечного числа применений *операторов суперпозиции и примитивной рекурсии.*

Рекурсивные функции

Ограниченный оператор минимизации:

$$\mu y_{y\le z} P(x_1, \ldots, x_n, y) = \begin{cases} \text{наименьшему } y \le z, \text{ такому, что } P(x_1, \ldots, x_n, y) \text{ истинно, если такое y существует;} \\ z \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

- Ограниченный оператор минимизации *примитивно-рекурсивен!*

Рекурсивные функции

- Функция называется **частично-рекурсивной**, если она может быть построена из простейших функций 0, $x' = x + 1$, I_m^n с помощью конечного числа применений *операторов суперпозиции, примитивной рекурсии* и *μ-оператора*.

- Частично-рекурсивная функция называется **общерекурсивной**, если она всюду определена.

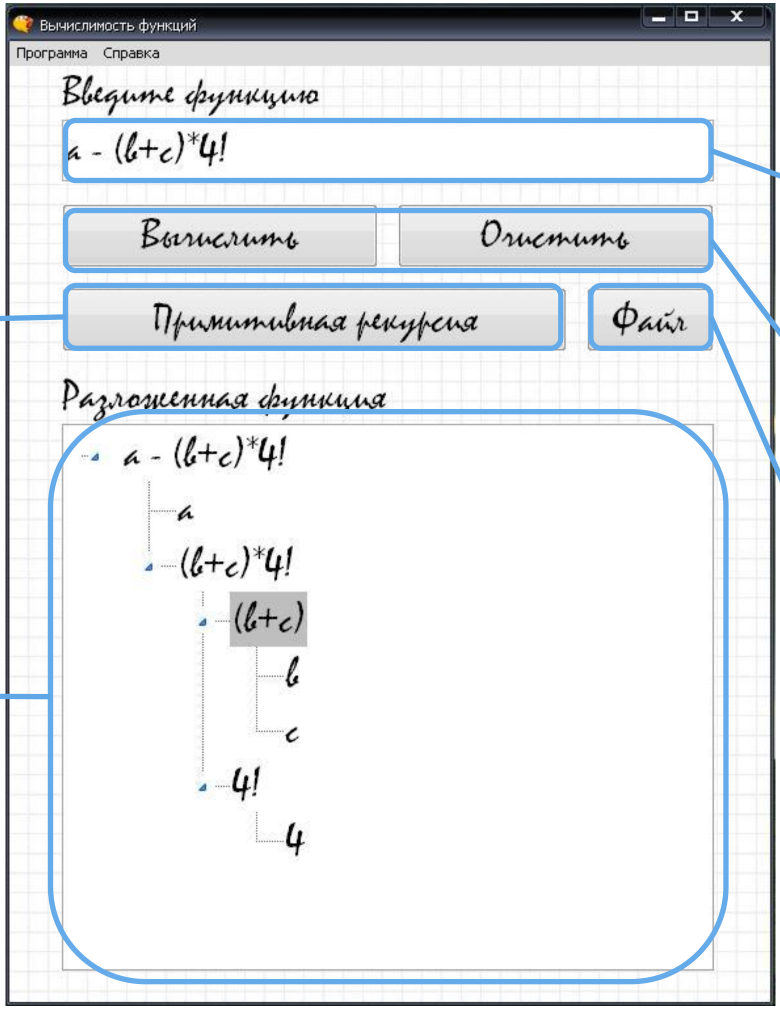
Тематическое планирование курса

№ п/п	Тема	Часы		
		всего	теория	практика
1.	Введение в теорию алгоритмов.	1	1	-
2.	Понятие и свойства алгоритма. Классификация алгоритмических моделей.	1	0,5	0,5
3.	Машина Тьюринга. Вычислимость по Тьюрингу.	2	0,5	1,5
4.	Примитивно-рекурсивные функции. Метод индукции в математике.	3	1	2
5.	Рекурсия в программировании	5	1	4
6.	Вычислимые функции.	3	1	2
7.	Общая, примитивная и частичная рекурсии. Тезис Черча.	2	0,5	1,5
	Всего:	17	5,5	11,5

Программный продукт

Кнопка вызова окна примитивной рекурсии

Дерево разложения функции с учетом приоритетов операций

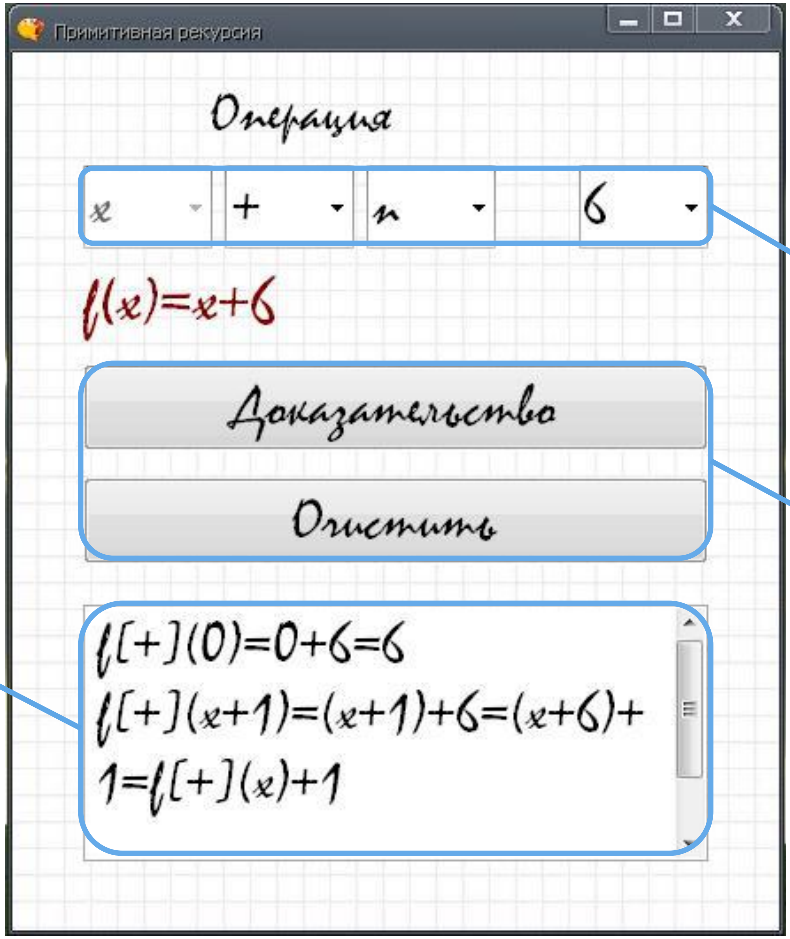


Строка ввода функции

Кнопки для работы с функцией

Чтение строки из файла

Программный продукт



Списки для ввода элементарной функции

Кнопки работы с окном

Доказательство примитивности элементарной функции

Электронное пособие

ВЫЧИСЛИМЫЕ ФУНКЦИИ

- Главная
- Урок 1
- Урок 2
- Урок 3
- Урок 4
- Урок 5
- Урок 6
- Урок 7
- Тест
- Словарь

Итоговый тест

1. "Самый первый" алгоритм - это

- алгоритм аль-Хорезми
- алгоритм Евклида
- формальный алгоритм
- алгоритм Маркова

2. Выделяют следующие свойства алгоритмов:

- дискретность
- правдоподобность
- массовость
- детерменированность
- направленность
- оправданность
- элементарность
- все ответы верны

3. Выберите 3 основные модели формализации понятия "алгоритм":

- теория вычислимых функции
- теория циклических алгоритмов
- нормальные агоритмы
- теория абстрактных машин
- нет верных ответов