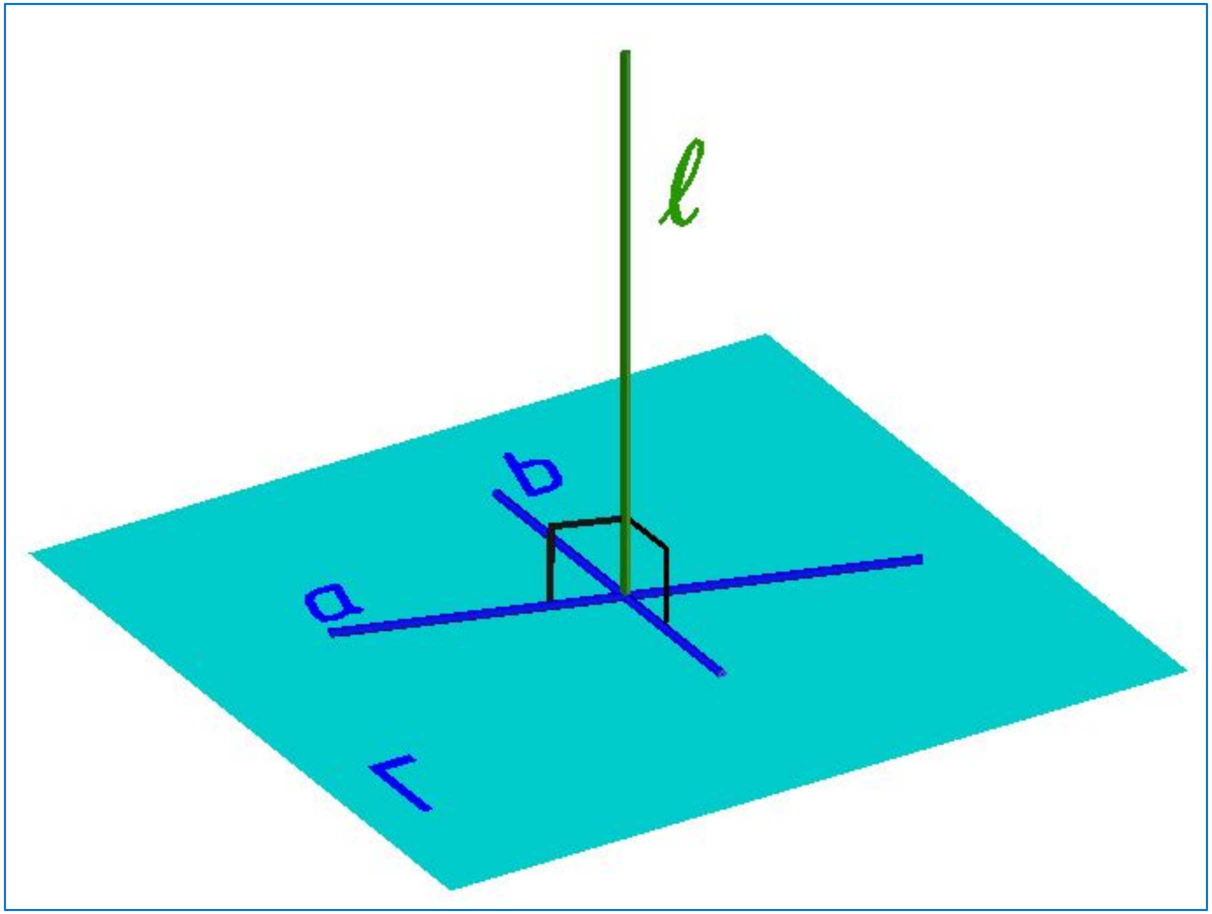
Взаимно перпендикулярные прямые и плоскости

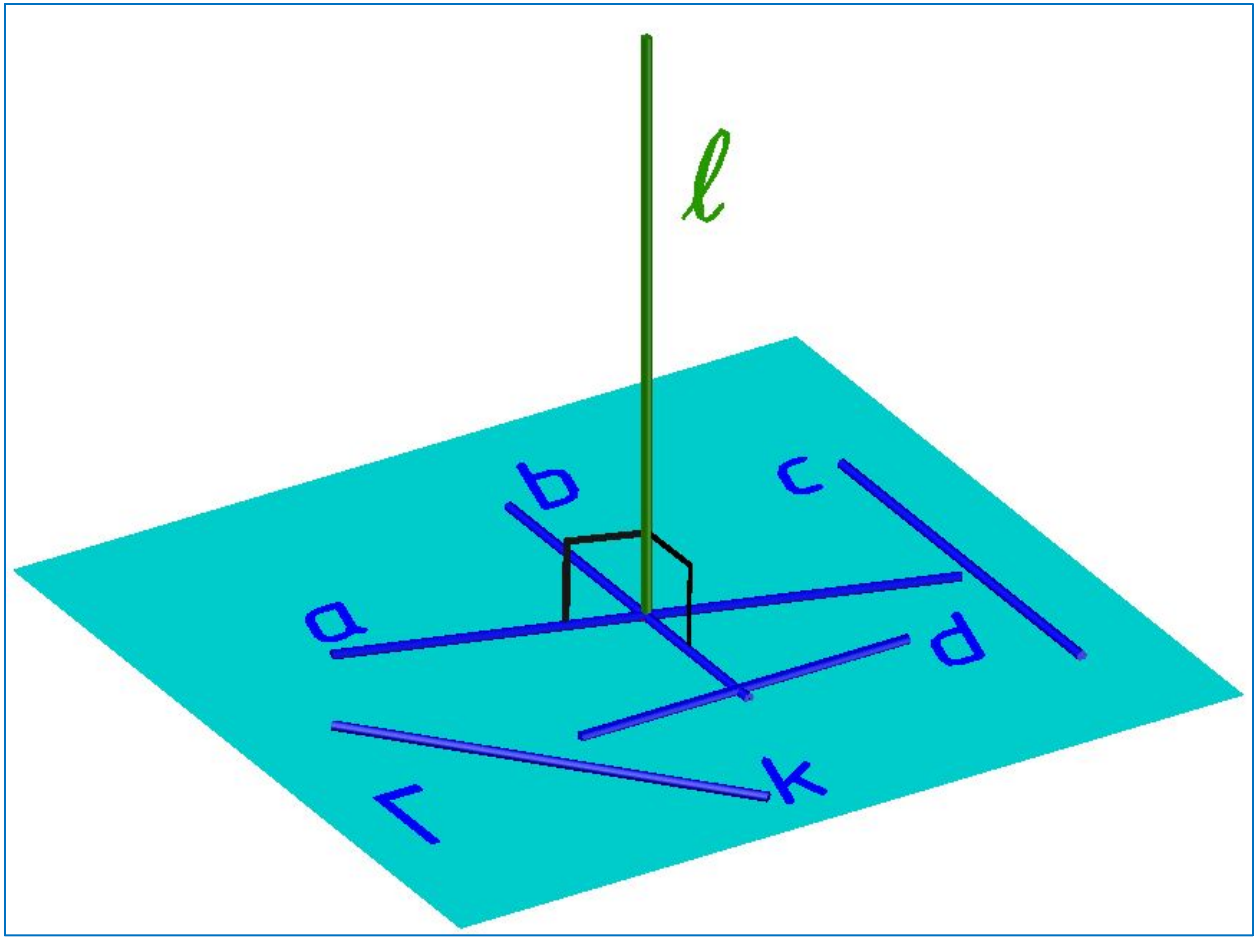
Признаки перпендикулярности

1. Две прямые перпендикулярны, если угол между ними равен 90°
2. Прямая перпендикулярна плоскости если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, принадлежащих плоскости
3. Прямая, перпендикулярная плоскости, перпендикулярна любой прямой, принадлежащей плоскости
4. Если плоскость проходит через перпендикуляр к другой плоскости, то она перпендикулярна этой плоскости

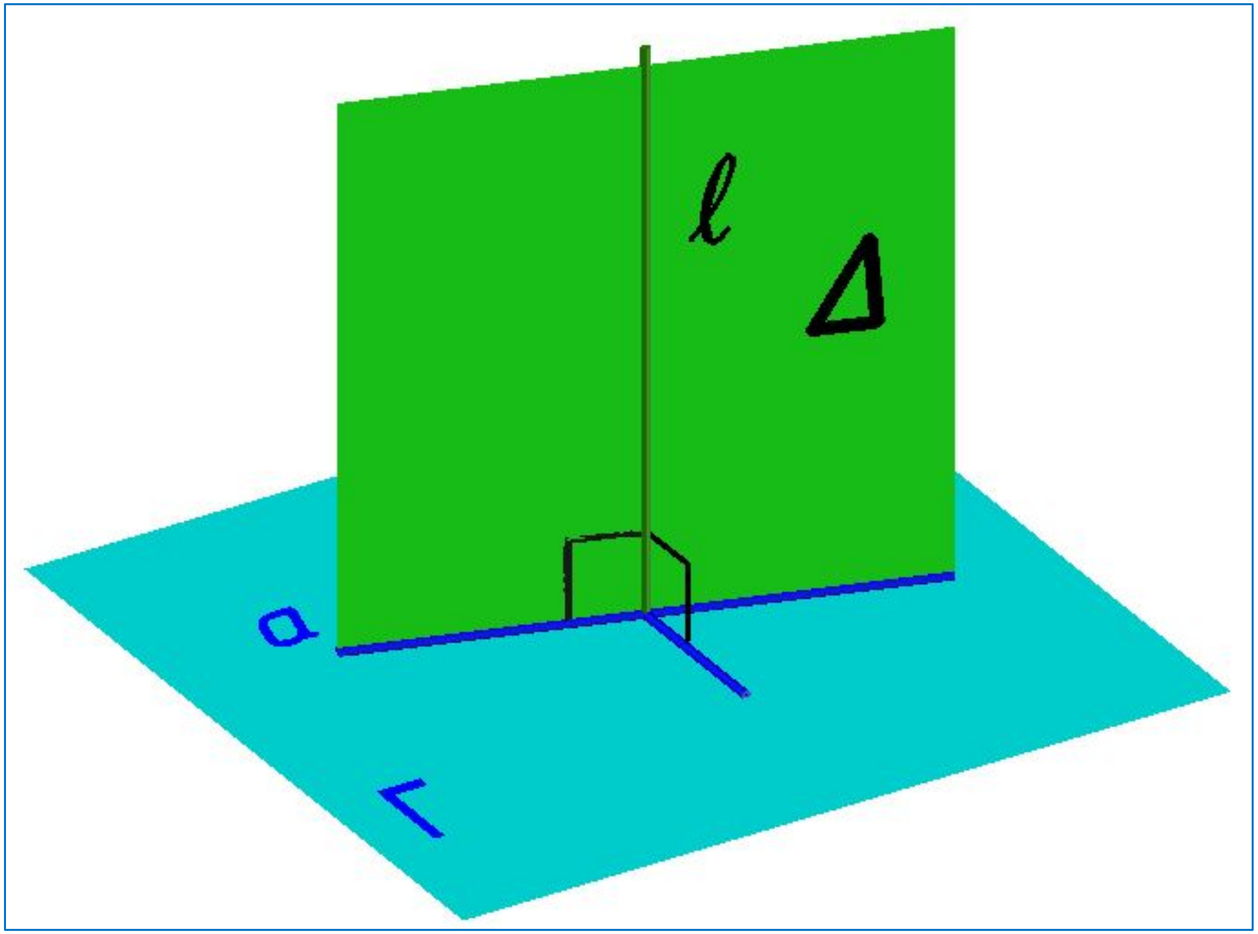
Прямая **l** перпендикулярна плоскости ***Г*** если она перпендикулярна <u>двум пересекающимся прямым (***a***∩***b***)</u>, принадлежащих плоскости



Прямая, перпендикулярная плоскости, перпендикулярна <u>любой </u>прямой (***a***, ***b***, ***c***, ***k***) принадлежащей плоскости ***Г***

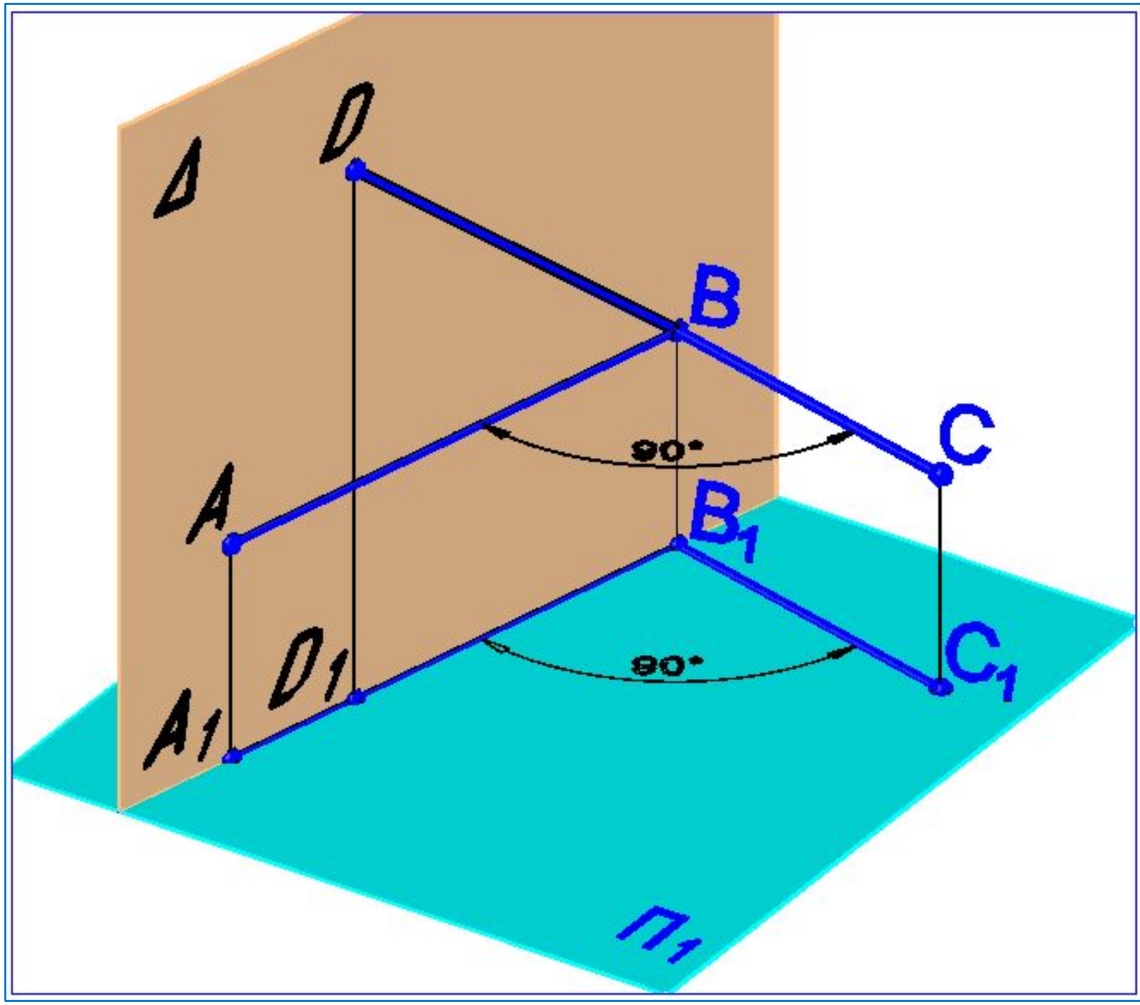


Если плоскость (*Δ*) проходит через перпендикуляр к другой плоскости (**l**), то она перпендикулярна этой плоскости (*Δ*⊥*Г*)



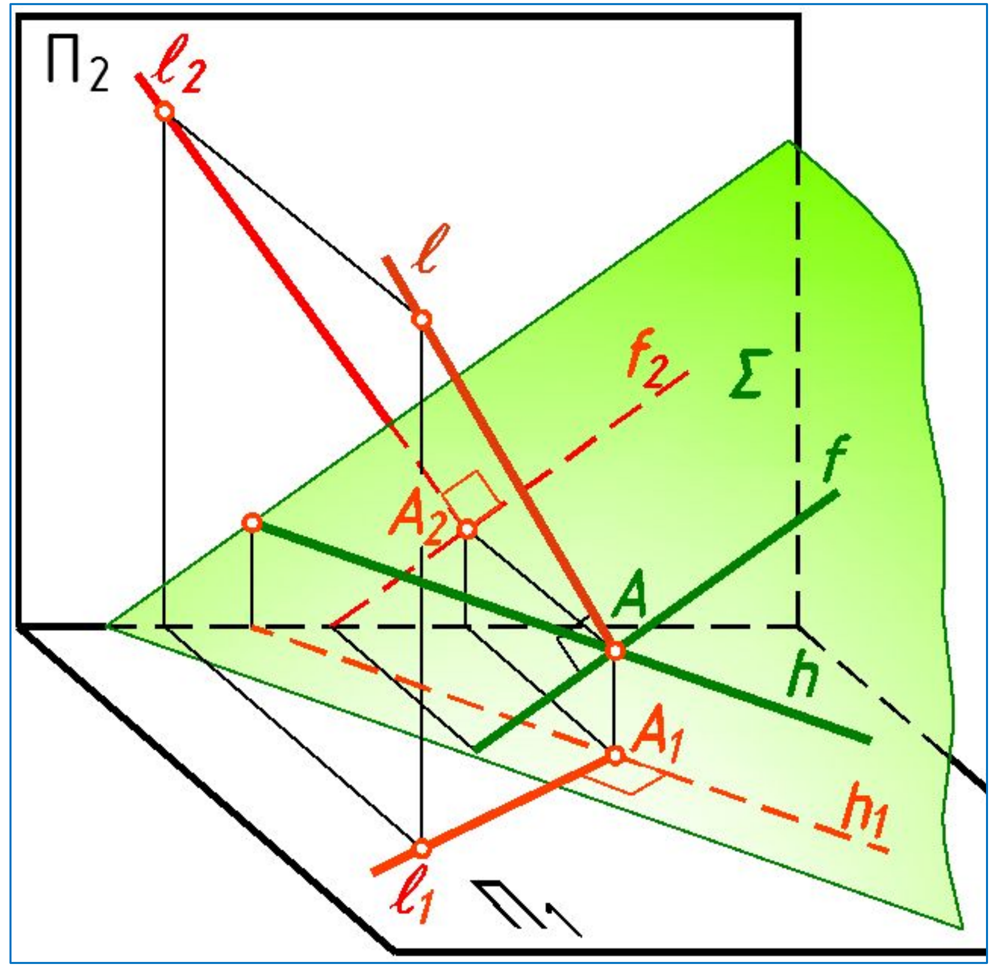
Проекции прямого угла
Теорема №1

Если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а вторая является прямой общего положения, то прямой угол проецируется на эту плоскость проекций без искажения, т. е. в прямой угол



Прямая, перпендикулярная к плоскости общего положения. Теорема №2

Если прямая перпендикулярна к плоскости, то на комплексном чертеже горизонтальная проекция прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция прямой перпендикулярна фронтальной проекции фронтали

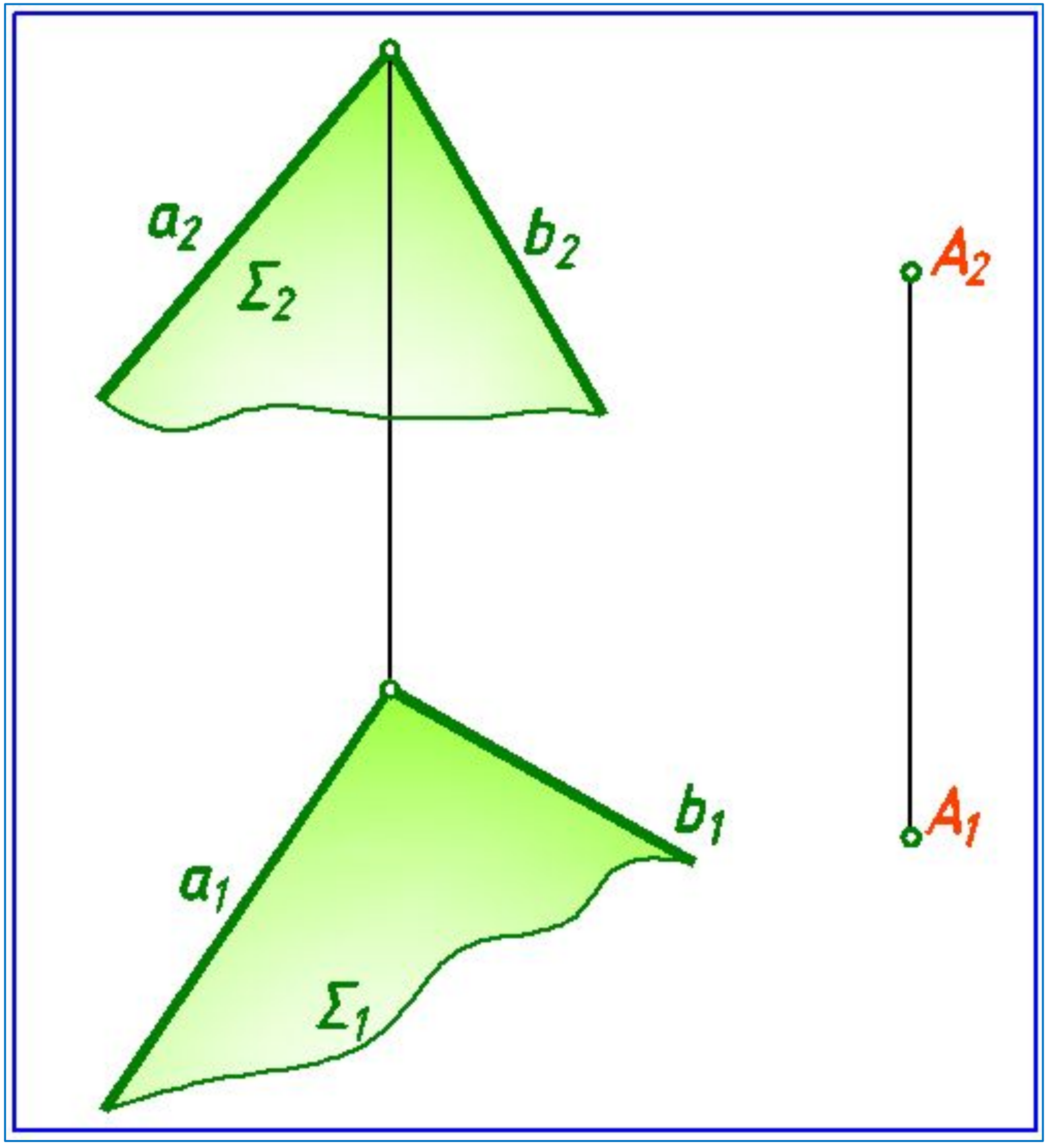


$$l(l_1 l_2) \perp \Sigma(f \cap h) \Rightarrow l_1 \perp h_1 \wedge$$

$$l \perp f$$

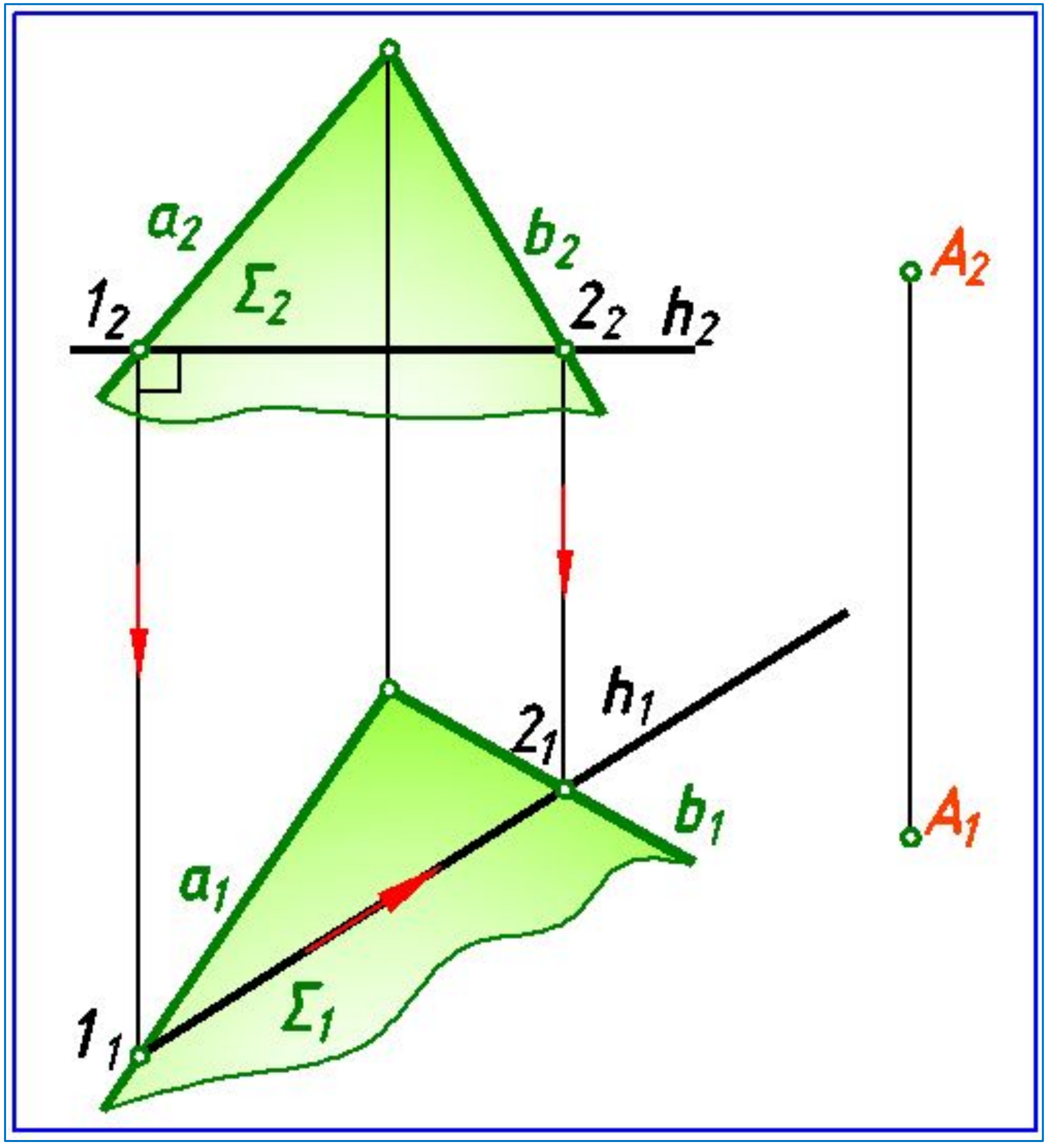
Основные задачи

Задача. Опустить перпендикуляр **l**(l_1 l_2) из точки A на плоскость общего положения ***Σ*** **(*a*∩b)**.



Опустить перпендикуляр $l(l_1\ l_2)$ из точки A на плоскость общего положения $\Sigma(a \cap b)$

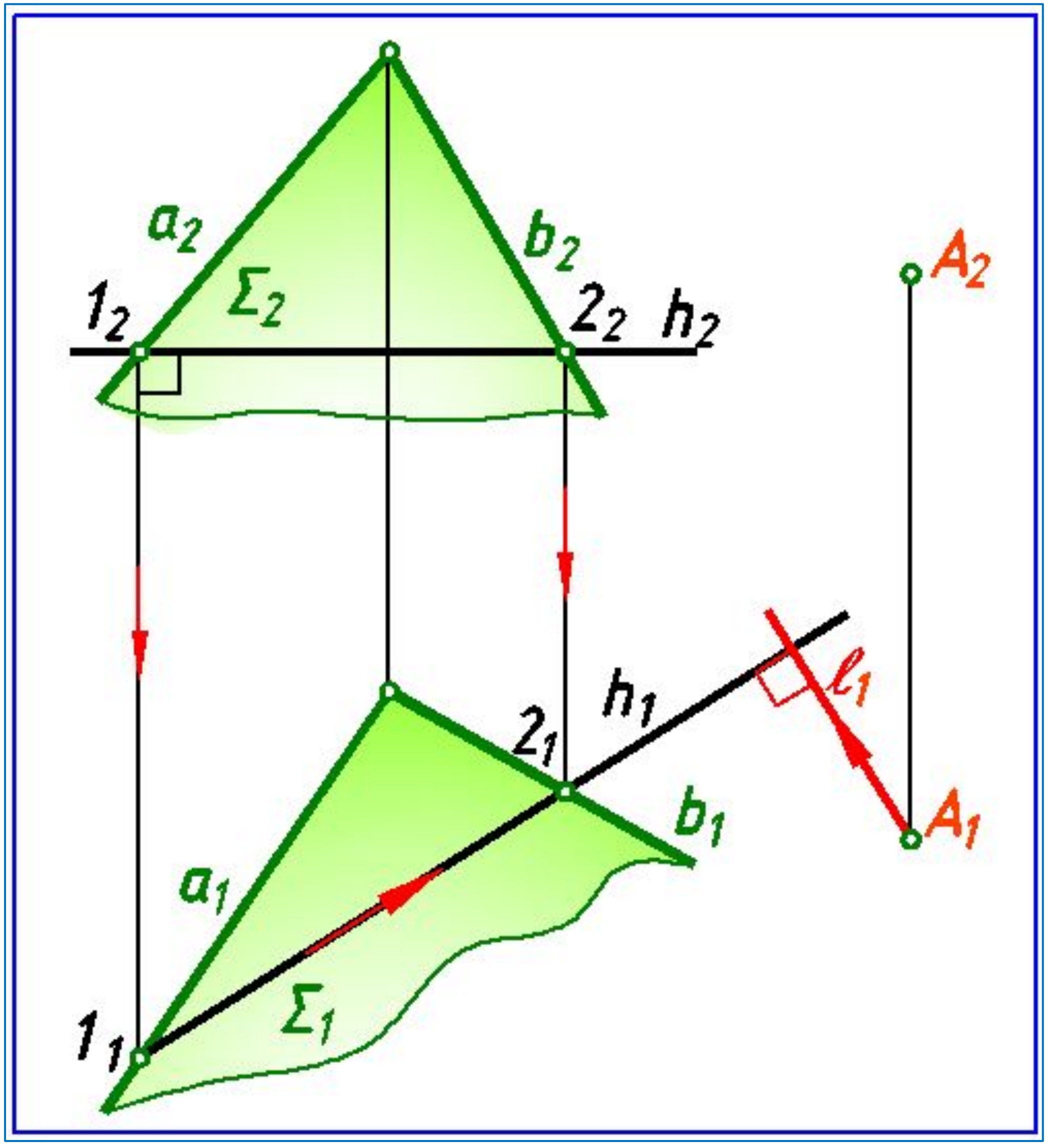
1. В плоскости $\Sigma(a \cap b)$ проводим горизонталь $h(h_1\ h_2)$.



Опустить перпендикуляр $l(l_1\ l_2)$ из точки A на плоскость общего положения $\Sigma(a \cap b)$

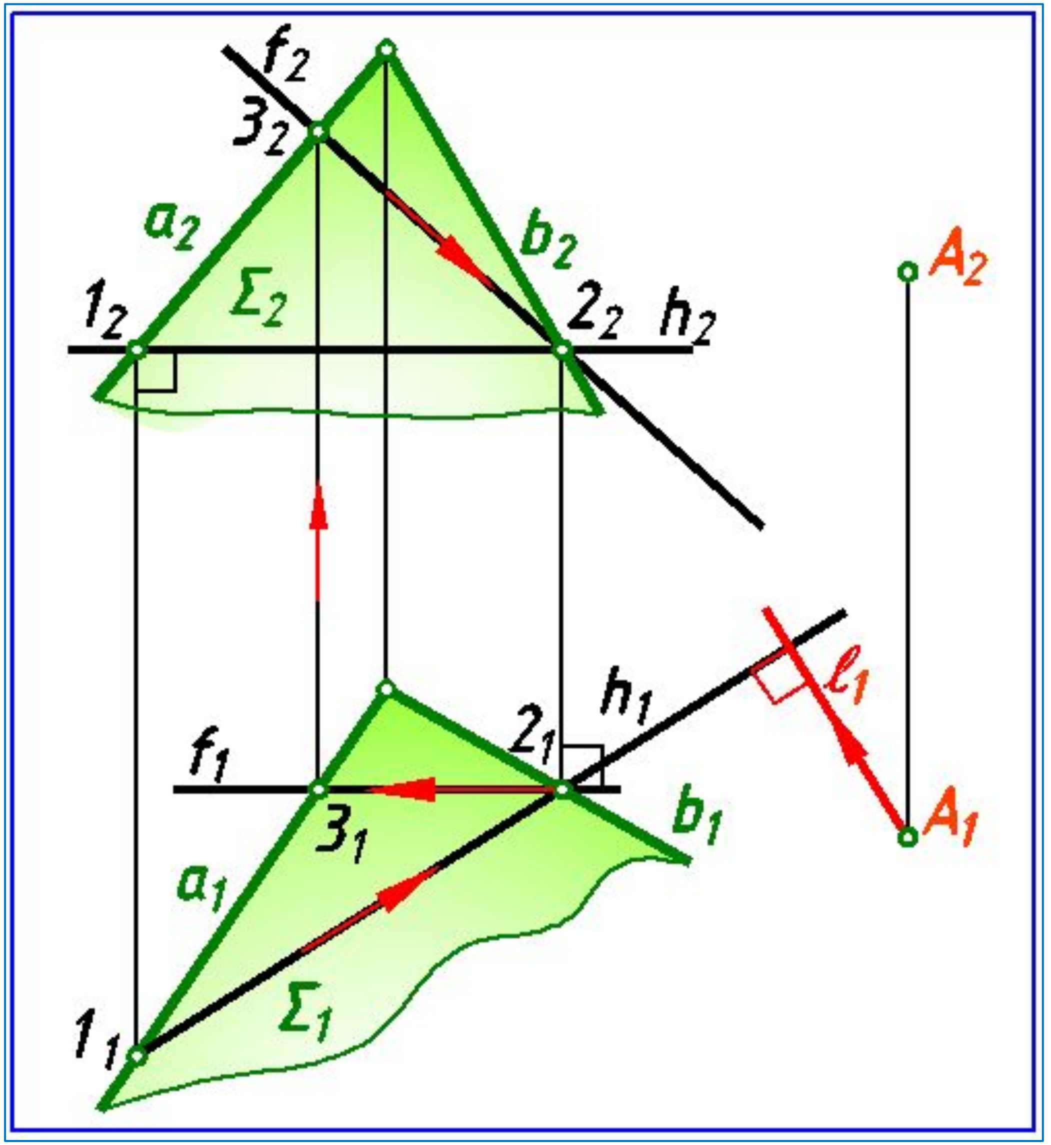
2. Согласно теореме №2 из A_1 проводим горизонтальную проекцию l_1 перпендикуляра l.

$$\boxed{l_1 \perp h_1}$$



Опустить перпендикуляр l(l_1 l_2) из точки A на плоскость общего положения **Σ(a∩b)**

3. В плоскости **Σ(a∩b)** проводим фронталь ***f(f_1 f_2)***.



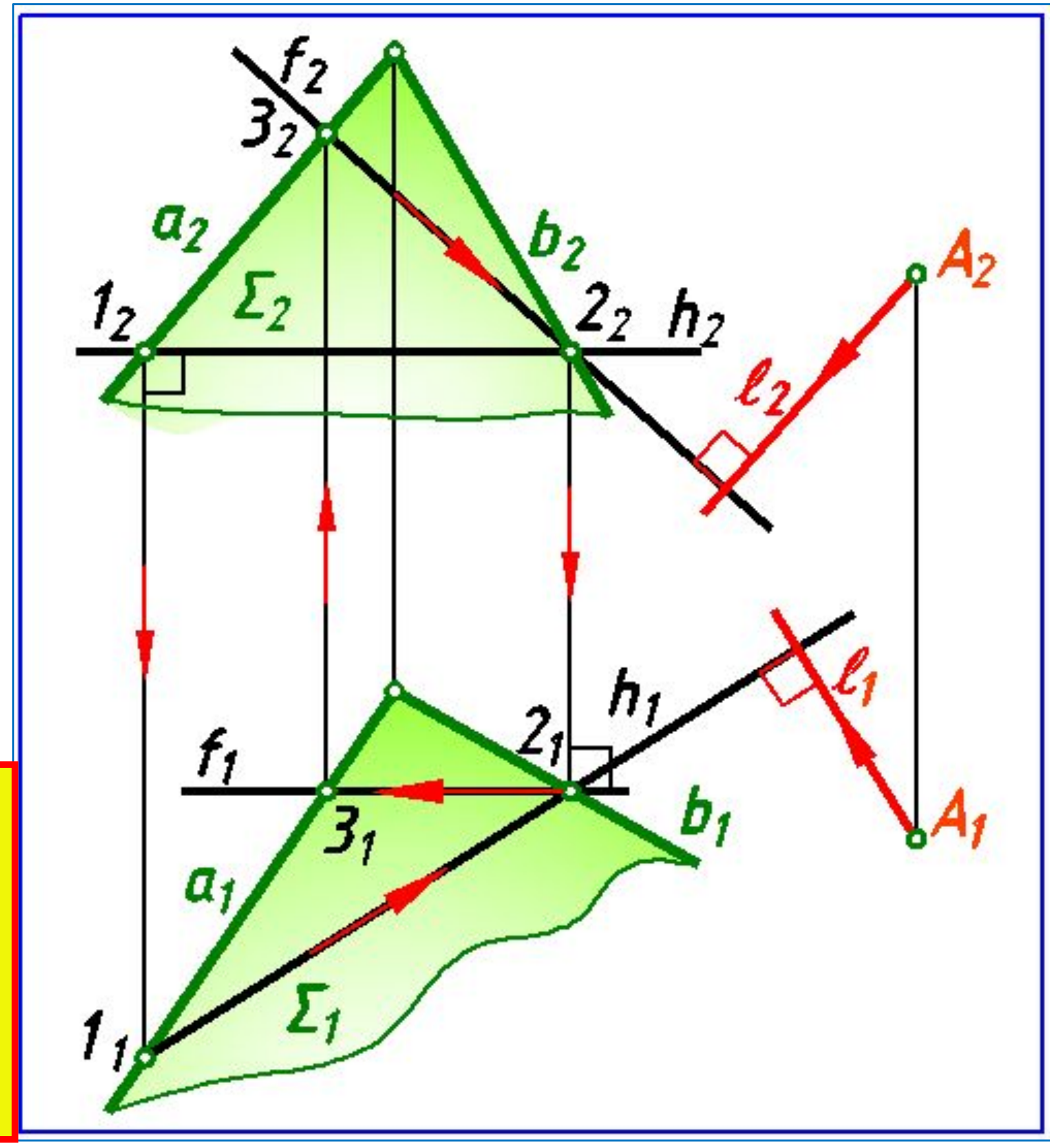
Опустить перпендикуляр $l(l_1\ l_2)$ из точки A на плоскость общего положения $\Sigma(a \cap b)$

4. Согласно теореме №2 из A_2 проводим фронтальную проекцию l_2 перпендикуляра l.

$$\boxed{l_2 \perp f_2}$$

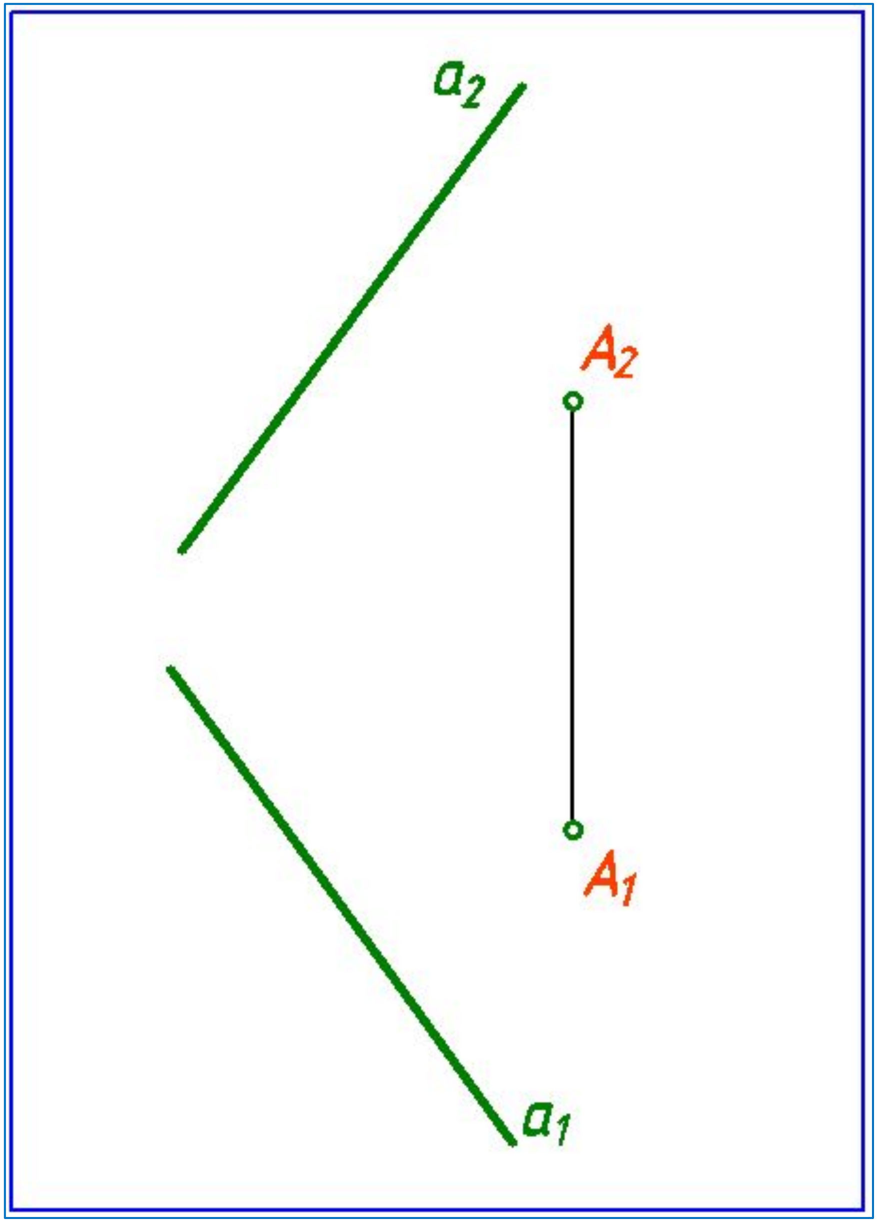
$$l_1 \perp h_1 \wedge l_2 \perp f_2 \Rightarrow$$

$$l(l_1\ l_2) \perp \Sigma(f \cap h)$$



Основные задачи

Задача. Через точку А провести плоскость ***Г*** перпендикулярную прямой ***a(a_1 a_2)*** общего положения.

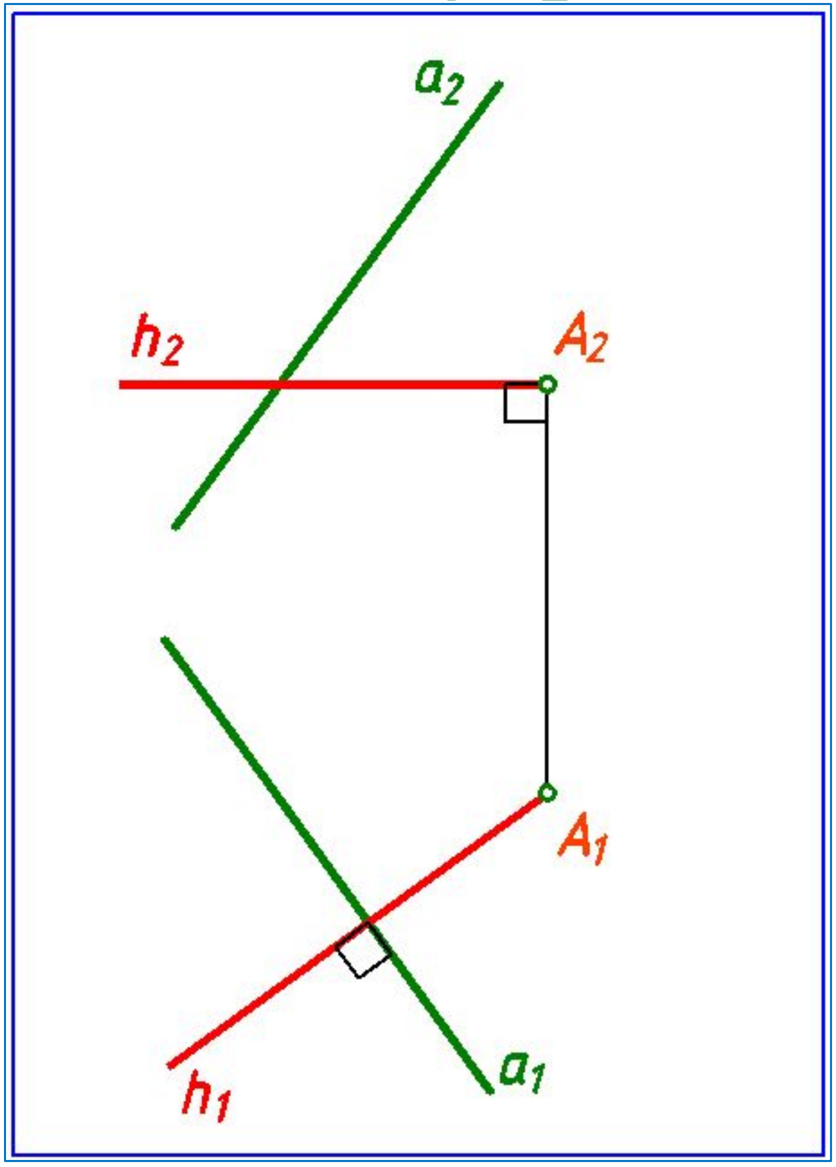


Через точку А провести плоскость *Г* перпендикулярную прямой *$a(a_1\ a_2)$*

Плоскость *Г* зададим горизонталью и фронталью, перпендикулярными прямой ***a***.

1. Через точку А проводим горизонталь *$h(h_1 h_2)$* , перпендикулярную прямой *$a(a_1\ a_2)$* общего положения:

$$h_1 \perp a_1$$



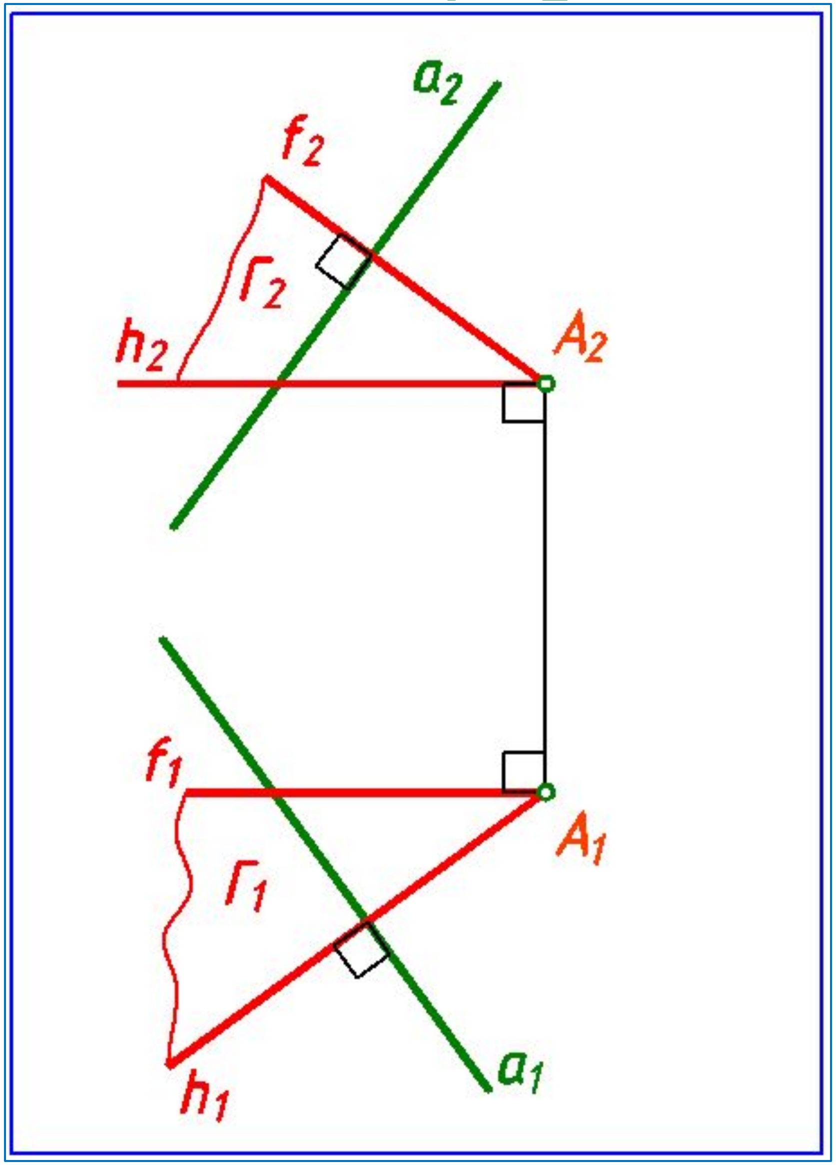
Через точку А провести плоскость Г перпендикулярную прямой $a(a_1\ a_2)$

2. Через точку А проводим фронталь $f(f_1 f_2)$, перпендикулярную прямой $a(a_1\ a_2)$ общего положения.

$$f_2 \perp a_2$$

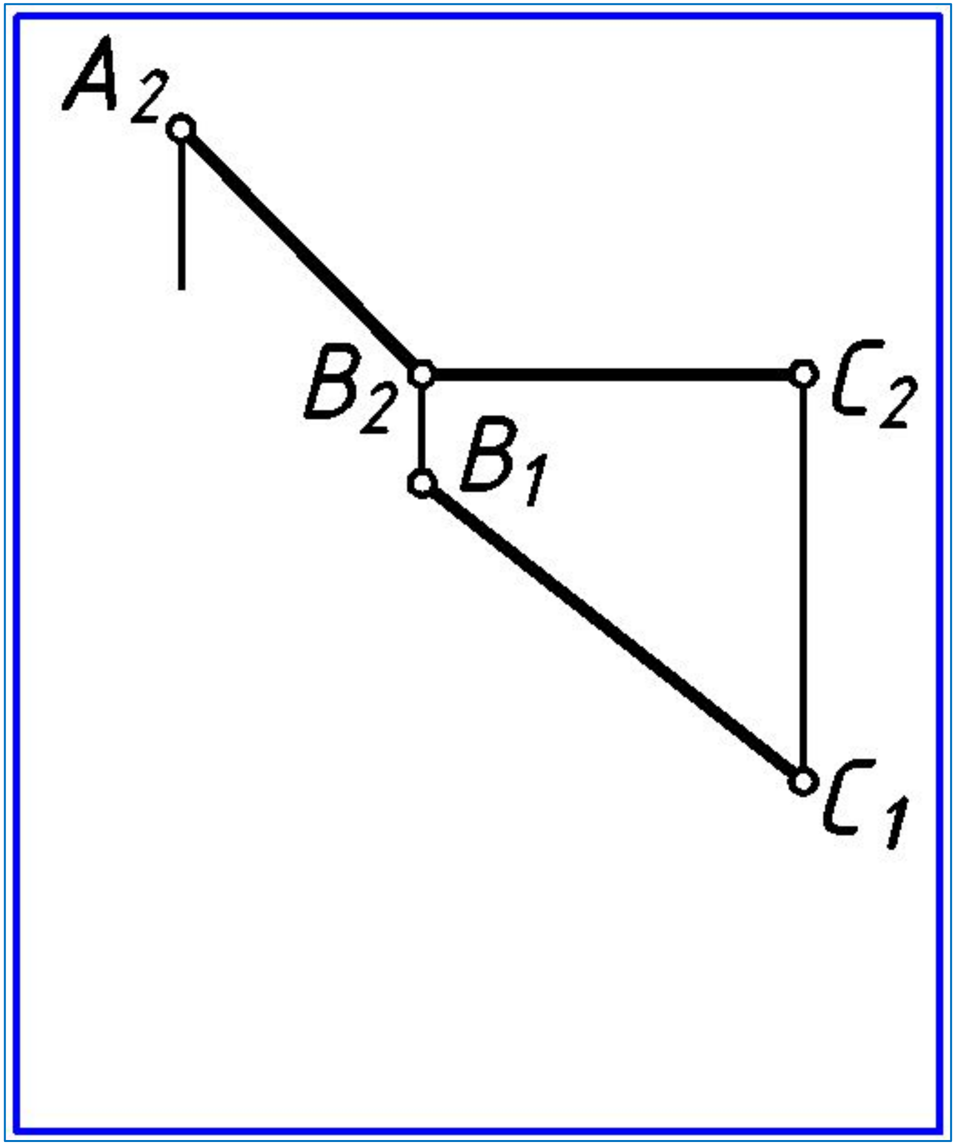
$$h_1 \perp a_1 \wedge f_2 \perp a_2 \Rightarrow$$

$$\Gamma(f \cap h) \perp a(a_1 a_2)$$



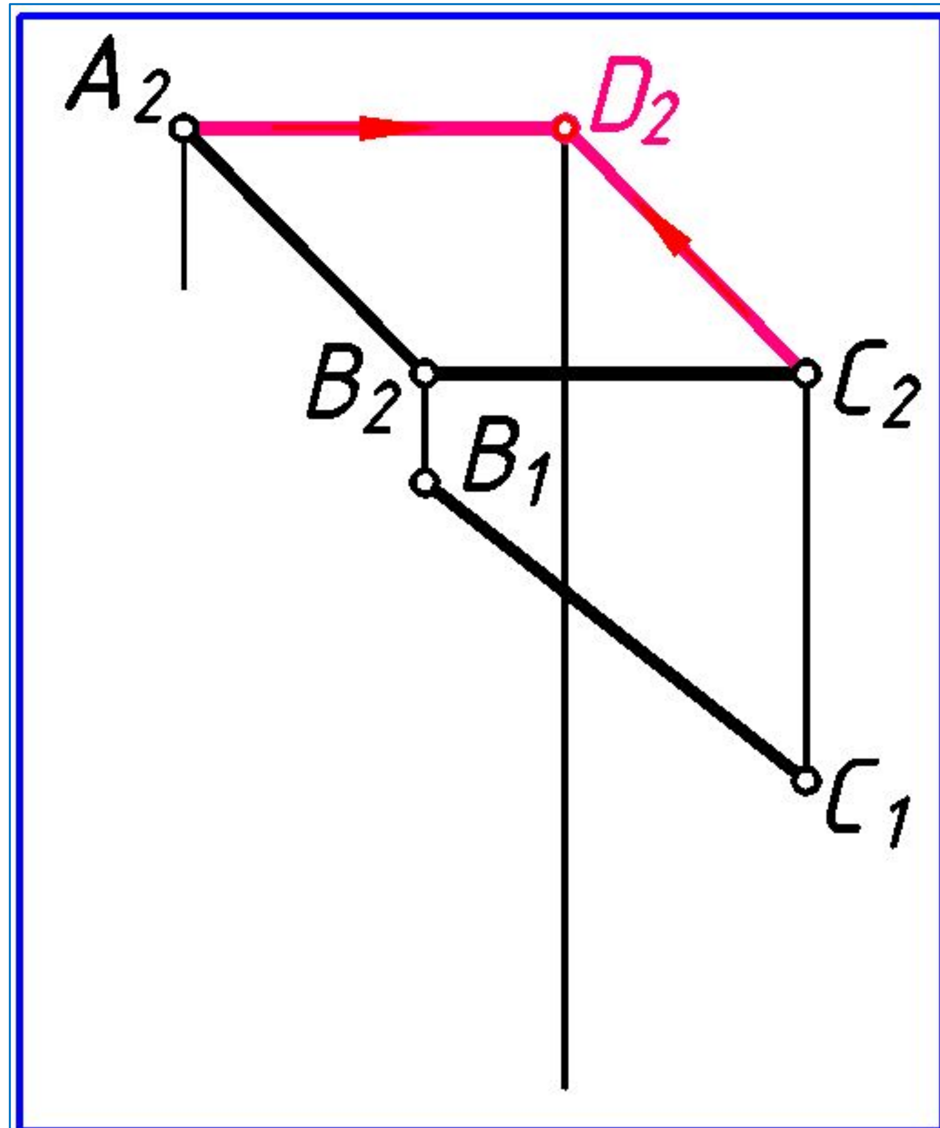
Задачи

Задача. Построить прямоугольник ***ABCD***.



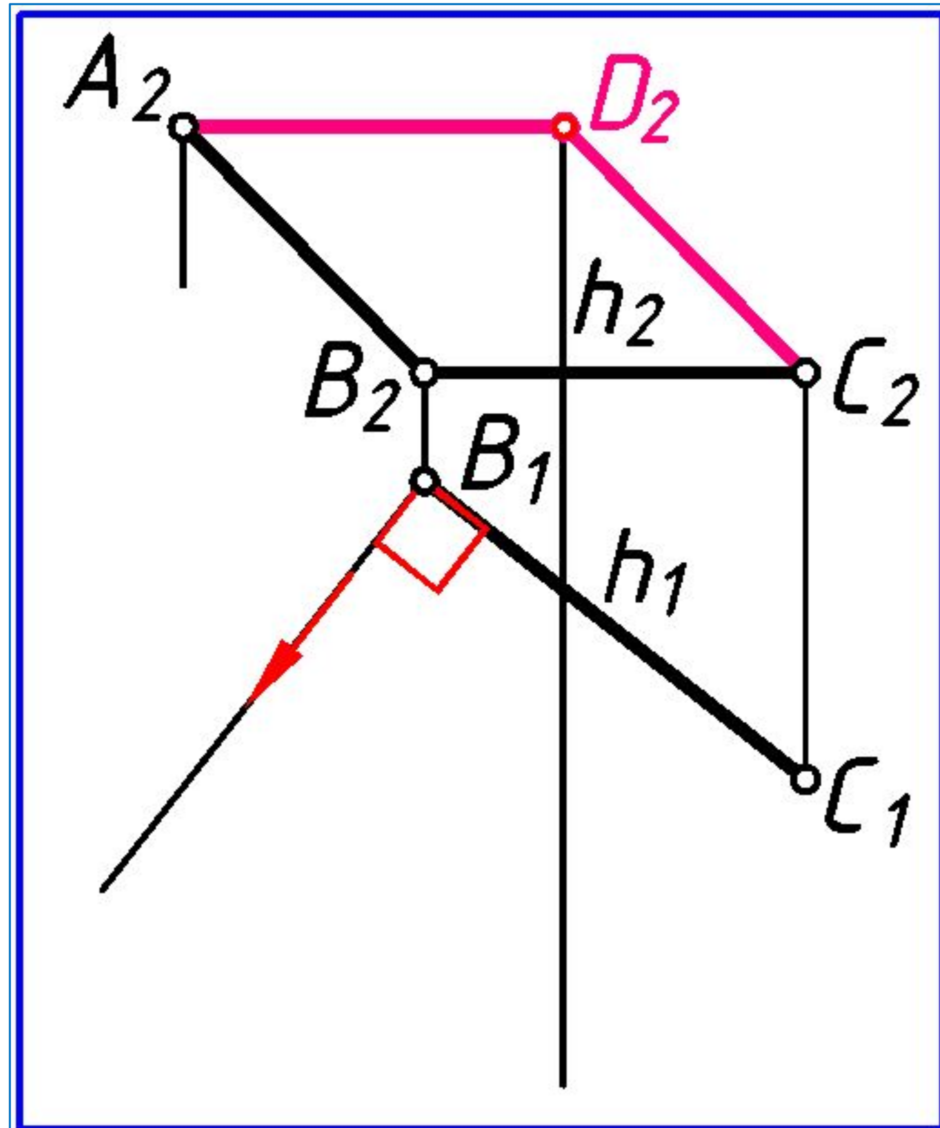
Построение фронтальной проекции прямоугольника ***ABCD***

У прямоугольника стороны равны и параллельны (ADIIBC, DCIIAB).



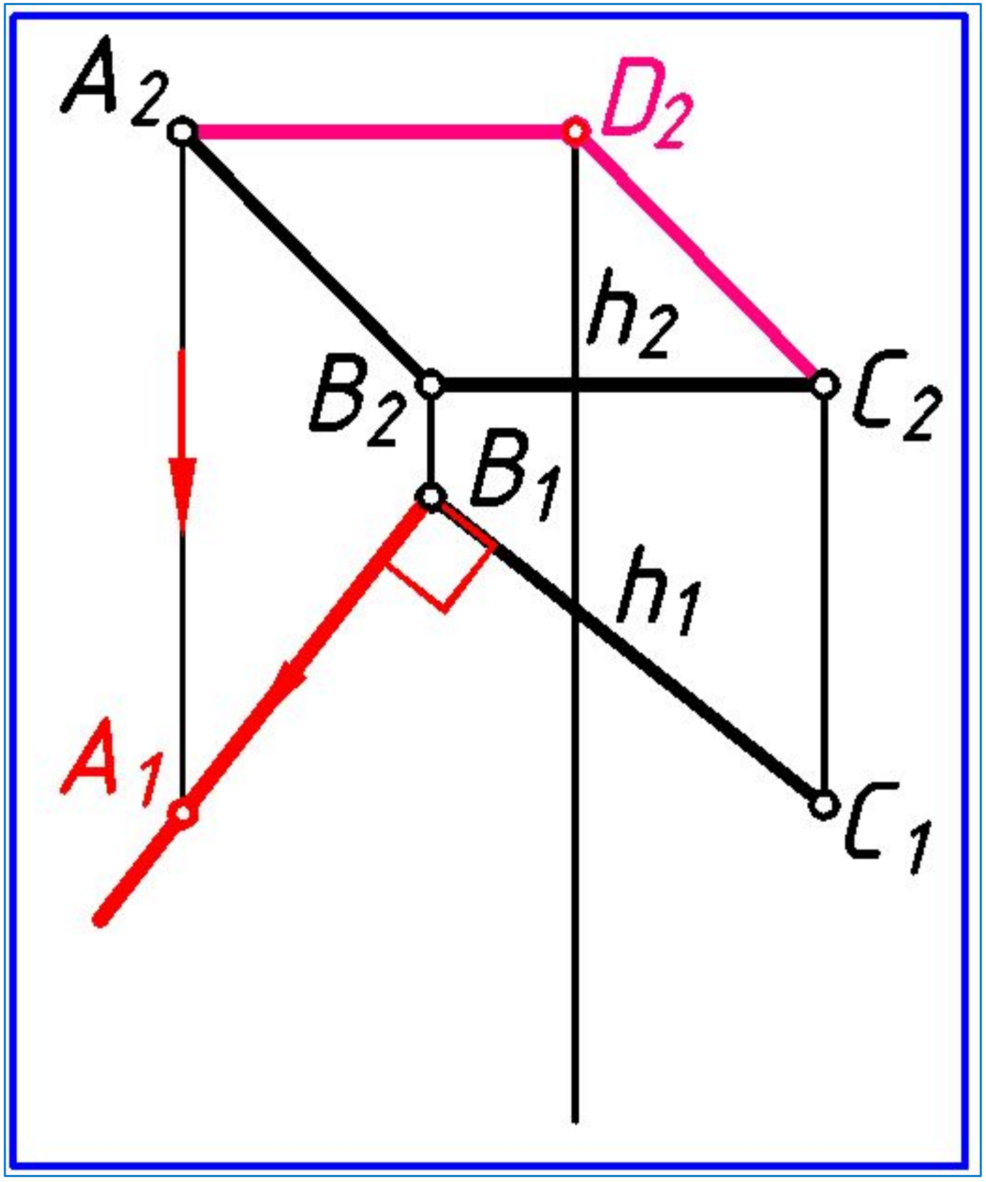
Построение горизонтальной проекции прямоугольника ***ABCD***

Прямой угол проецируется на $П_1$ без искажения, когда его сторона параллельна $П_1$ (является горизонталью).



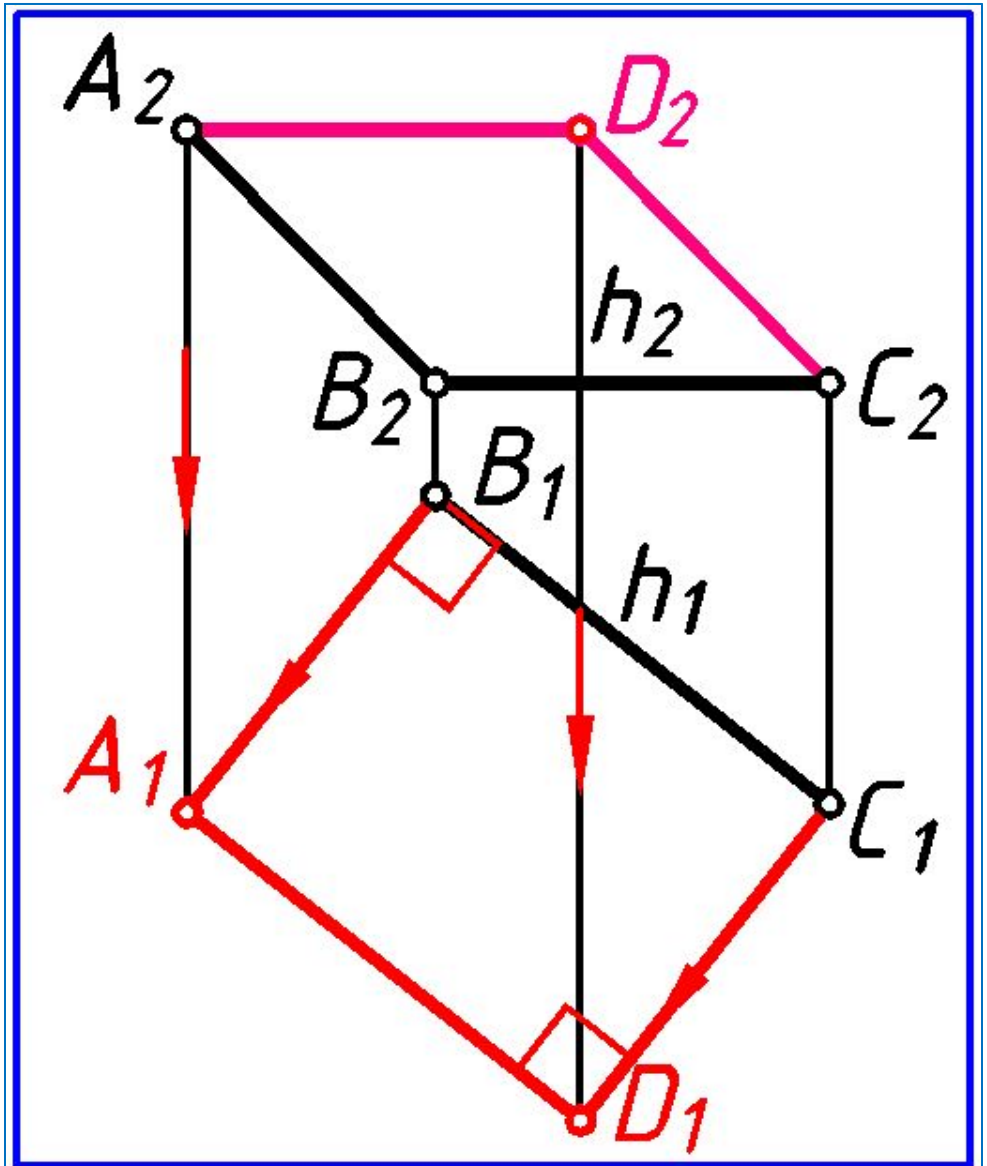
Построение горизонтальной проекции прямоугольника *ABCD*

По линии связи по принадлежности находим горизонтальную проекцию ***A_1*** вершины ***A***.

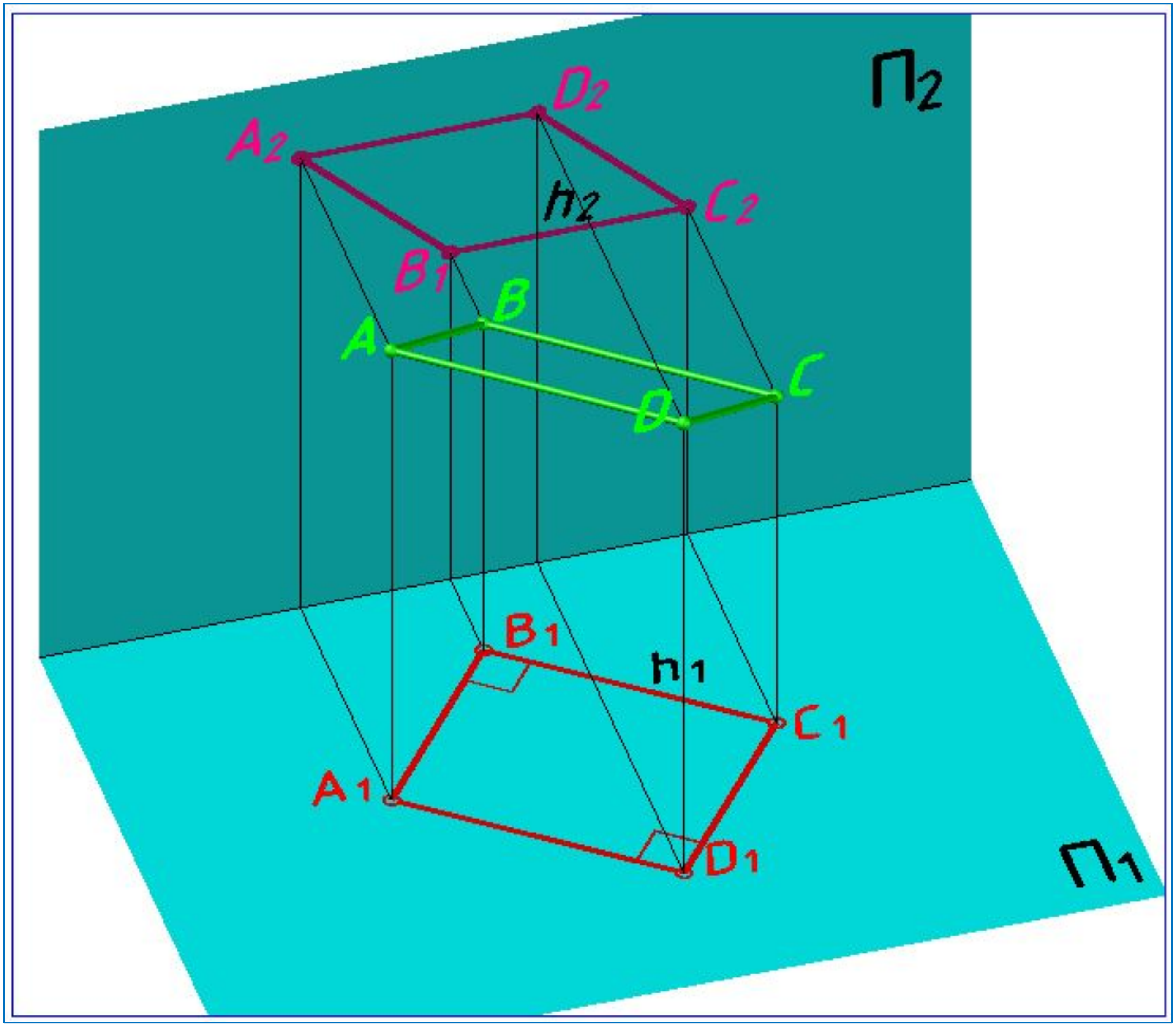


Построение горизонтальной проекции прямоугольника *ABCD*

У параллельных прямых соответствующие проекции параллельны ($A_1D_1 \parallel B_1C_1$, $D_1C_1 \parallel A_1B_1$)
По линии связи по принадлежности находим горизонтальную проекцию D_1 вершины *D*.

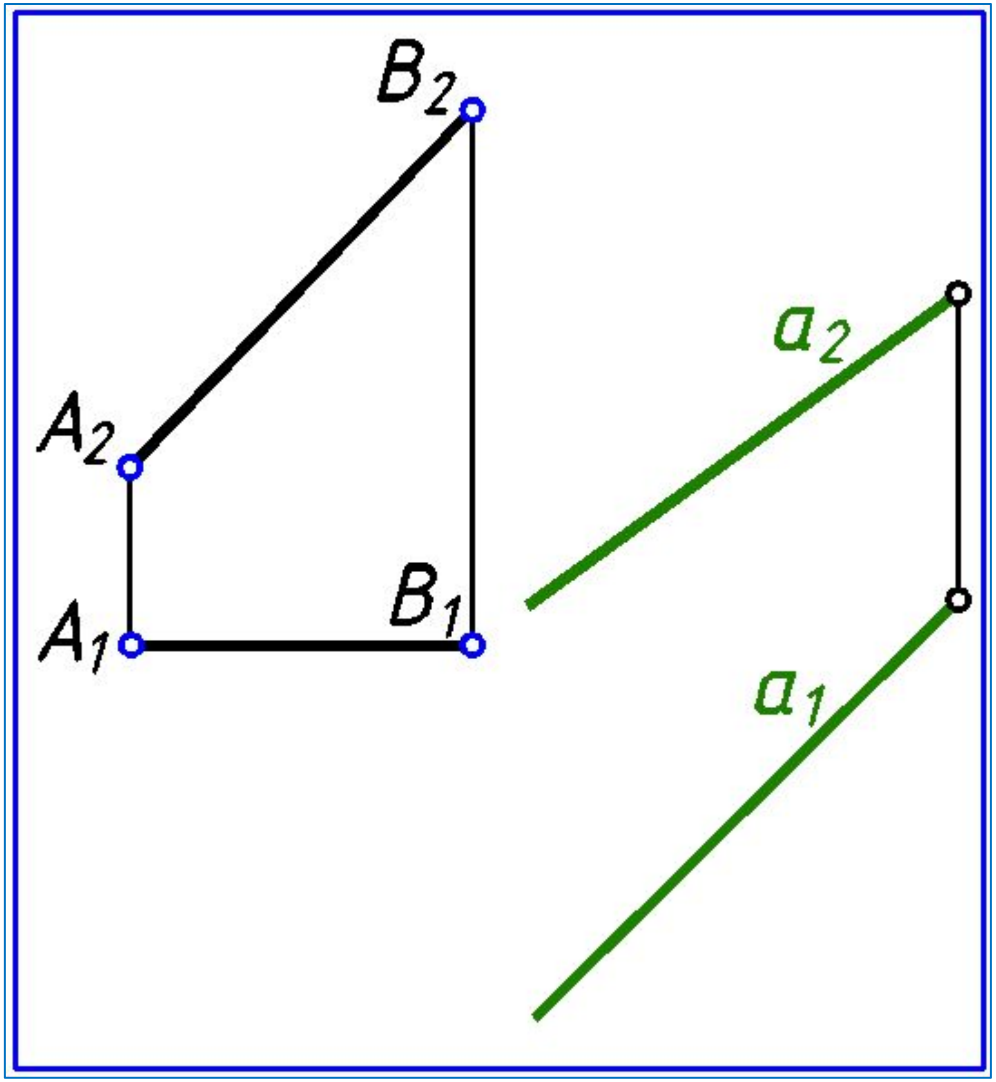


Прямоугольник ***ABCD***



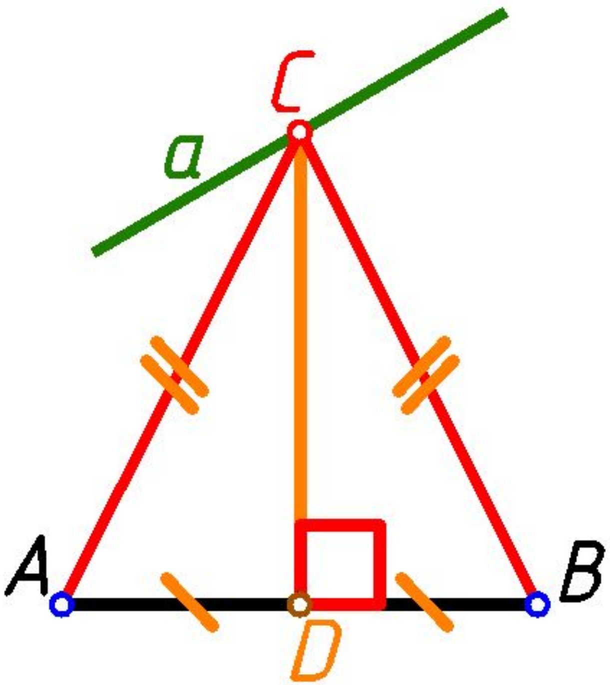
Задачи

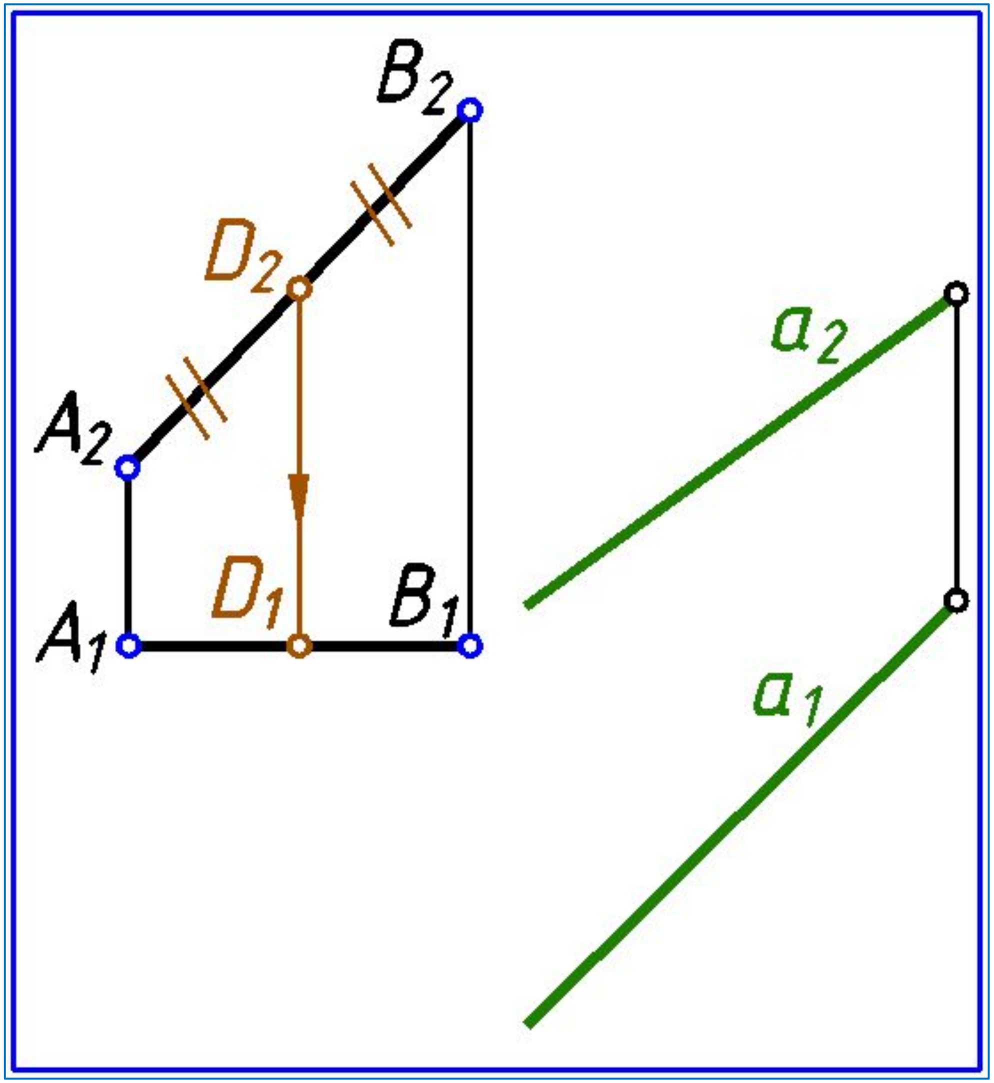
Задача. Построить равнобедренный треугольник ***ABC*** *с основанием* ***AB*** *и вершиной* ***C*** *на прямой* ***a****.*



Нахождение середины основания треугольника *ABC*

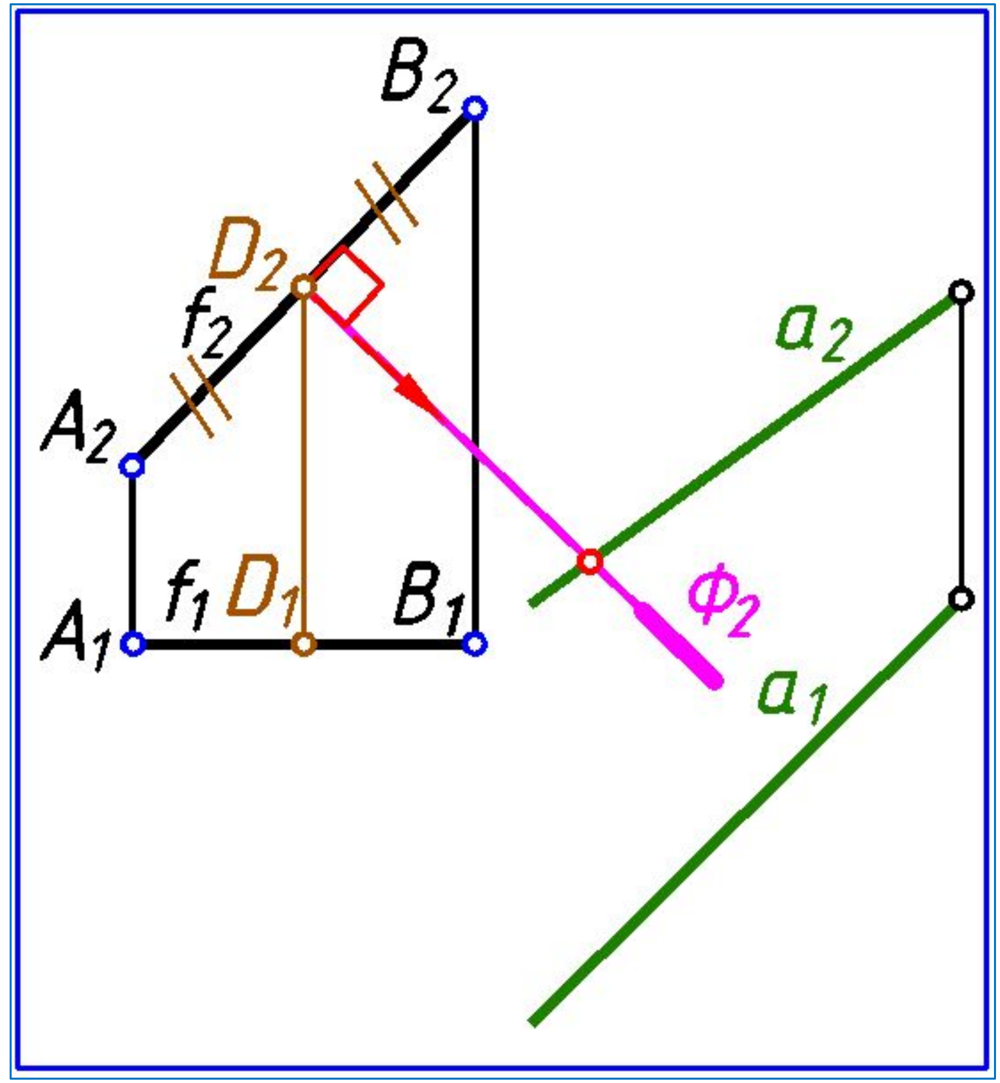
Высота ***CD*** равнобедренного треугольника ***ABC*** делит основание ***AB*** на две <u>равные части</u> **IADI=IDBI**.





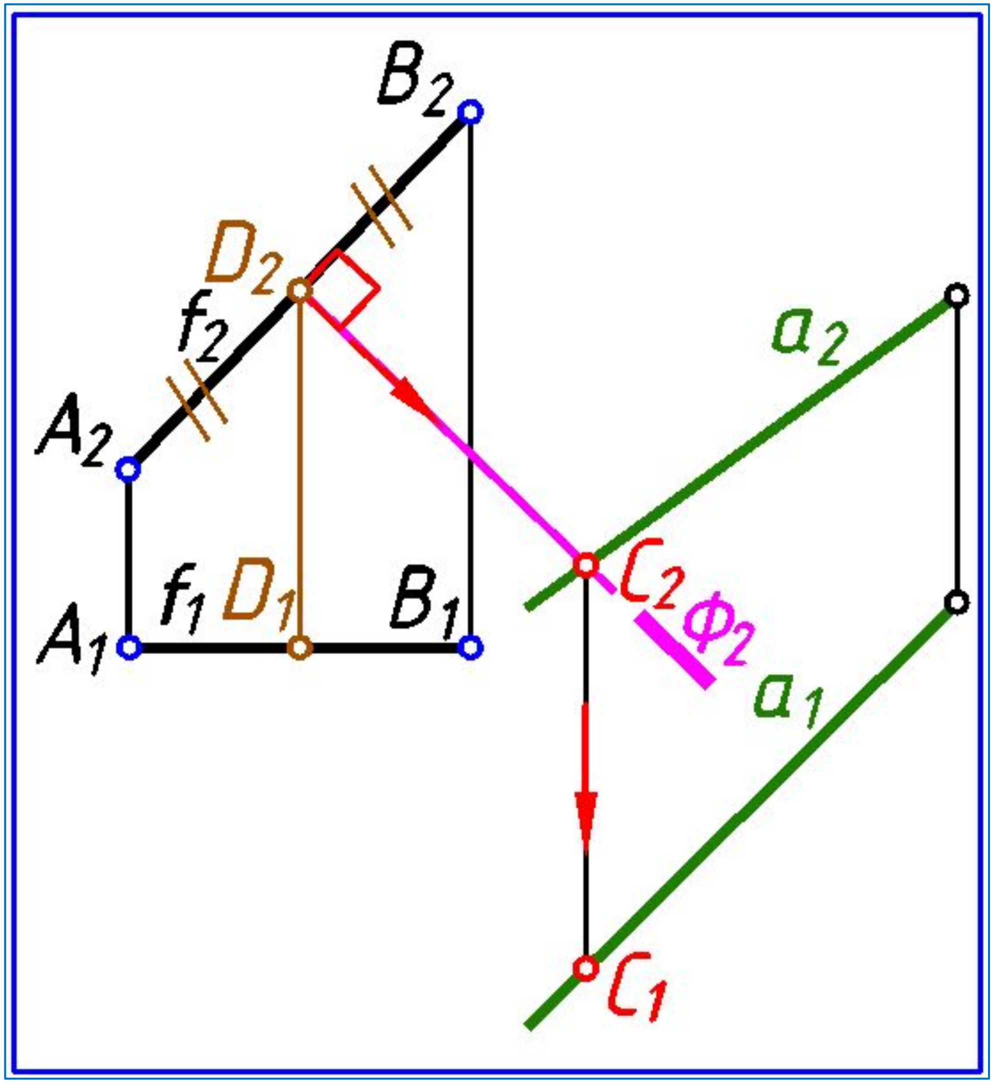
Построение множества перпендикуляров из точки *D* к *AB*

- Множество перпендикуляров из точки ***D*** к ***AB*** образуют фронтально проецирующую плоскость ***Ф***.
- Прямой угол проецируется на $П_2$ без искажения, когда его сторона параллельна $П_2$ (**является фронталью**).



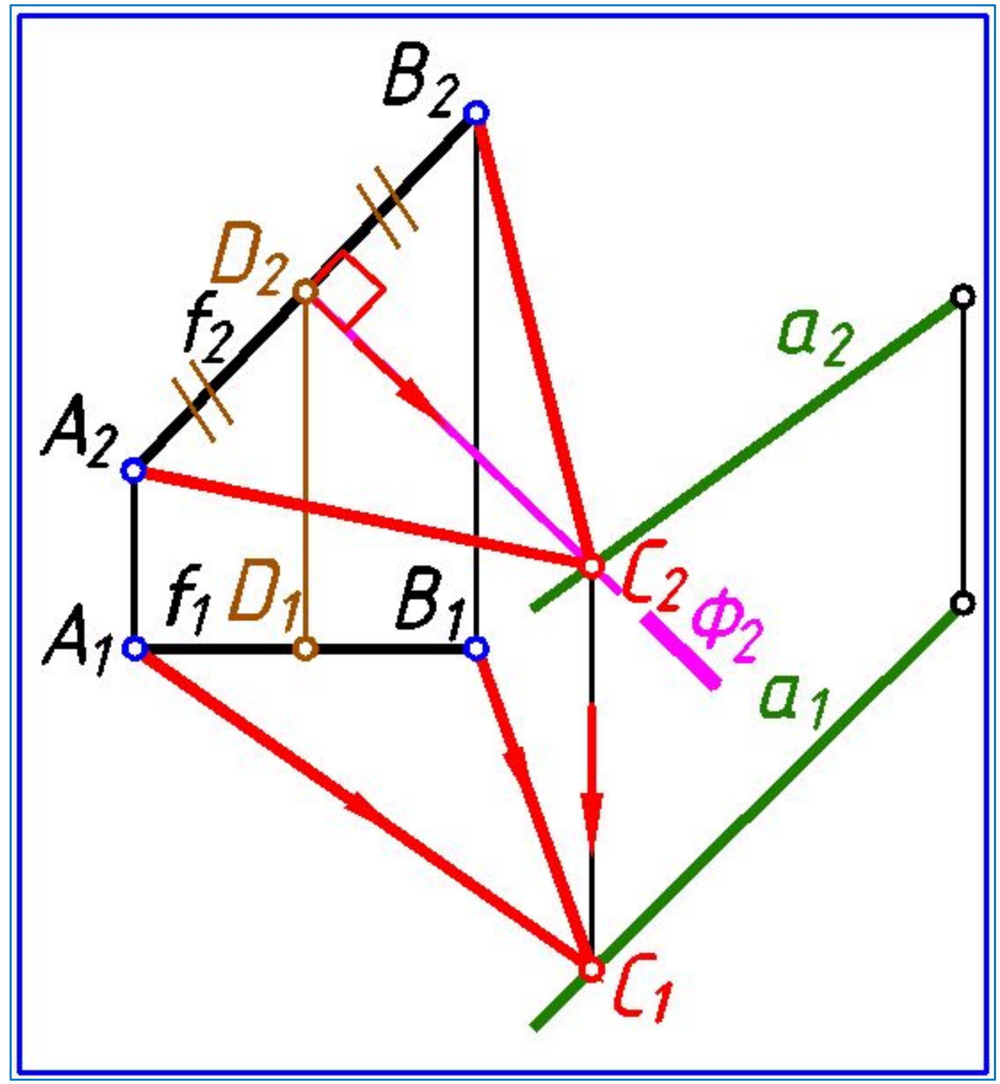
Построение вершины **C** треугольника **ABC**

Вершина **C** принадлежит прямой ***a***. Находим **C** на пересечении плоскости ***Ф*** и прямой ***a***.

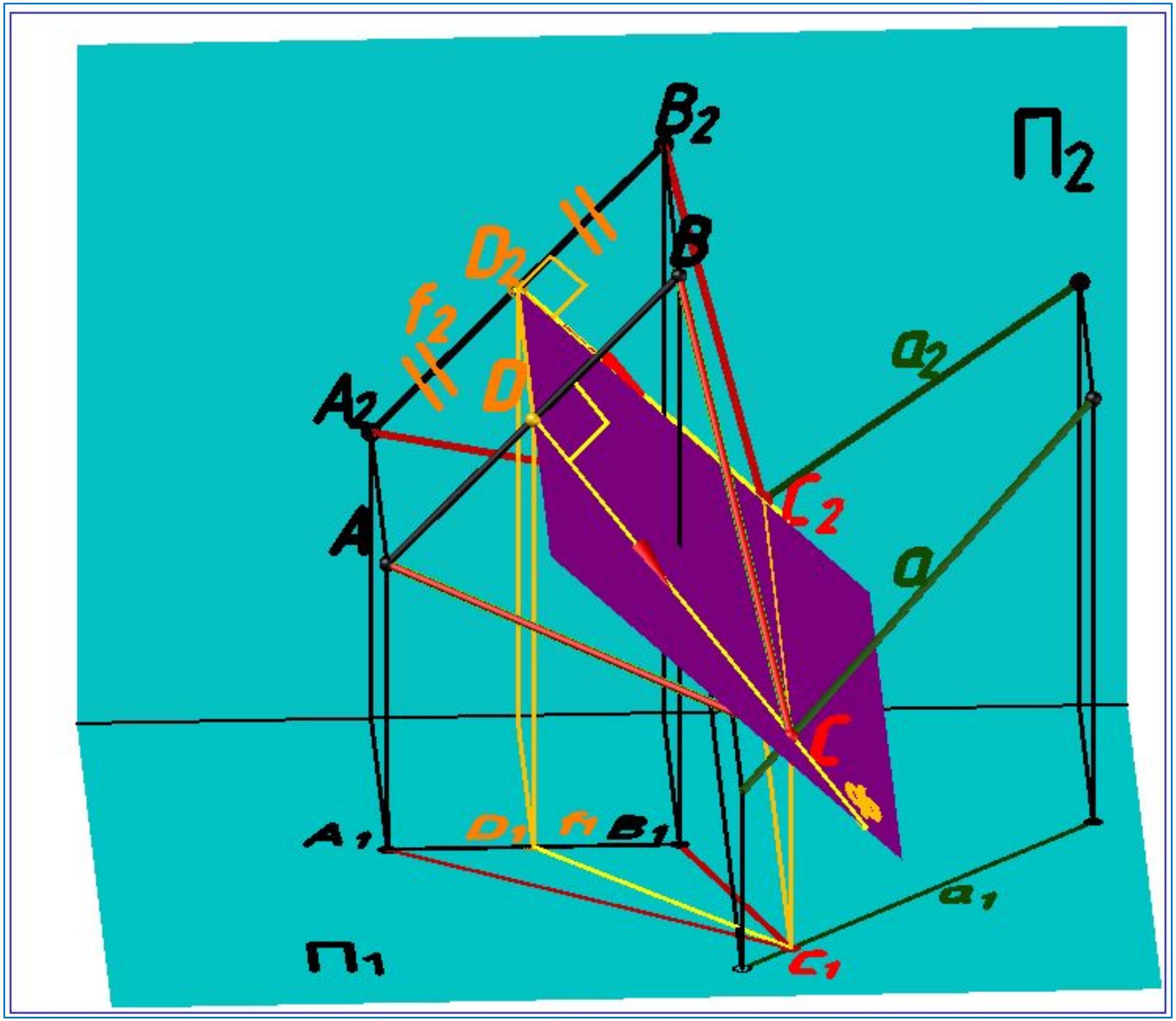


Построение проекций треугольника *ABC*

Определив вершину ***C***, достраиваем ***проекции искомого треугольника***.

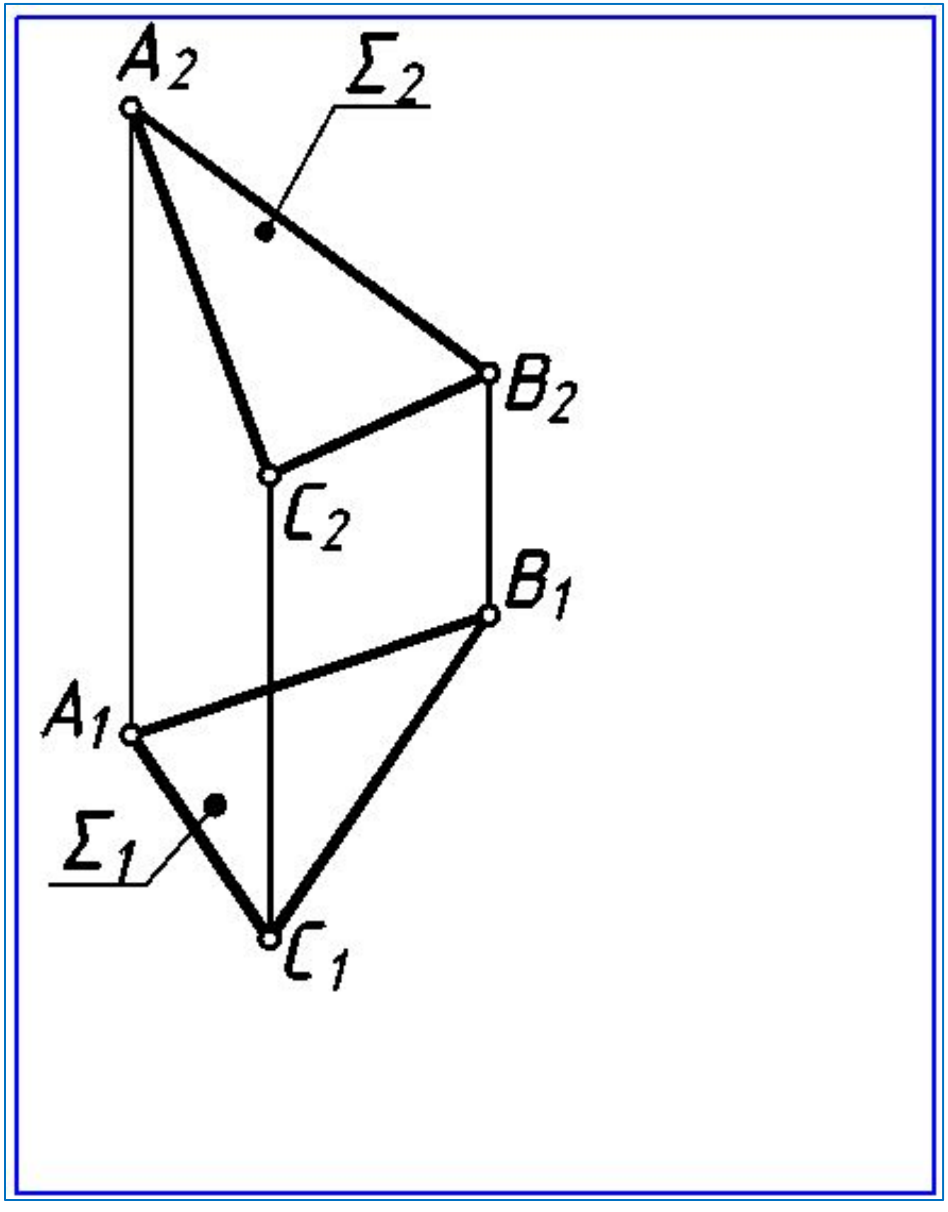


Равнобедренный треугольник ***ABC***



Задачи

Задача. Из вершины ***В*** треугольника ***АВС*** восставить перпендикуляр к его плоскости и отложить на нем отрезок <u>длиной 30 мм.</u>



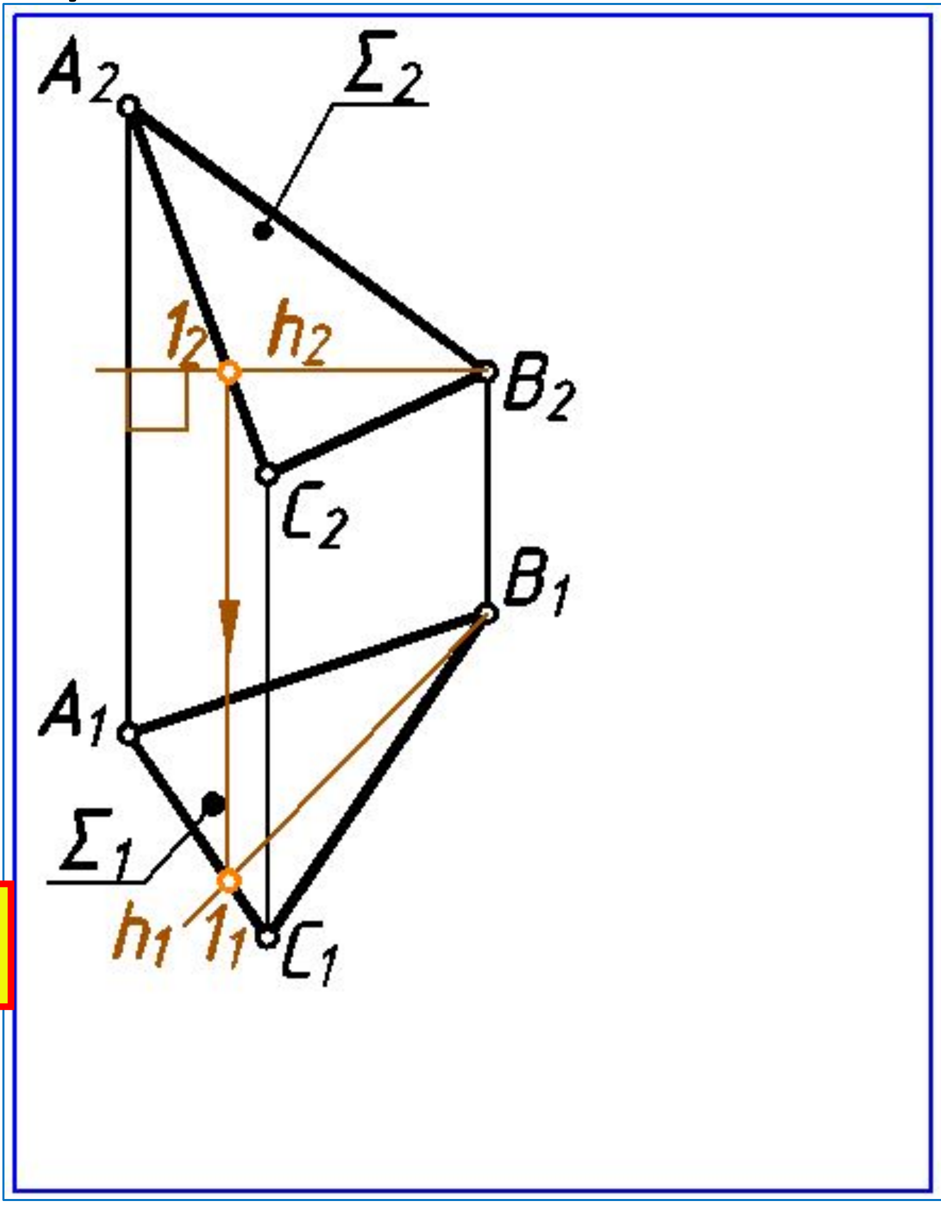
Построение горизонтали в плоскости Σ (*ABC*)

- Если прямая ***a*** перпендикулярна плоскости ***Σ*** в пространстве, то на комплексном чертеже горизонтальная проекция прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали ($a_1 \perp h_1$), а фронтальная проекция прямой перпендикулярна фронтальной проекции

$$a \perp \Sigma(ABC) \Rightarrow a_1 \perp h_1 \wedge$$

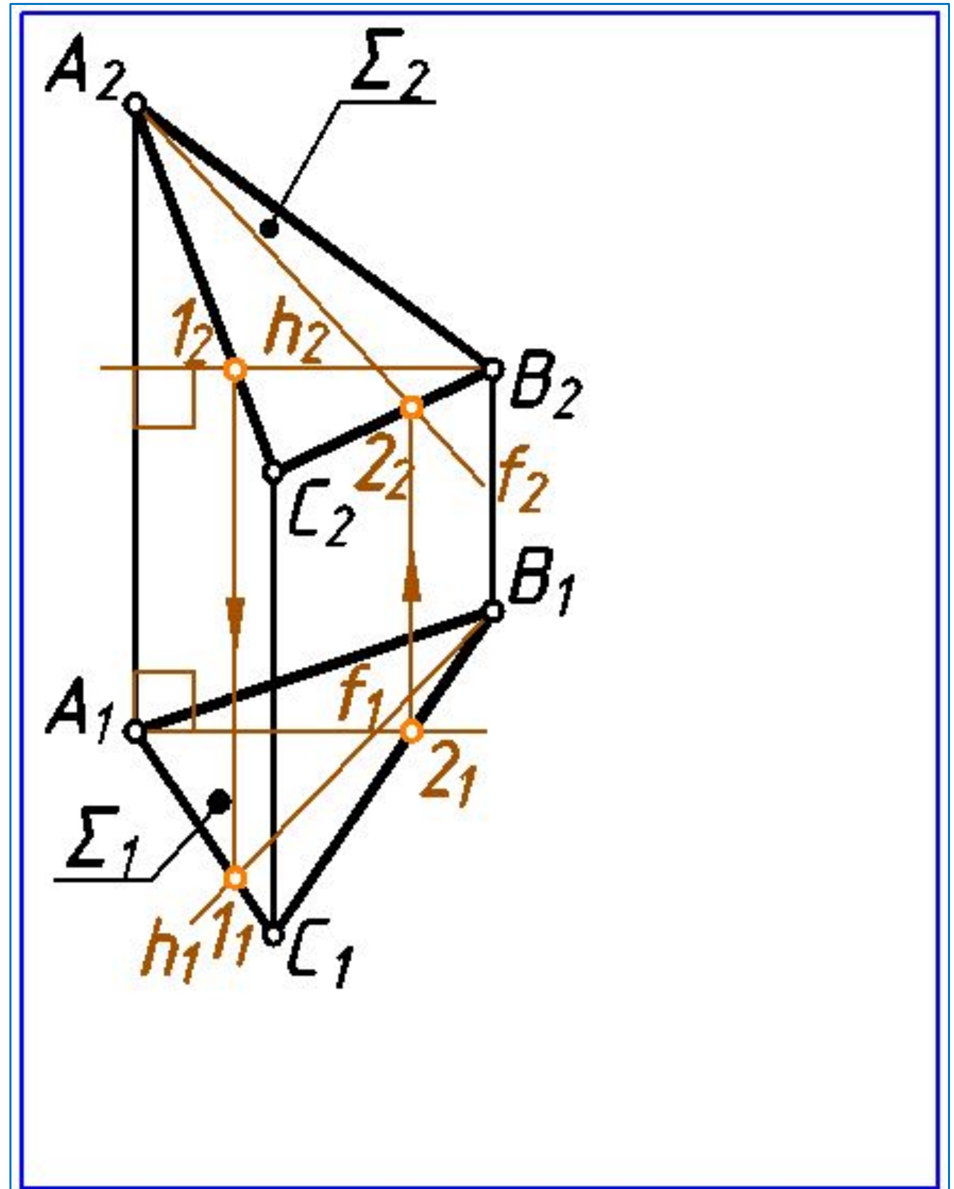
$a_2 \perp f_2$

- Находим горизонталь $h(h_1\ h_2)$ в плоскости Σ



Построение фронтали в плоскости $\Sigma(ABC)$

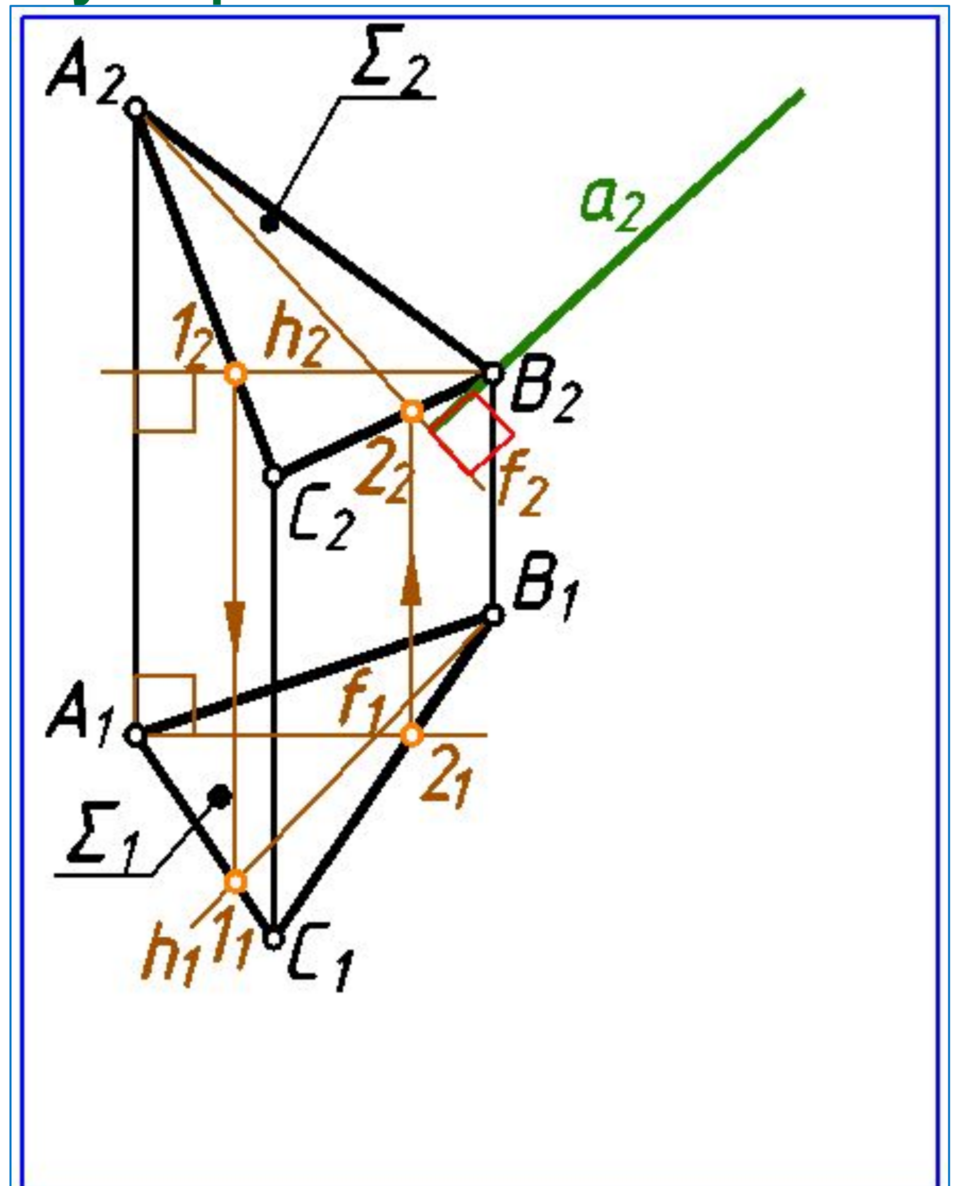
- Строим фронталь $f(f_1 f_2)$ в плоскости Σ.
- Из A_1 проводим f_1 перпендикулярно вертикальной линии связи.
- Фиксируем горизонтальную проекцию 2_1 точки 2 пересечения f_1 с B_1C_1.
- По линии связи находим фронтальную проекцию 2_2 точки 2.
- Из A_2 через 2_2 проводим f_2



Построение фронтальной проекции (a_2) перпендикуляра a

- Строим фронтальную проекцию прямой a.
- Через проекцию B_2 точки B проводим фронтальную проекцию a_2 прямой a:

$$\boxed{a_2 \perp} \; f_2$$

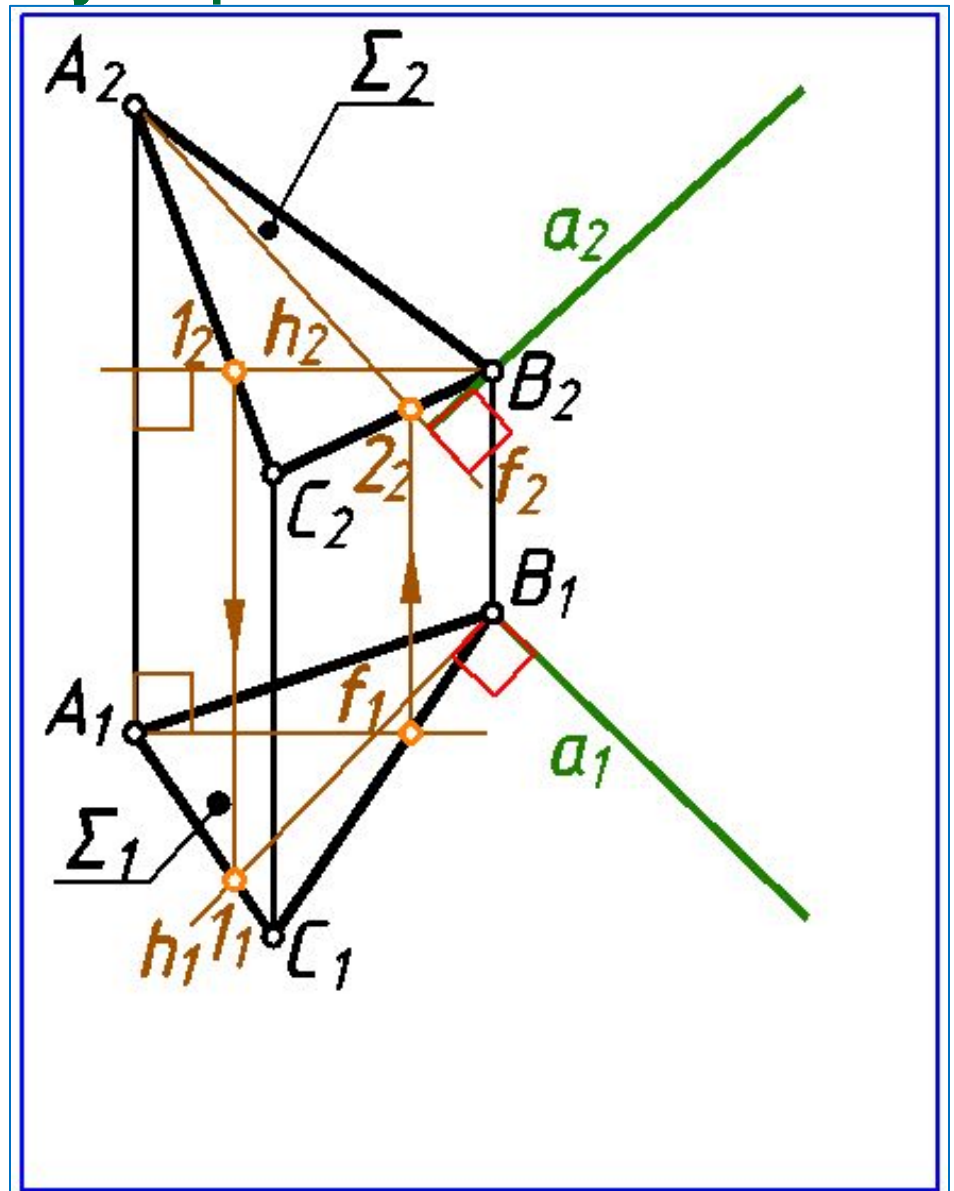


Построение горизонтальной проекции (a_1) перпендикуляра *a*

Строим горизонтальную проекцию прямой ***a***. Из проекции B_1 точки ***B*** проводим горизонтальную проекц… …ямой ***a***:

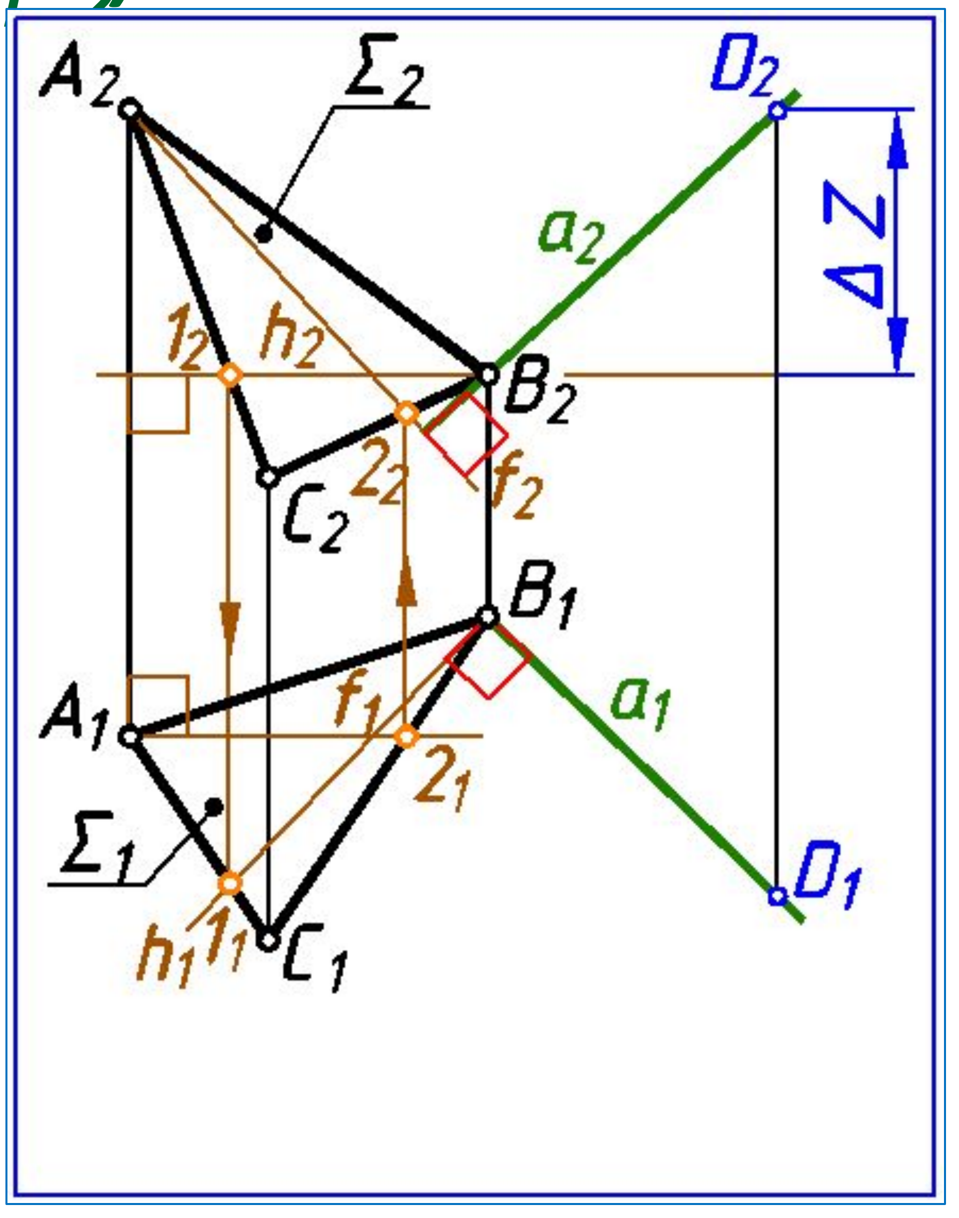
$a_1 \perp$

h_1



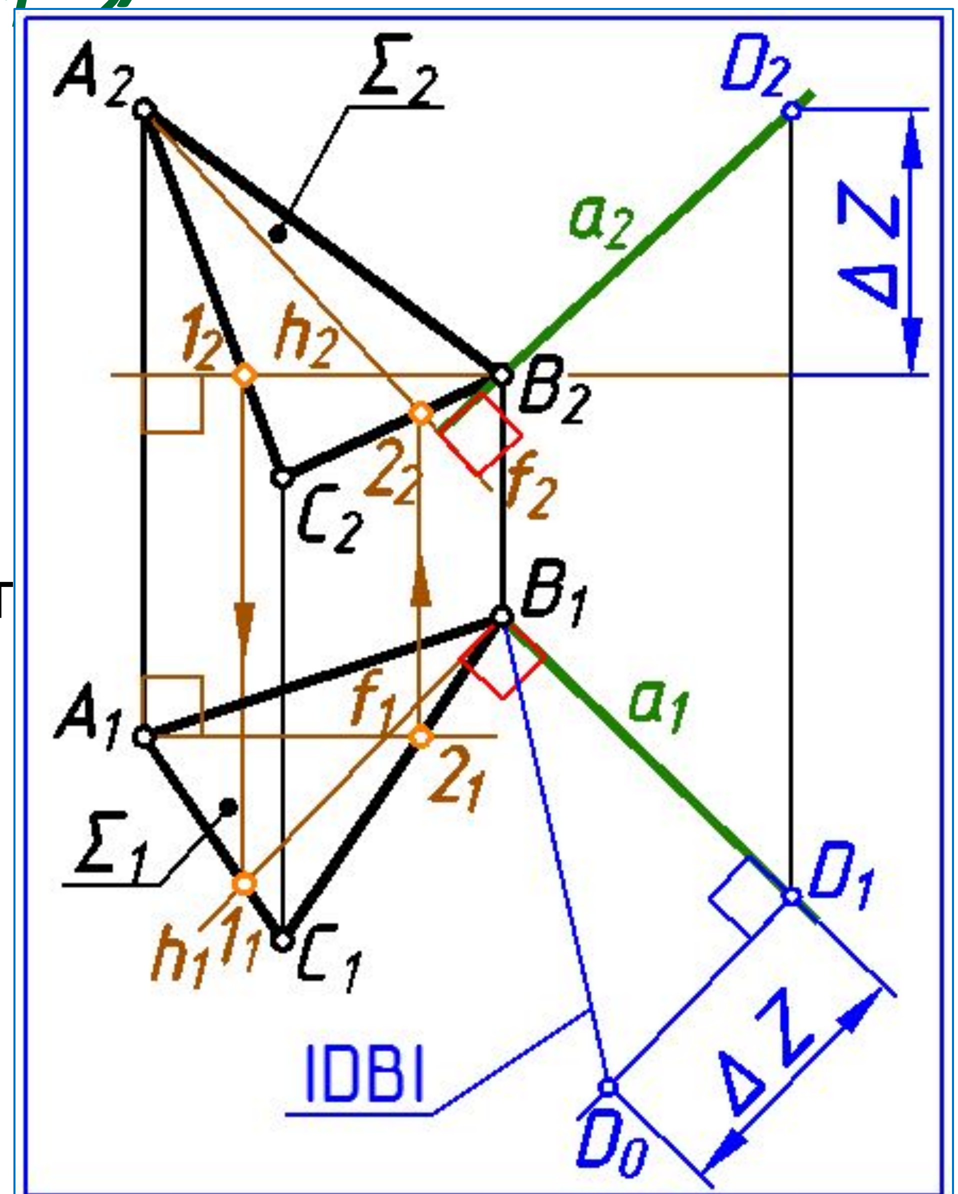
Отрезок длиной 30 мм на перпендикуляре $a(a_1a_2)$

- На прямой *a* фиксируем произвольную точку $D(D_1D_2)$.
- Измеряем разность высот Δz концов отрезка [*BD*], чтобы определить его натуральную величину |*BD*|.



Отрезок длиной 30 мм на перпендикуляре $a(a_1a_2)$

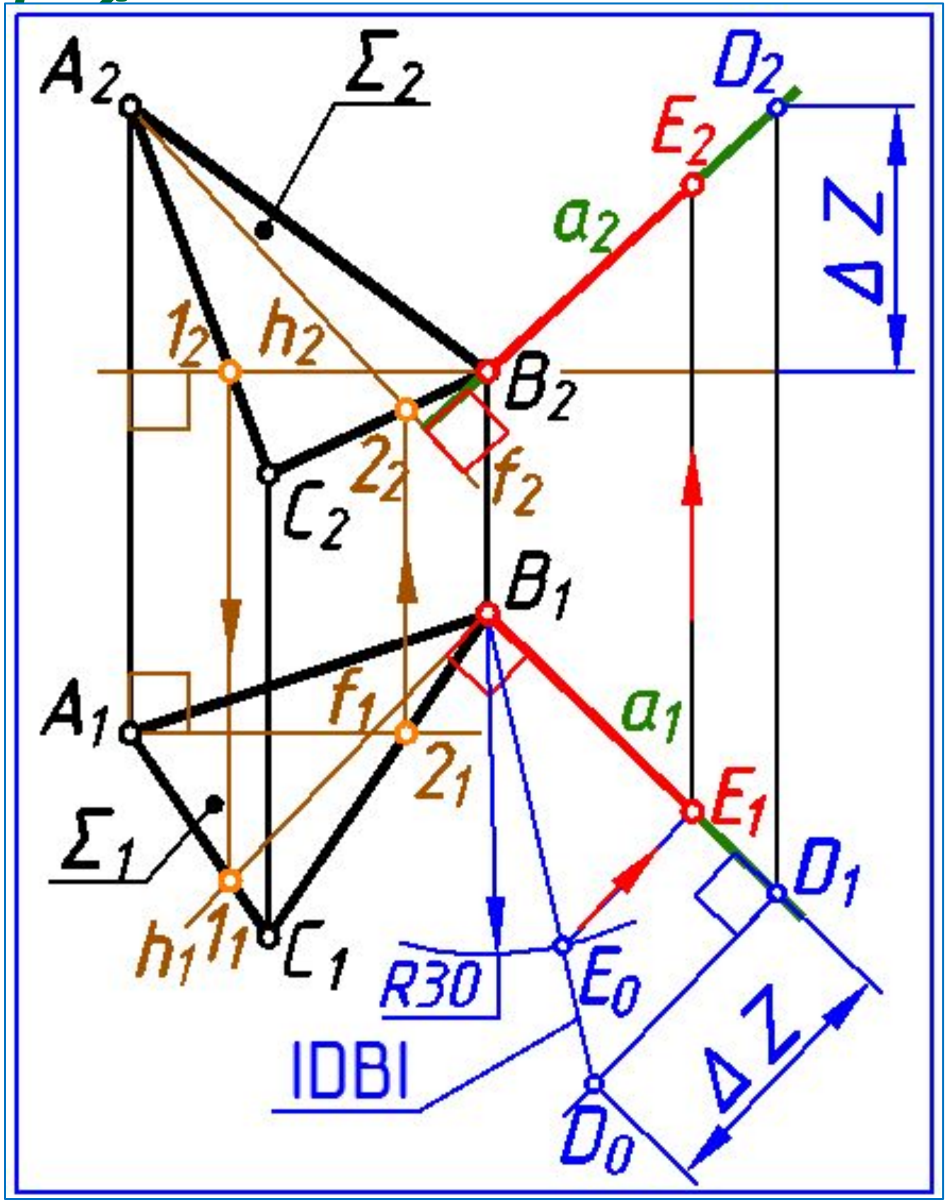
- Для определения натуральной величины |*DB*| отрезка [*DB*] строим прямоугольный треугольник $B_1D_1D_0$, катет которого [D_1D_0] равен разности высот Δz концов отрезка *DB.*
- Длина гипотенузы |B_1D_0| [*DB*], равна натуральной величине |*DB*| отрезка [*DB*].



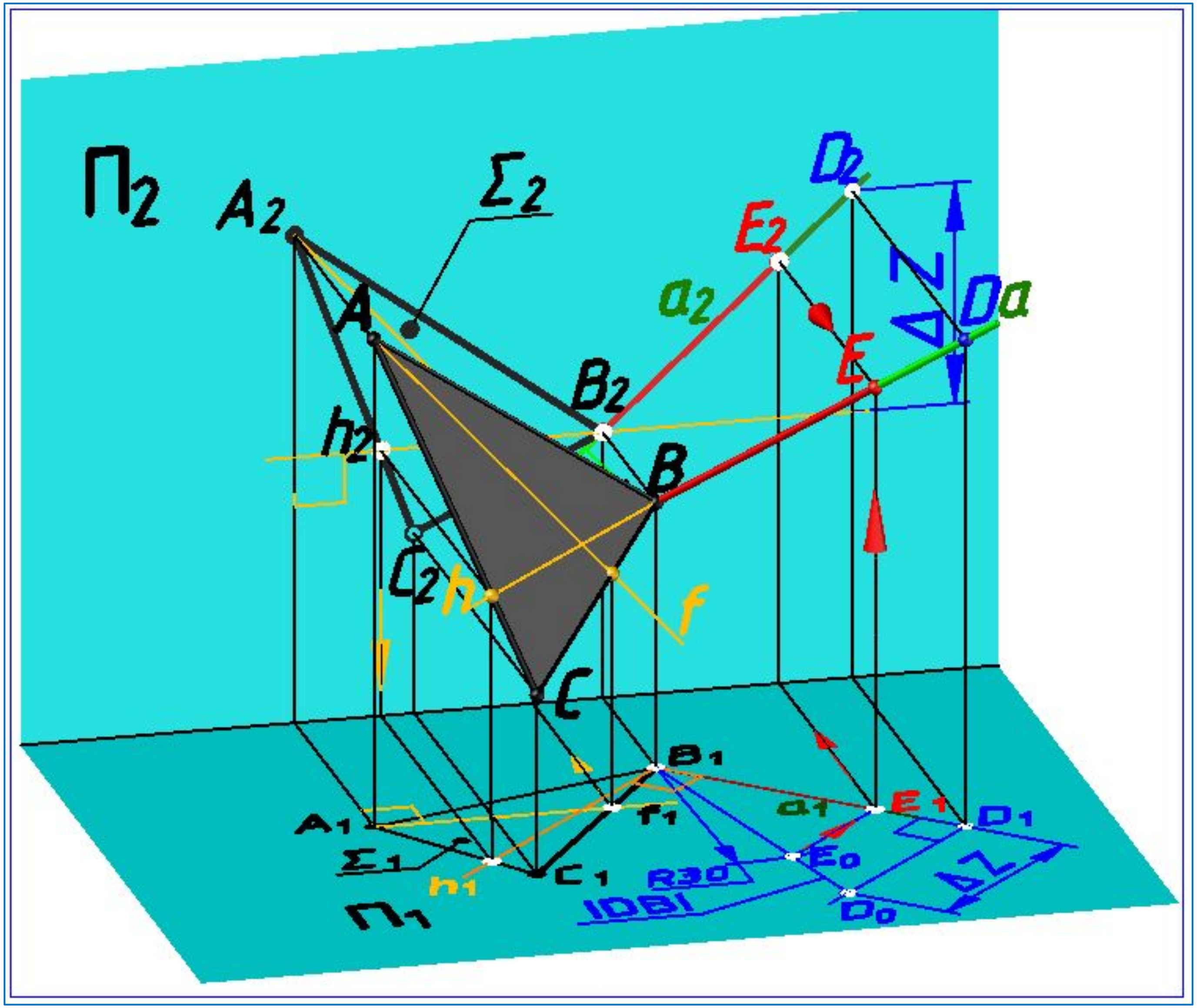
Отрезок длиной 30 мм на перпендикуляре $a(a_1a_2)$

На натуральной величине |*D**B*| отрезка [*D**B*] находим точку ***E*(E_1E_2)**, отстоящую от ***B*** на 30 мм.

Отрезок [***BE***] − искомый.



Отрезок [BE] перпендикуляра $a(a_1a_2)$ длиной 30 мм

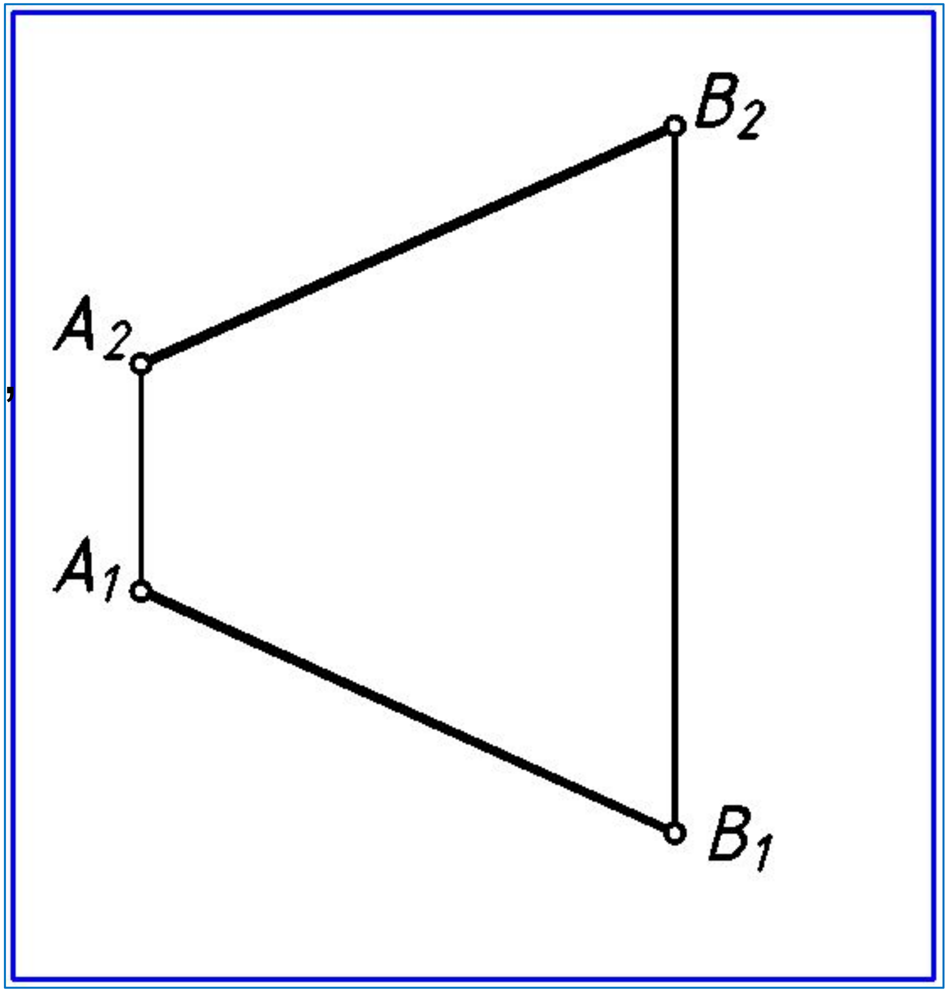


Задачи

Задача. Построить множество точек, равноудаленных от концов отрезка **[AB].** Записать анализ.

Множество точек пространства, равноудаленных от двух данных точек, есть плоскость, проходящая через середину отрезка [AB], и перпендикулярная отрезку [AB] :

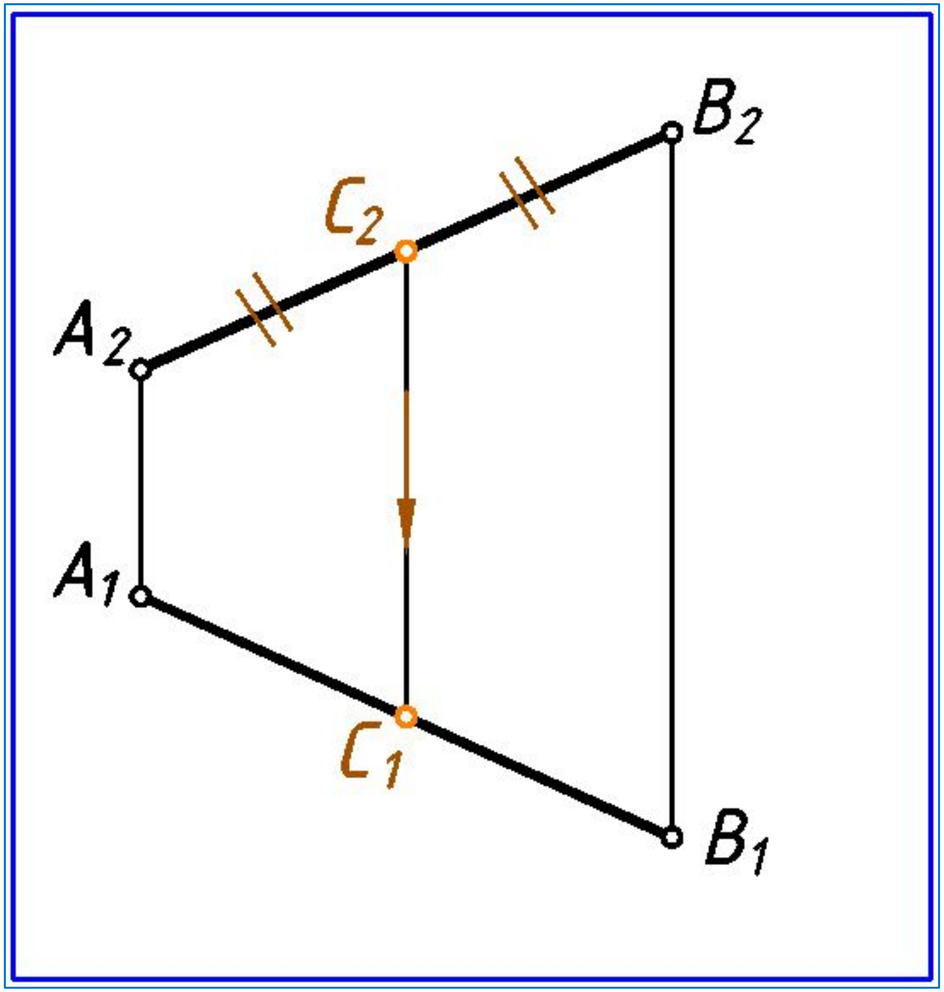
$|AC|=|BC|$, $C \in \Sigma(h \cap f) \perp AB$, $h_1 \perp A_1B_1 \wedge f_2 \perp A_2B_2$.



Множество точек, равноудаленных от концов отрезка **[AB]**

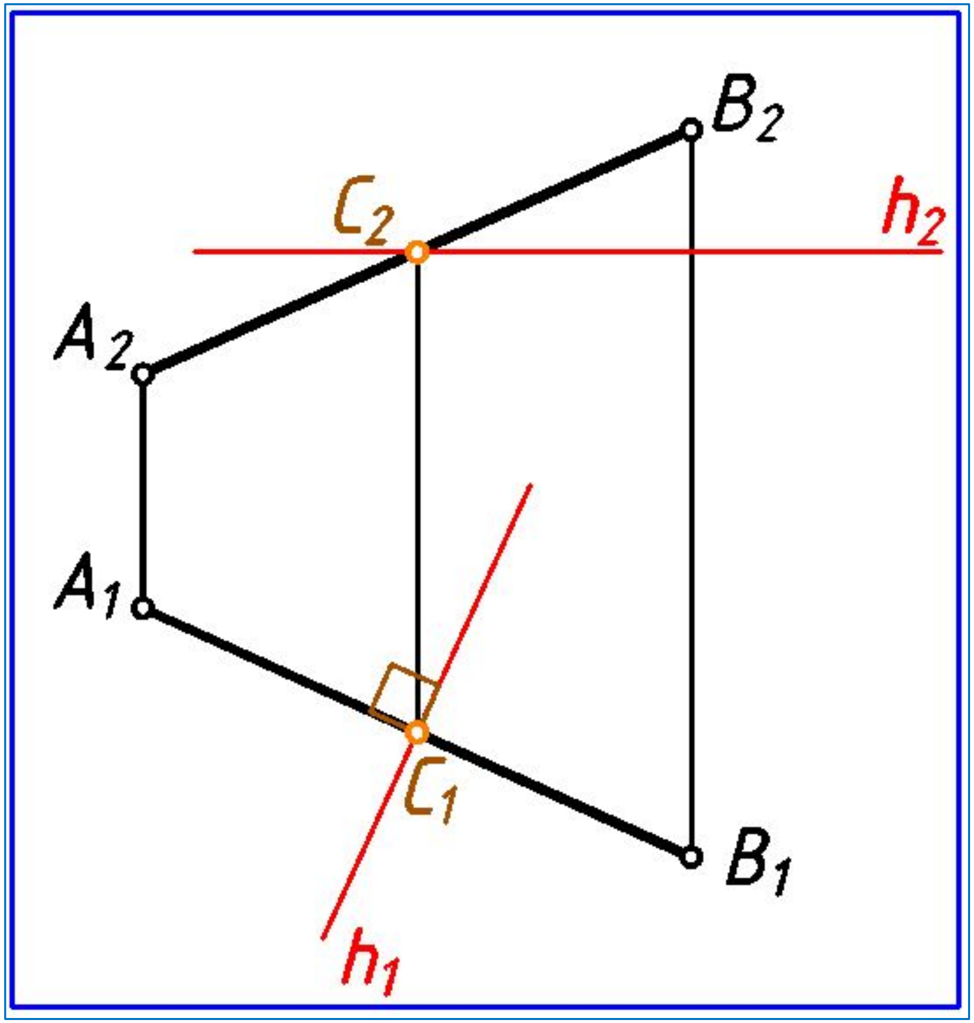
Делим ***AB*** на две <u>равные части</u>:

|*AC*|=|*BC*|.



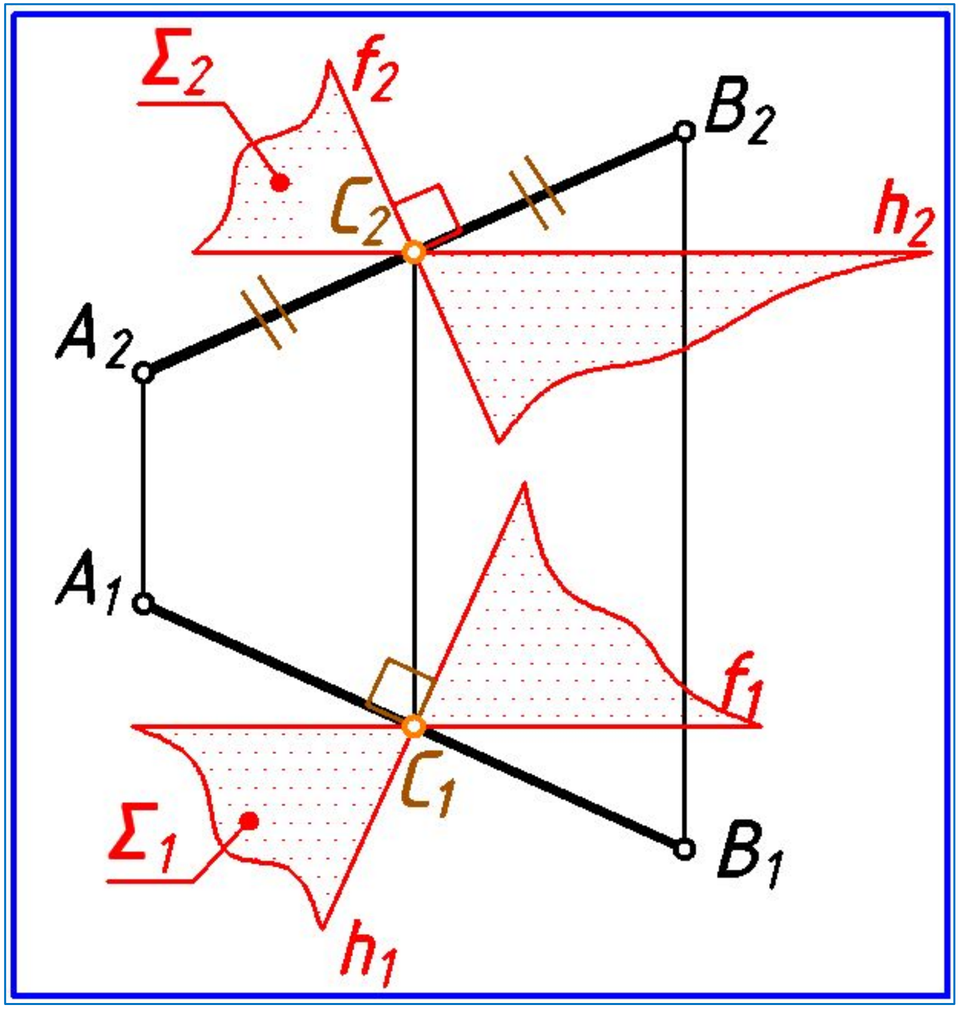
Множество точек, равноудаленных от концов отрезка **[AB]**

Прямой угол проецируется на $П_1$ без искажения, когда его сторона параллельна $П_1$ (является горизонталью). Из точки **C** проводим горизонталь $\boldsymbol{h_1} \perp$ $\boldsymbol{A_1B_1}$.

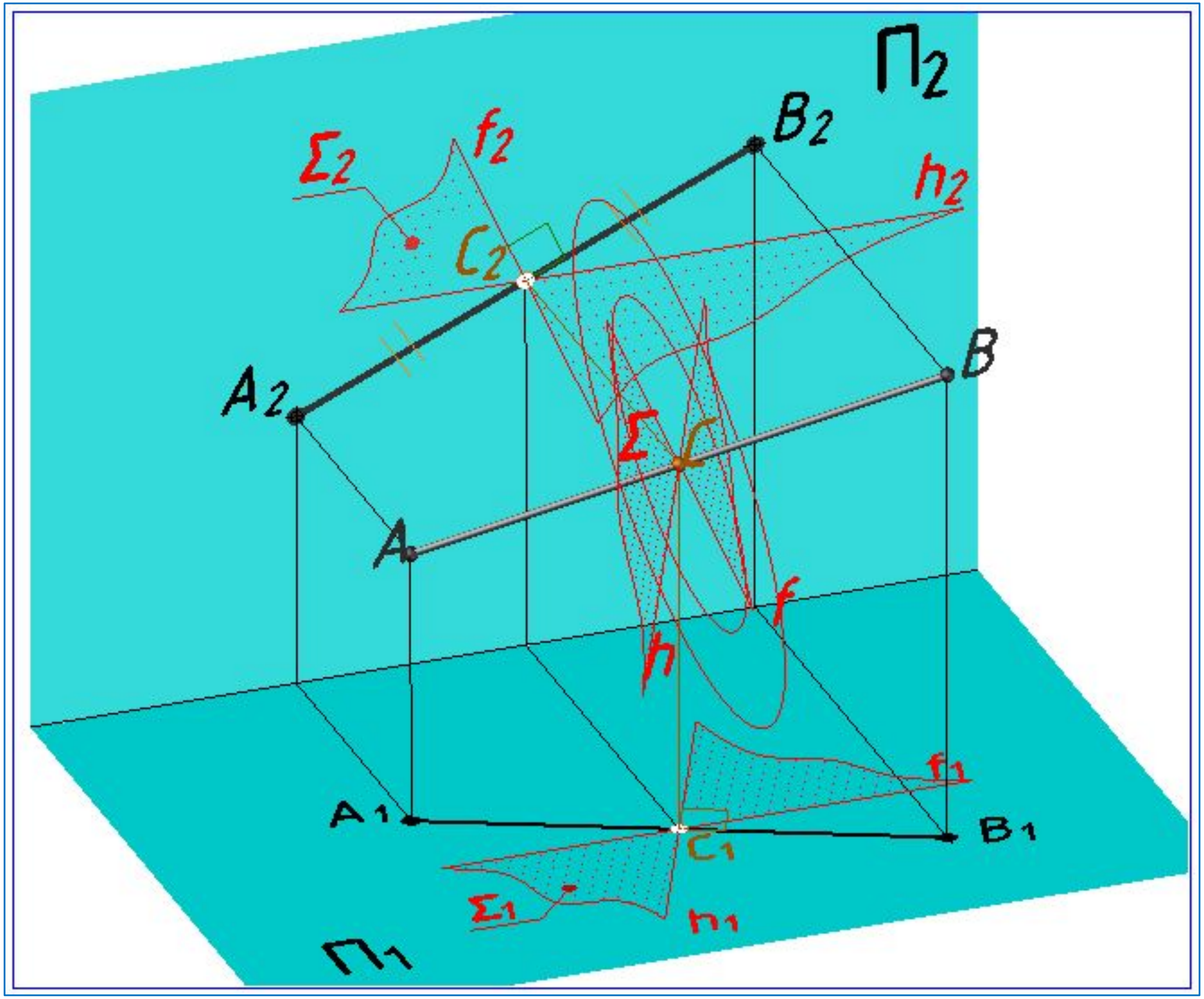


Множество точек, равноудаленных от концов отрезка **[AB]** есть плоскость $\boldsymbol{\Sigma(h \cap f)} \perp \boldsymbol{AB}$

Прямой угол проецируется на $П_2$ без искажения, когда его сторона параллельна $П_2$ (является фронталью).
Из проекции C_2 точки C проводим фронталь $f_2 \perp A_2B_1$.
Множество точек пространства, равноудаленных от двух точек **_A_** и **_B_**, есть плоскость $C \in \Sigma(h \cap f) \perp AB$, $|AC|=|BC|$



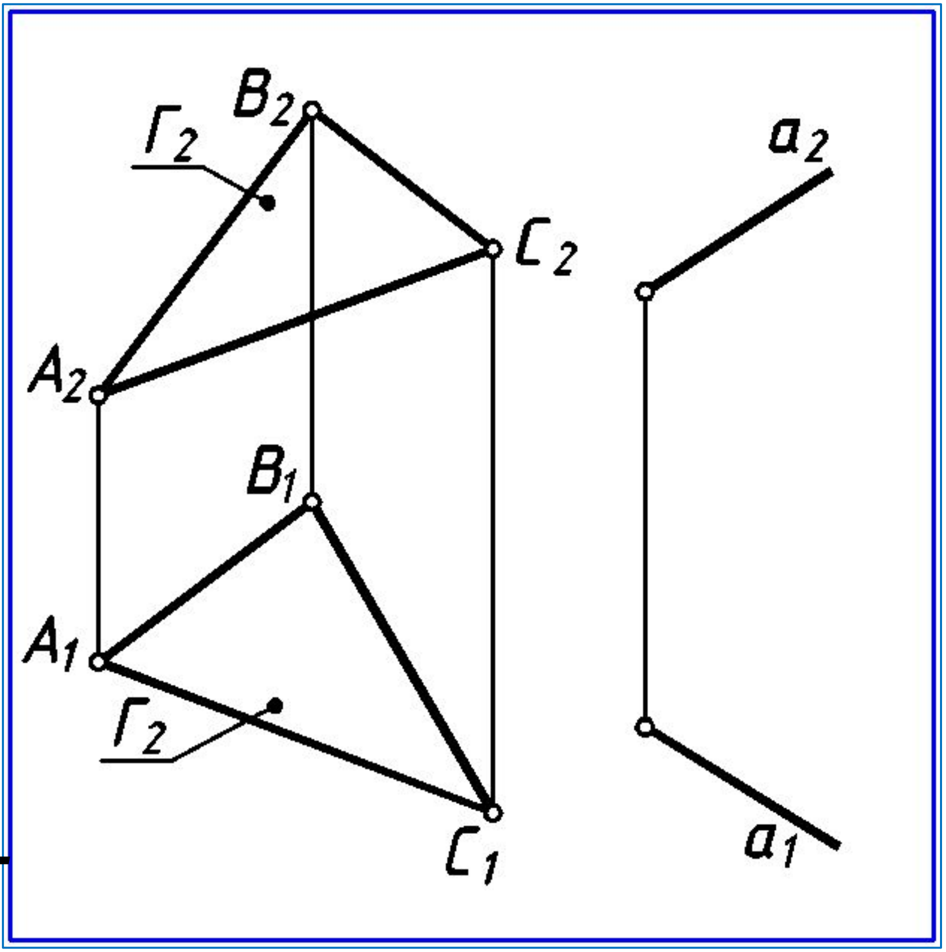
Множество точек, равноудаленных от концов отрезка **[AB]** есть плоскость ***Σ(h∩f)*** ⊥ ***AB***



Задачи

Задача. Через прямую ***a*(*a*$_1$ *a*$_2$)** провести плоскость **Σ** перпендикулярную к плоскости ***Г*(АВС)** общего положения.

- Если плоскость проходит через перпендикуляр к другой плоскости, то она перпендикулярна этой плоскости.
- Плоскость **Σ** зададим двумя пересекающимися прямыми: заданной ***a*** и прямой ***b***, перпендикулярной плоскости ***Г* (АВС)**.

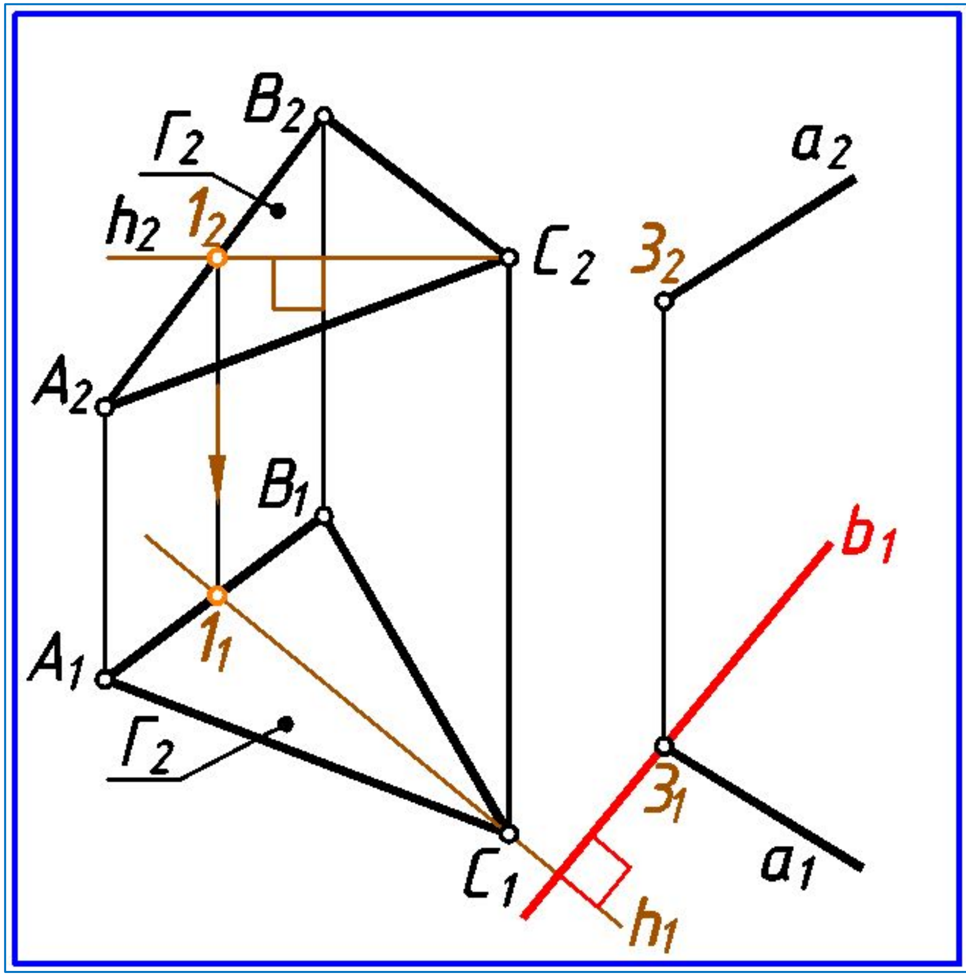


Построение горизонтальной проекции перпендикуляра к плоскости ***Г(ABC)***

- Находим **горизонталь *h*(*h*$_1$ *h*$_2$)** в плоскости ***Г***.
- Строим горизонтальную проекцию ***b***$_1$ прямой ***b***.
- Через проекцию точки ***3***, принадлежащую прямой ***a***, проводим горизонтальную проекцию ***b***$_1$ прямой ***b***, перпендикулярно горизонтальн… и горизонтали:

b∩***a***=***3***

$$b_1 \perp h_1$$

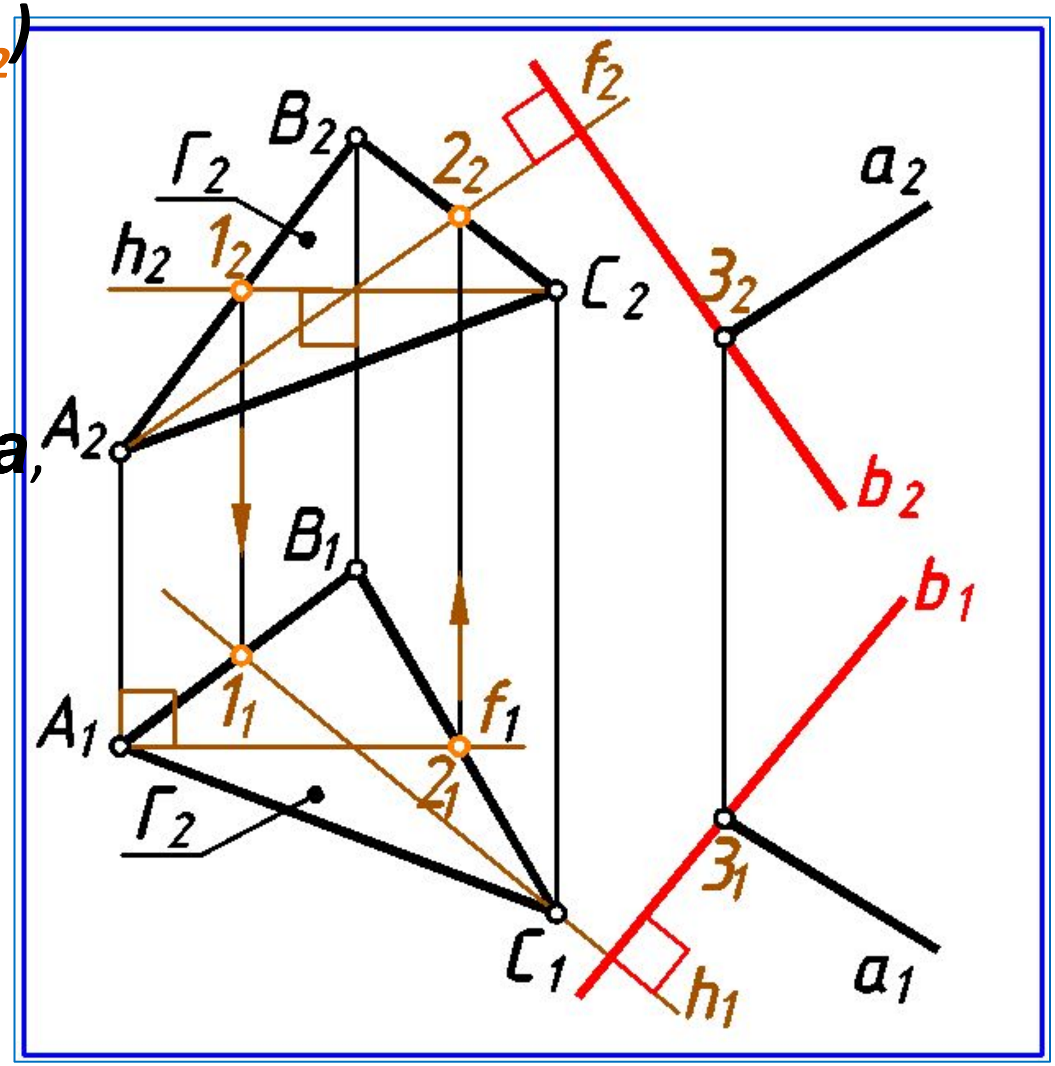


Построение фронтальной проекции перпендикуляра к плоскости *Г(ABC)*

- Находим **фронталь** ***f(f₁ f₂)*** в плоскости ***Г***.
- Строим фронтальную проекцию b_2 прямой ***b***.
- Через проекцию точки ***3,*** принадлежащую прямой ***a***, проводим фронтальную проекцию b_2 прямой ***b***, перпендикулярно фронтальной проекции фронтали:

$b \cap a = 3$

$$\boxed{b_2 \perp f_2}$$

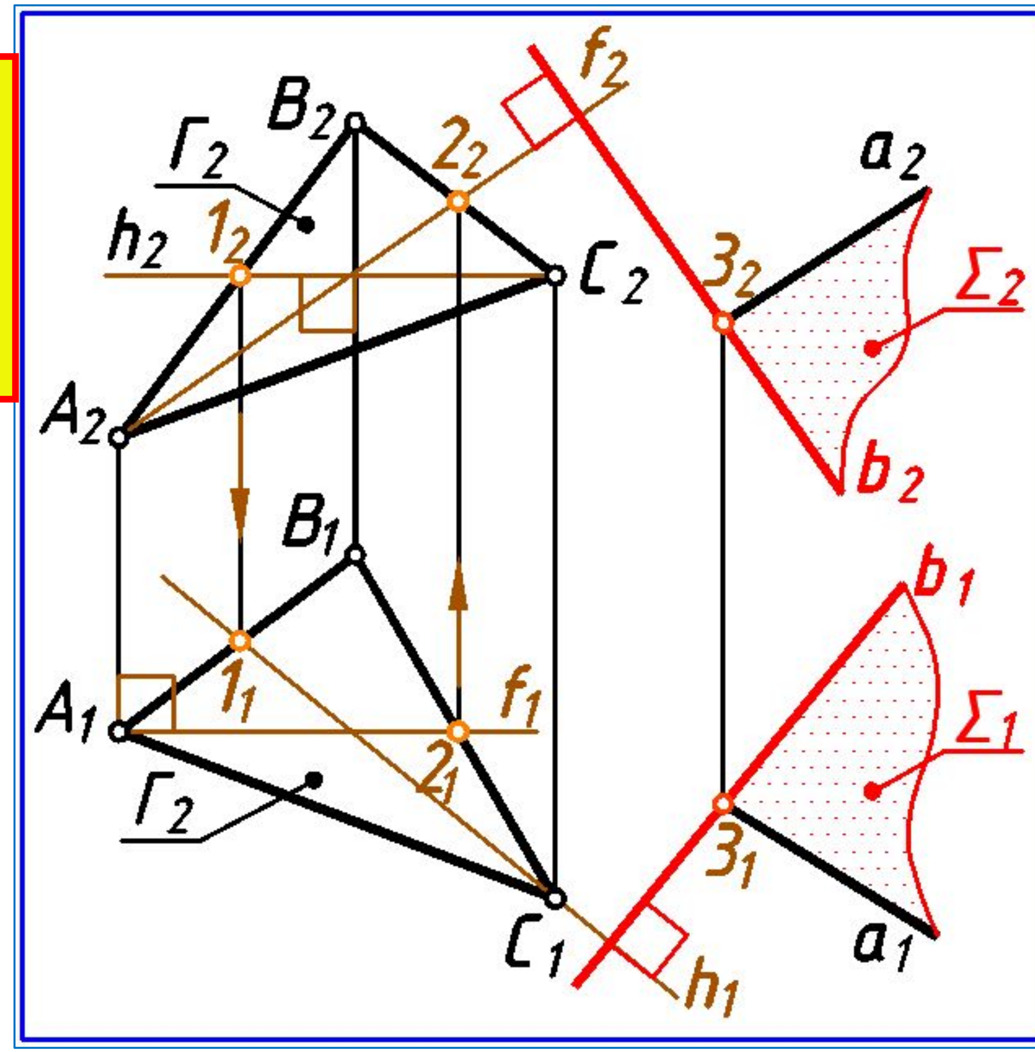


Плоскость **Σ** перпендикулярная плоскости ***Г*** ***(АВС)*** общего положения

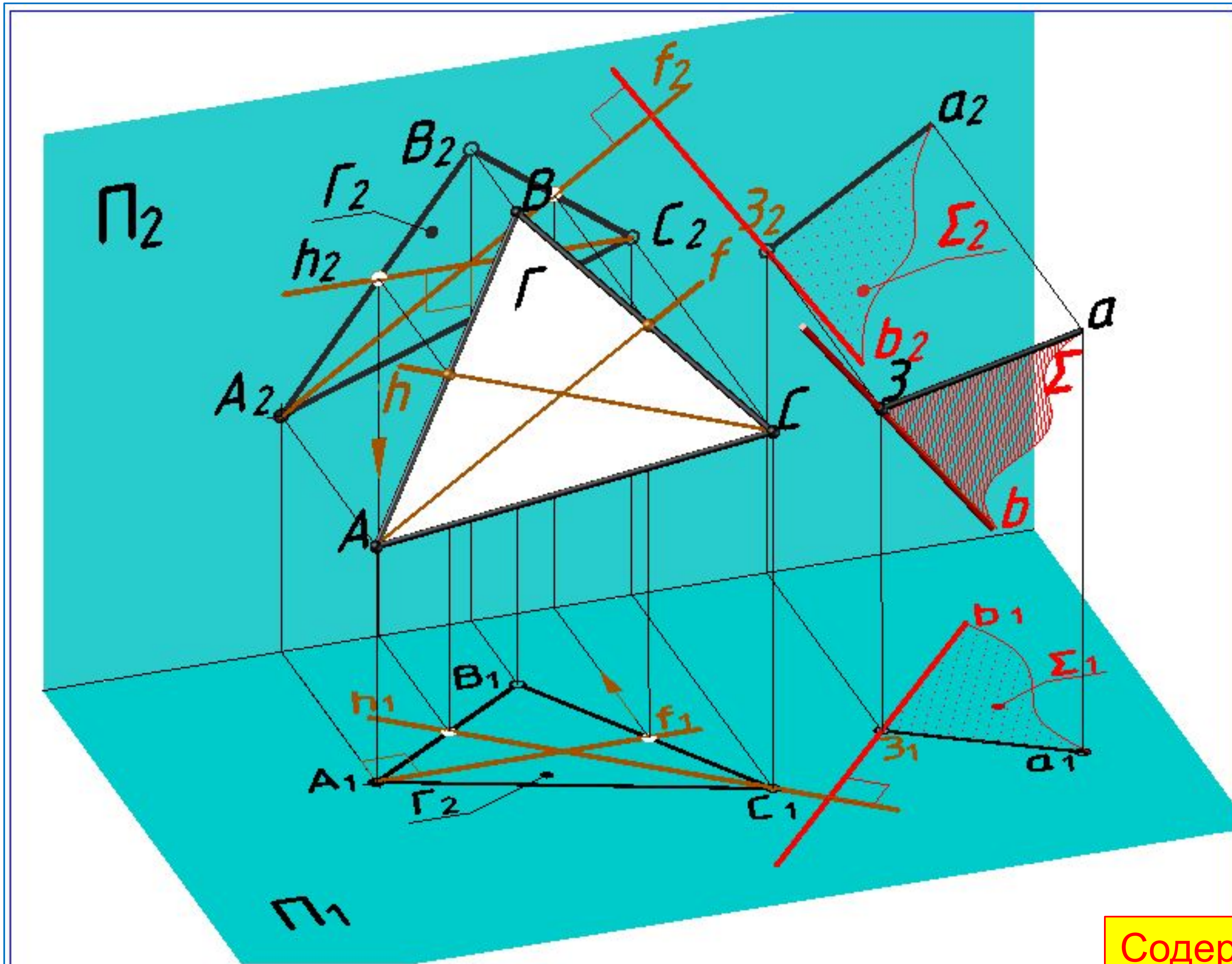
$b_1 \perp h_1 \wedge b_2 \perp f_2 \Rightarrow$

$b(b_1, b_2) \perp Г(f \cap h)$

Плоскость **Σ** проходит через перпендикуляр ***b*** к плоскости ***Г***. Следовательно плоскость **Σ** перпендикулярна плоскости ***Г***.



Плоскость **Σ(*a*∩*b*)** перпендикулярная плоскости ***Г (ABC)*** общего положения



Содержание