



ВЫЧИСЛИМЫЕ ФУНКЦИИ И ИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ В ТЕОРИИ АЛГОРИТМОВ

**КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА СТУДЕНТКИ 5 КУРСА
591 ГРУППЫ
ПРОХОРОВОЙ КСЕНИИ**

Вычислимые функции

1

Формализация понятия
алгоритма

2

Рекурсивные функции

3

Изучение темы в школе

4

Программный продукт
«Вычислимые функции»

Вычислимые функции

❖ Цель исследования –

- изучение теоретических положений вычислимости функций,
- исследование рекурсивных функций,
- разработка элективного курса «Вычислимые функции»,
- создание программной поддержки элективного курса «Вычислимые функции», которая является демонстрационной и практической составляющей этого курса.

Формализация понятия алгоритма

- ❖ Функция с натуральными аргументами и значениями называется **вычислимой**, если существует алгоритм, ее вычисляющий

(Верещагин Н.К.)

- ❖ **Алгоритм** — это процесс последовательного построения величин, идущий в дискретном времени таким образом, что в начальный момент задается исходная конечная система величин, а в каждый следующий момент система величин получается по определенному закону (программе) из системы величин, имевшихся в предыдущий момент времени

(Мальцев А.И.)



Формализация понятия алгоритма

Классификация алгоритмических моделей:

- ❖ Теория вычислимых функций (*Клини, Черч, Гедель*)
- ❖ Абстрактные машины (*машины Тьюринга, Поста*)
- ❖ Комбинаторные модели (*алгоритмы Маркова*)



Формализация понятия алгоритма

Требования к понятию алгоритма:

- ❖ Дискретность
- ❖ Детерминированность
- ❖ Элементарность шагов
- ❖ Направленность алгоритма
- ❖ Массовость алгоритма



РЕКУРСИВНЫЕ ФУНКЦИИ

ПРИМИТИВНО-РЕКУРСИВНЫЕ ФУНКЦИИ

Рекурсивные функции

1

Примитивно-рекурсивные

2

Частично-рекурсивные

3

Общерекурсивные

Рекурсивные функции

Базис (элементарные функции):

- ❖ Константа 0
- ❖ Функции следования $x' = x + 1$
- ❖ Функция выбора $I_m^n(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_m$, где $1 < m \leq n$

Операторы (операции над функциями):

- ❖ Оператор суперпозиции S_m^n
$$S_m^n = (h, g_1, \dots, g_m) = h(g_1(x_1, \dots, x_n), \dots, g_m(x_1, \dots, x_n)) = f(x_1, \dots, x_n)$$
- ❖ Оператор примитивной рекурсии R_n
$$f(x_1, \dots, x_n, y) = R(g(x_1, \dots, x_n), h(x_1, \dots, x_n, y, z))$$

Рекурсивные функции

- ❖ Функция называется **примитивно-рекурсивной**, если она может быть получена из константы 0 , функции следования и функции выбора с помощью конечного числа применений операторов суперпозиции и примитивной рекурсии.

Рекурсивные функции

Ограниченный оператор минимизации:

$$\mu_{y \leq z} P(x_1, \dots, x_n, y) = \begin{cases} \text{наименьшему } y \leq z, \text{ такому,} \\ \text{что } P(x_1, \dots, x_n, y) \text{ истинно,} \\ \text{если такое } y \text{ существует;} \\ z \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

- ❖ Ограниченный оператор минимизации *примитивно-рекурсивен!*

Рекурсивные функции

- ❖ Функция называется **частично-рекурсивной**, если она может быть построена из простейших функций 0 , $x' = x + 1$, I_m^n с помощью конечного числа применений *операторов суперпозиции*, *примитивной рекурсии* и *μ -оператора*.
- ❖ Частично-рекурсивная функция называется **общерекурсивной**, если она всюду определена.

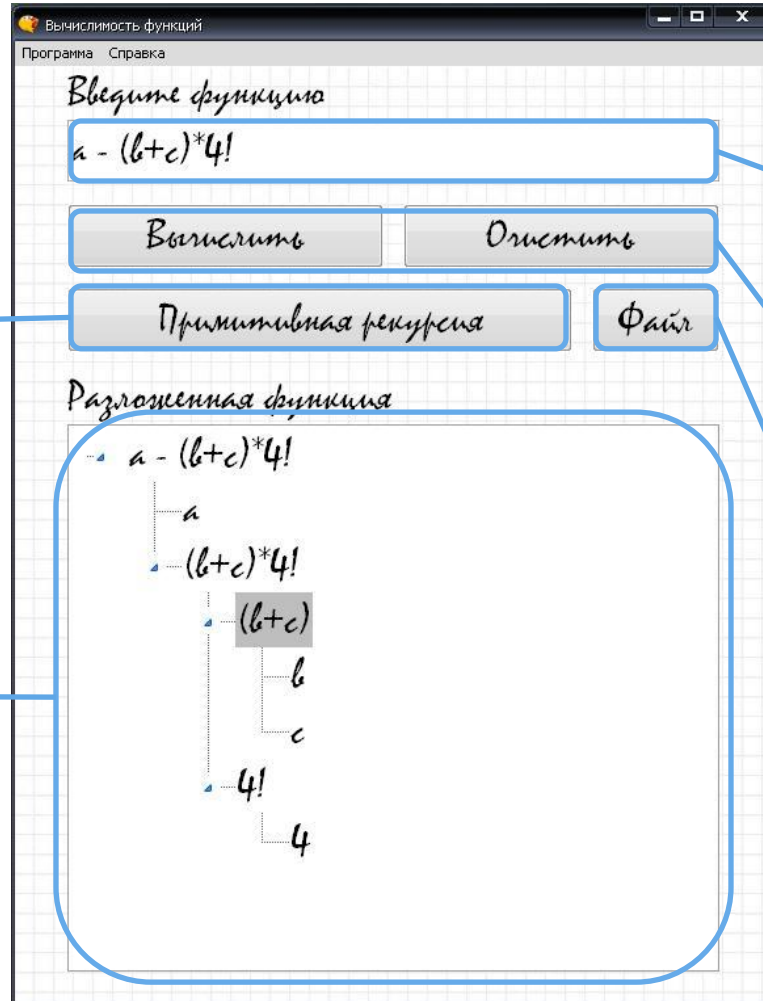
Тематическое планирование курса

№ п/п	Тема	Часы		
		всего	теория	практика
1.	Введение в теорию алгоритмов.	1	1	-
2.	Понятие и свойства алгоритма. Классификация алгоритмических моделей.	1	0,5	0,5
3.	Машина Тьюринга. Вычислимость по Тьюрингу.	2	0,5	1,5
4.	Примитивно-рекурсивные функции. Метод индукции в математике.	3	1	2
5.	Рекурсия в программировании	5	1	4
6.	Вычислимые функции.	3	1	2
7.	Общая, примитивная и частичная рекурсии. Тезис Черча.	2	0,5	1,5
	Всего:	17	5,5	11,5

Программный продукт

Кнопка вызова
окна
примитивной
рекурсии

Дерево
разложения
функции с учетом
приоритетов
операций



Строка ввода
функции

Кнопки для работы
с функцией

Чтение строки
из файла

Программный продукт

Доказательство
примитивности
элементарной
функции

Примитивная рекурсия

Операция

x $+$ n 6

$f(x) = x + 6$

Доказательства

Очистить

$f[+](0) = 0 + 6 = 6$
 $f[+](x+1) = (x+1) + 6 = (x+6) + 1 = f[+](x) + 1$

Списки для ввода
элементарной
функции

Кнопки работы
с окном

Электронное пособие

ВЫЧИСЛИМЫЕ ФУНКЦИИ

Главная

Урок 1

Урок 2

Урок 3

Урок 4

Урок 5

Урок 6

Урок 7

▶ Тест

Словарь

Итоговый тест

1. "Самый первый" алгоритм - это

- алгоритм аль-Хорезми
- алгоритм Евклида
- формальный алгоритм
- алгоритм Маркова
-

2. Выделяют следующие свойства алгоритмов:

- дискретность
- правдоподобность
- массовость
- детерминированность
- направленность
- оправданность
- элементарность
- все ответы верны

3. Выберите 3 основные модели формализации понятия "алгоритм":

- теория вычислимых функций
- теория циклических алгоритмов
- нормальные алгоритмы
- теория абстрактных машин
- нет верных ответов