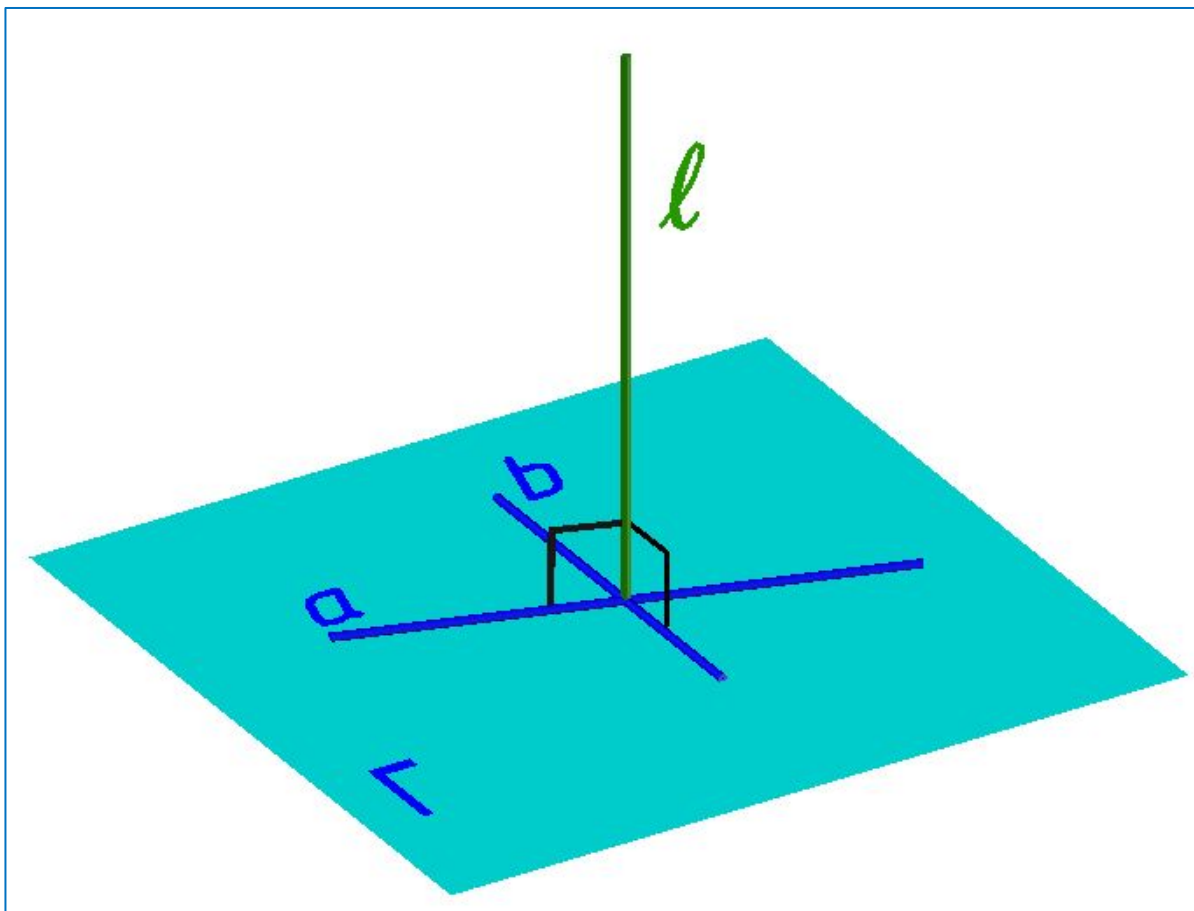


Взаимно перпендикулярные прямые и плоскости

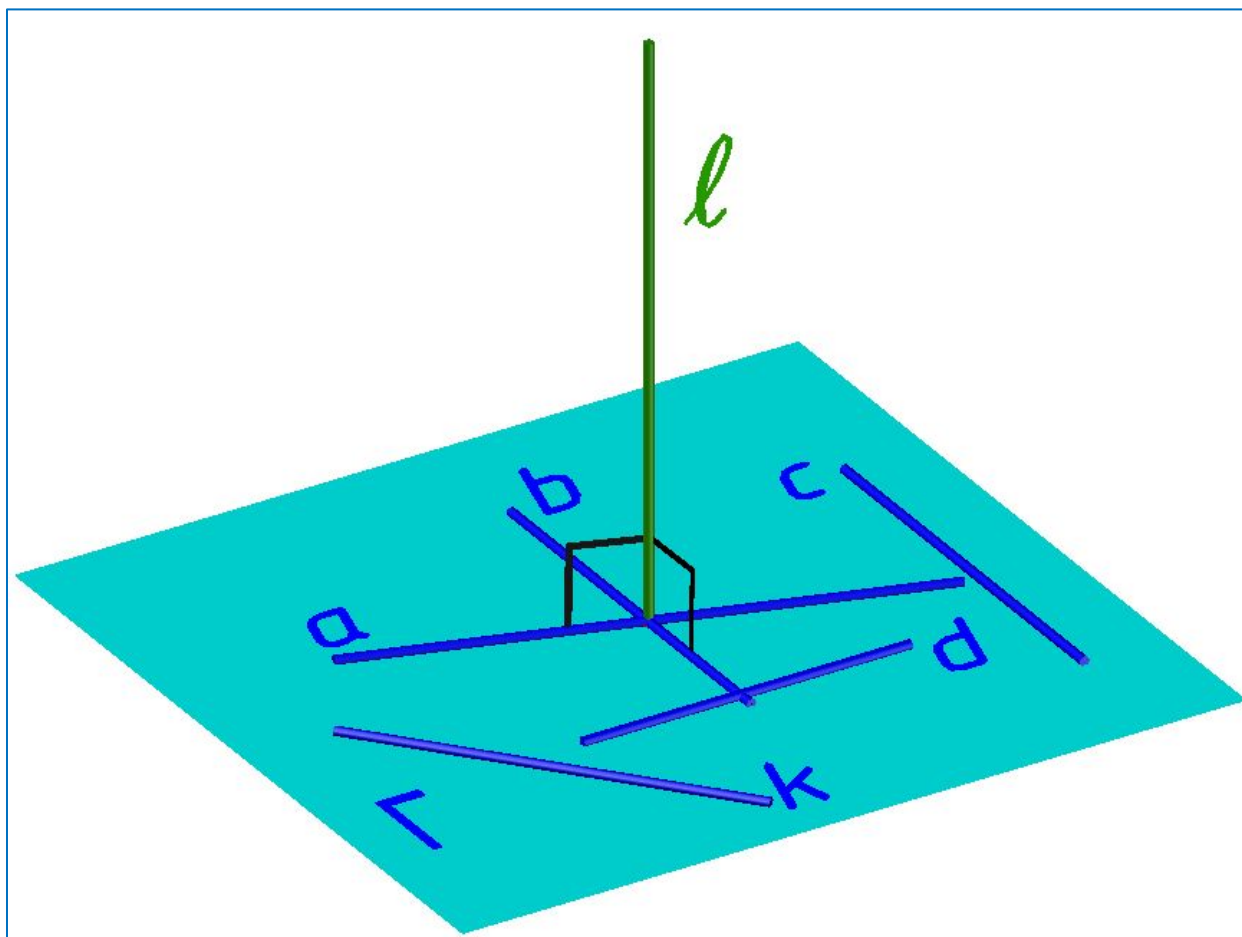
Признаки перпендикулярности

1. Две прямые перпендикулярны, если угол между ними равен 90°
2. Прямая перпендикулярна плоскости если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, принадлежащих плоскости
3. Прямая, перпендикулярная плоскости, перпендикулярна любой прямой, принадлежащей плоскости
4. Если плоскость проходит через перпендикуляр к другой плоскости, то она перпендикулярна этой плоскости

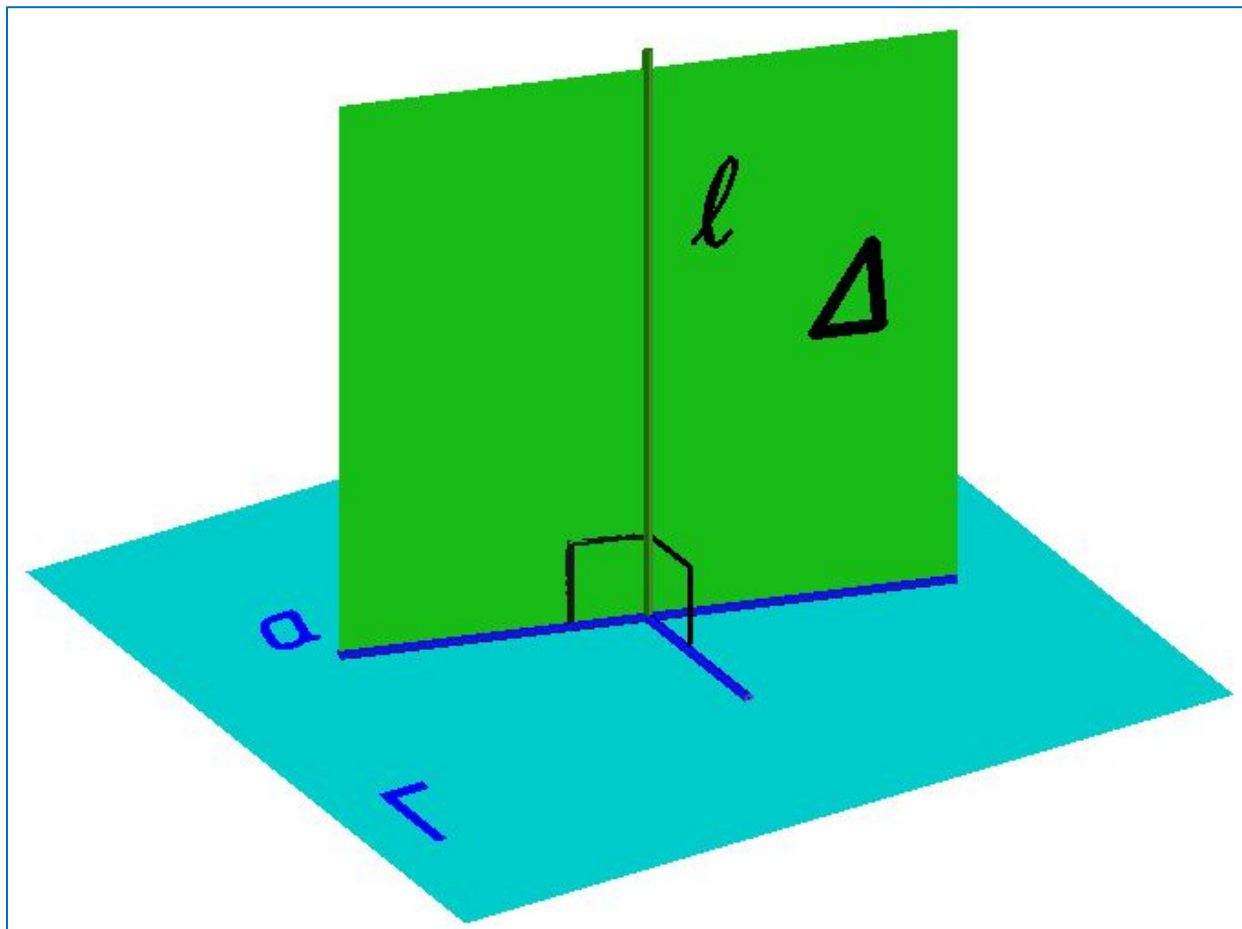
Прямая l перпендикулярна плоскости Γ если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым ($a \cap b$), принадлежащих плоскости



Прямая, перпендикулярная плоскости,
перпендикулярна любой прямой (a , b , c , k)
принадлежащей плоскости Γ



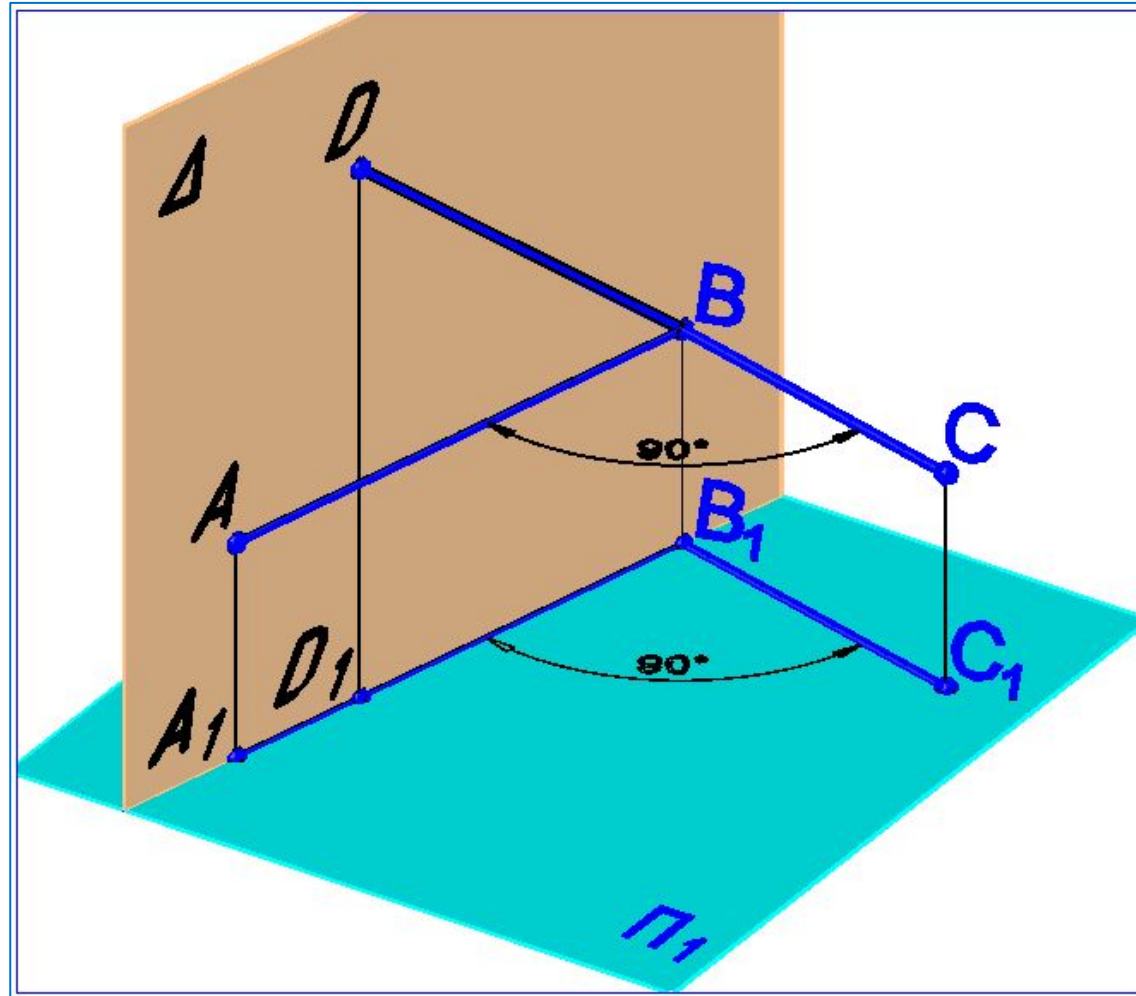
Если плоскость (Δ) проходит через перпендикуляр к другой плоскости (Γ), то она перпендикулярна этой плоскости ($\Delta \perp \Gamma$)



Проекции прямого угла

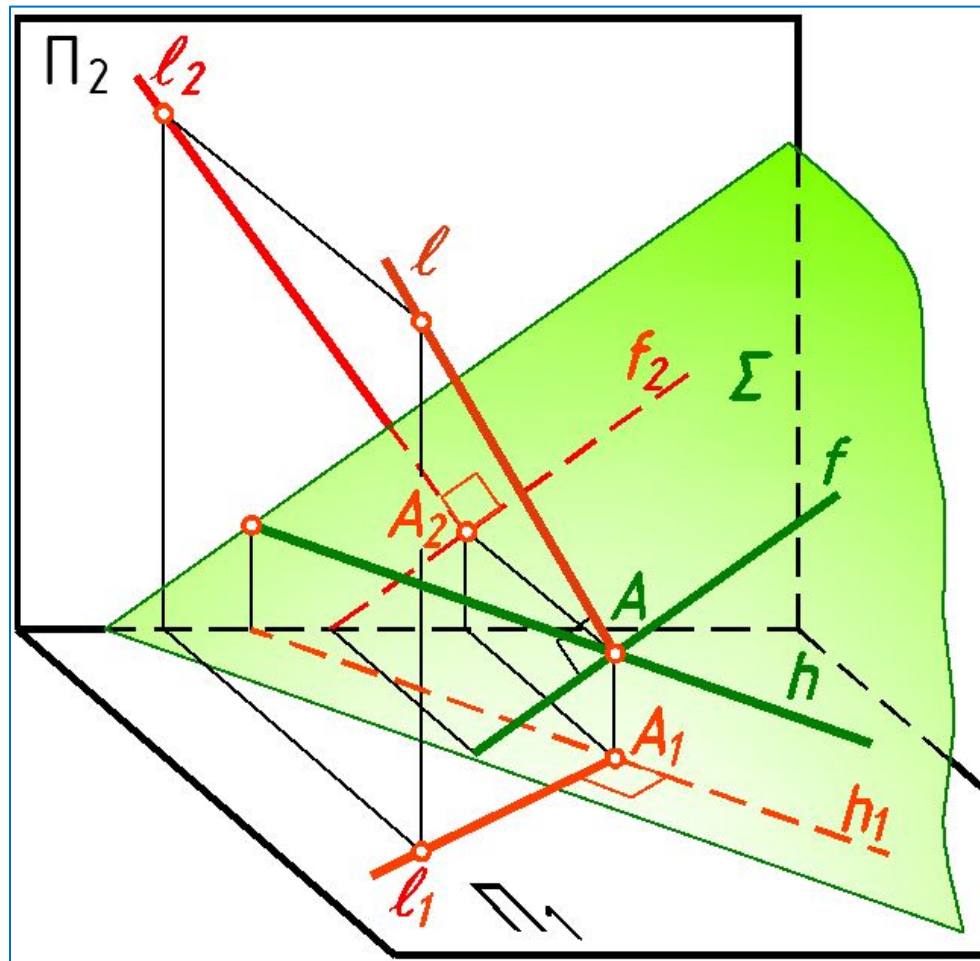
Теорема №1

Если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а вторая является прямой общего положения, то прямой угол проецируется на эту плоскость проекций без искажения, т. е. в прямой угол



Прямая, перпендикулярная к плоскости общего положения. Теорема №2

Если прямая перпендикулярна к плоскости, то на комплексном чертеже горизонтальная проекция прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция прямой перпендикулярна фронтальной проекции фронтали

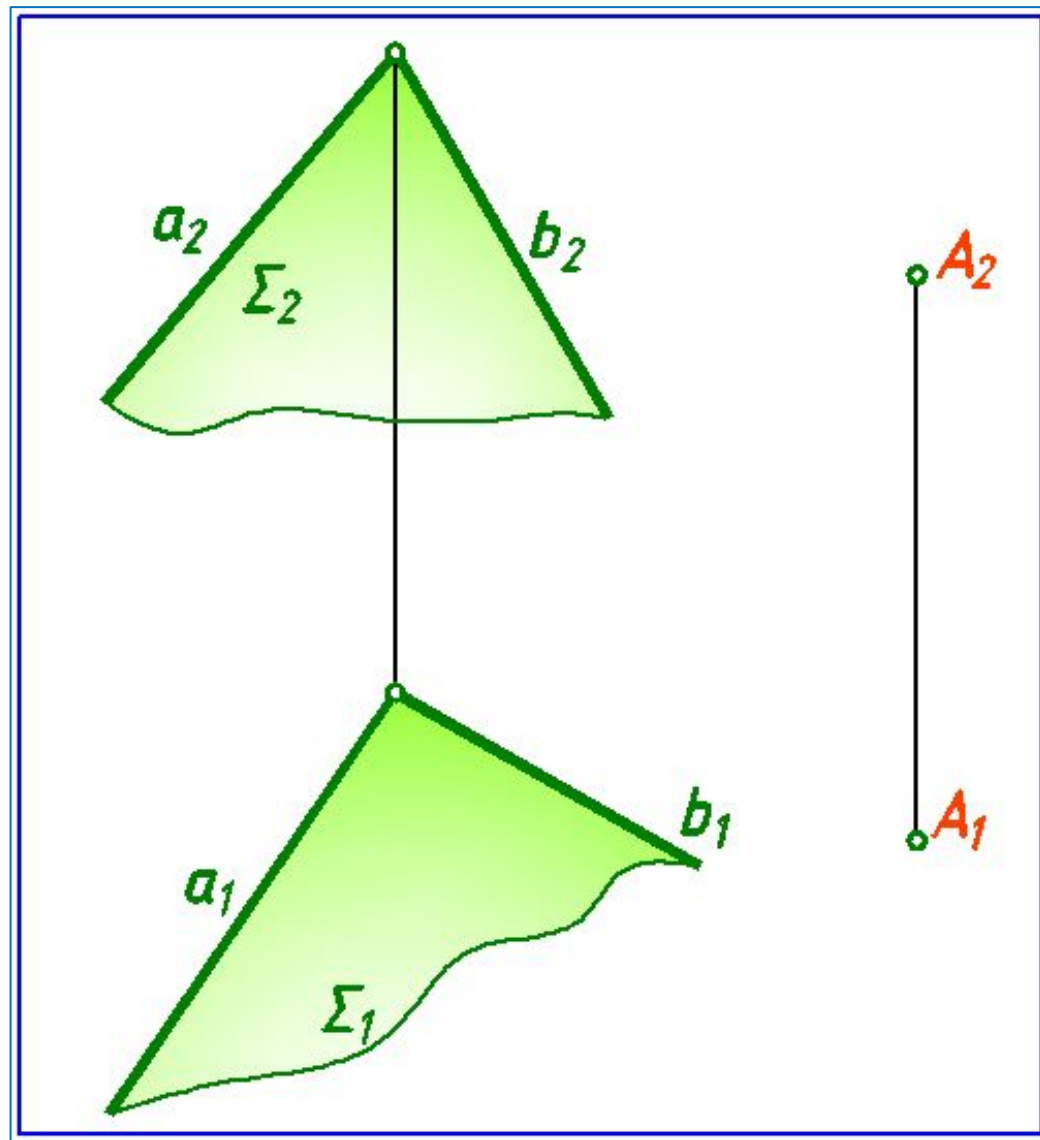


$$l(l_1, l_2) \perp \Sigma(f \cap h) \Rightarrow l_1 \perp h_1 \wedge l_2 \perp f_2$$

$l \perp f$

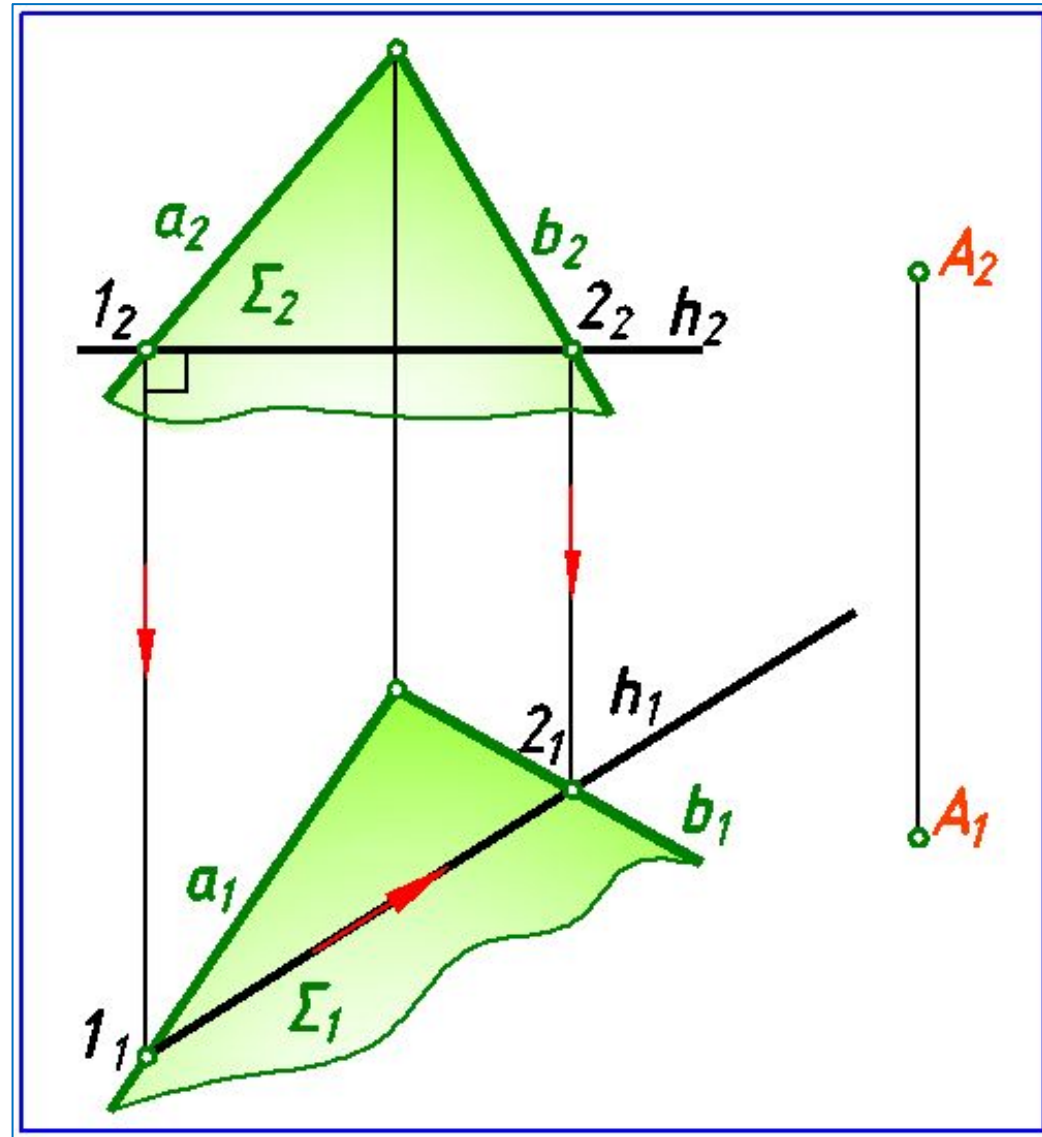
Основные задачи

Задача. Опустить перпендикуляр $l(l_1 l_2)$ из точки A на плоскость общего положения Σ ($a \cap b$).



Опустить перпендикуляр $l(l_1 l_2)$ из точки A на плоскость общего положения $\Sigma(a \cap b)$

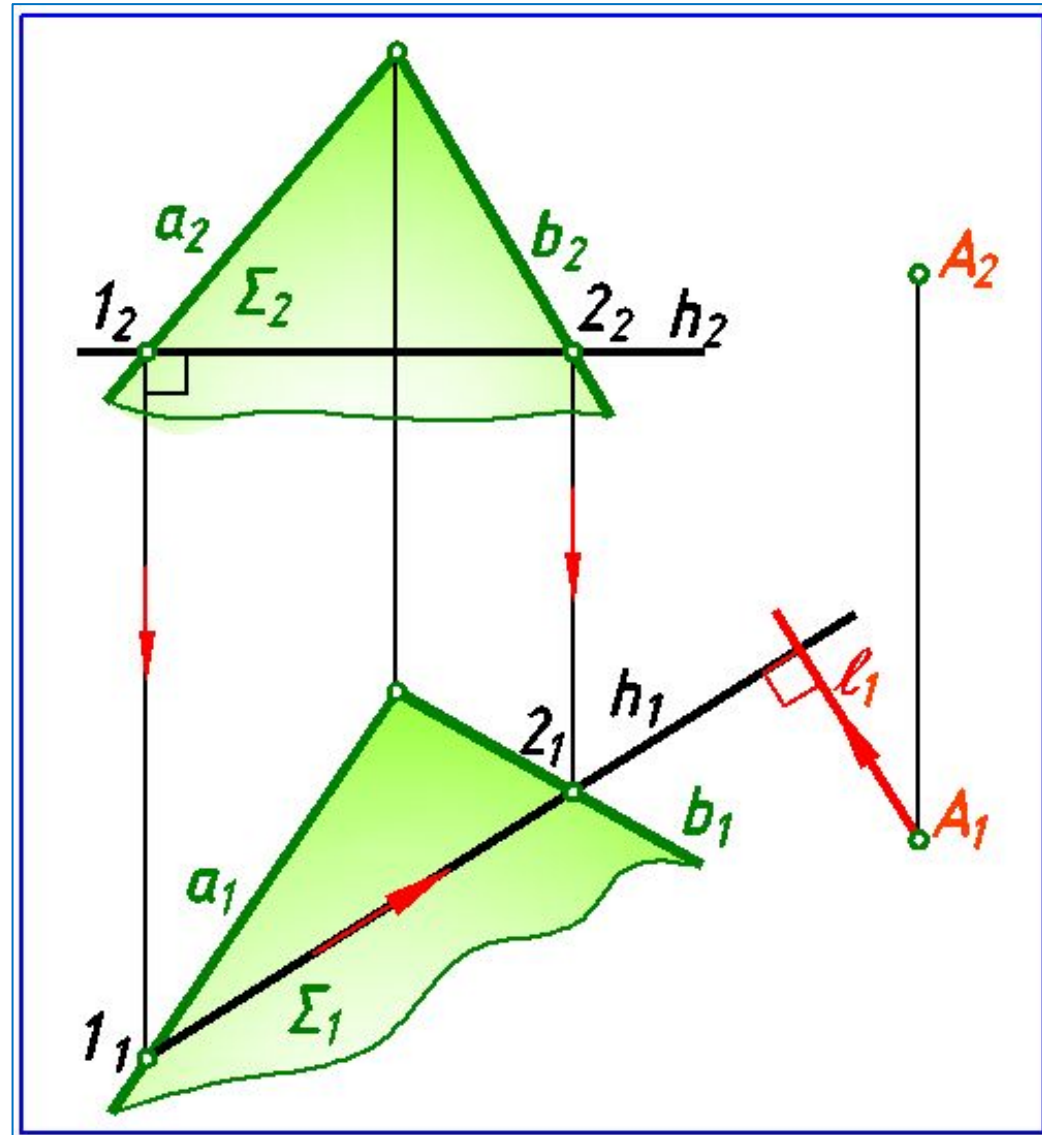
1. В плоскости $\Sigma(a \cap b)$ проводим горизонталь $h(h_1 h_2)$.



Опустить перпендикуляр $l(l_1, l_2)$ из точки A на плоскость общего положения $\Sigma(a \cap b)$

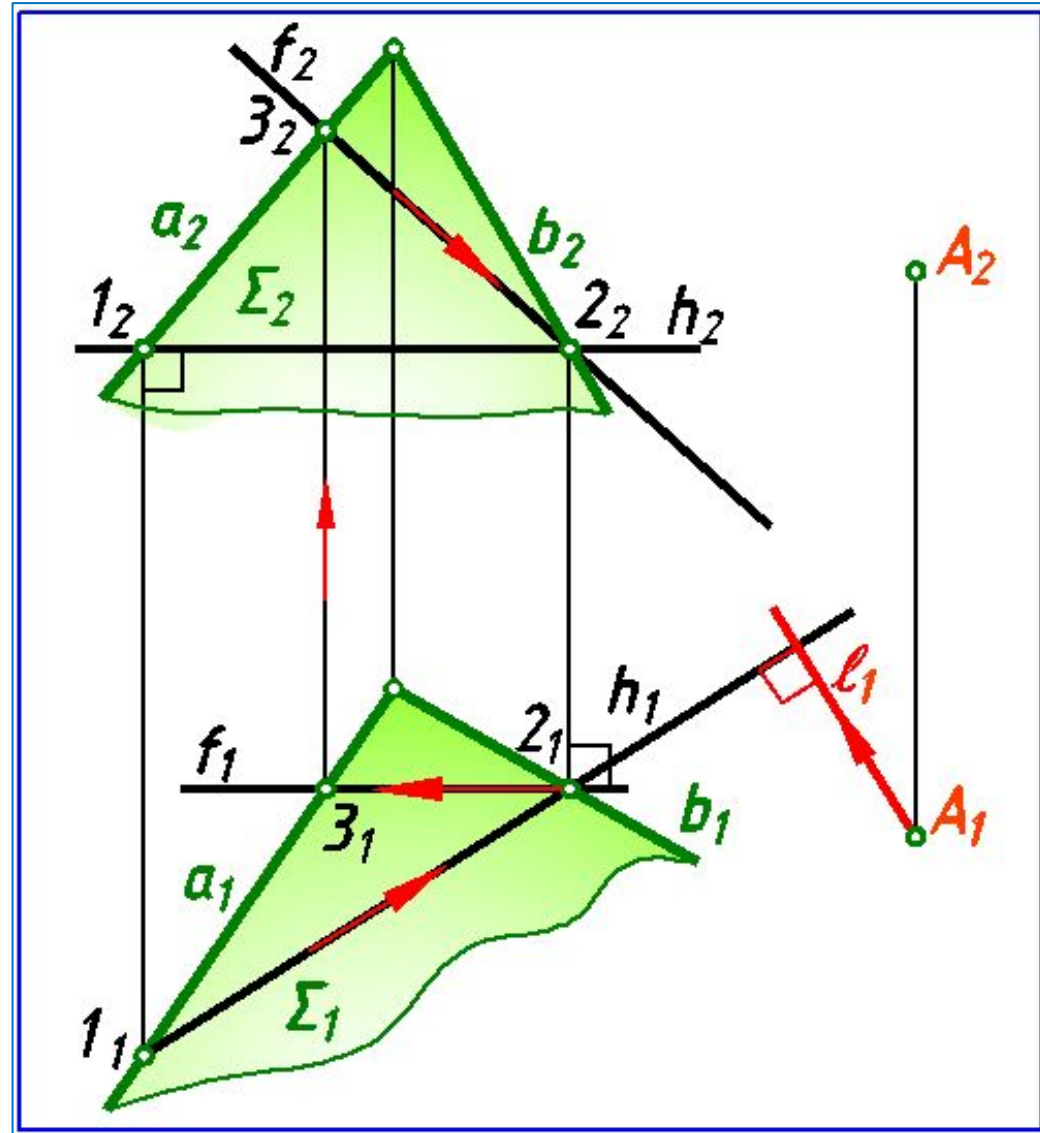
2. Согласно теореме №2 из A_1 проводим горизонтальную проекцию l_1 перпендикуляра l .

$$l_1 \perp h_1$$



Опустить перпендикуляр $l(l_1, l_2)$ из точки A на плоскость общего положения $\Sigma(a \cap b)$

3. В плоскости $\Sigma(a \cap b)$ проводим фронталь $f(f_1, f_2)$.

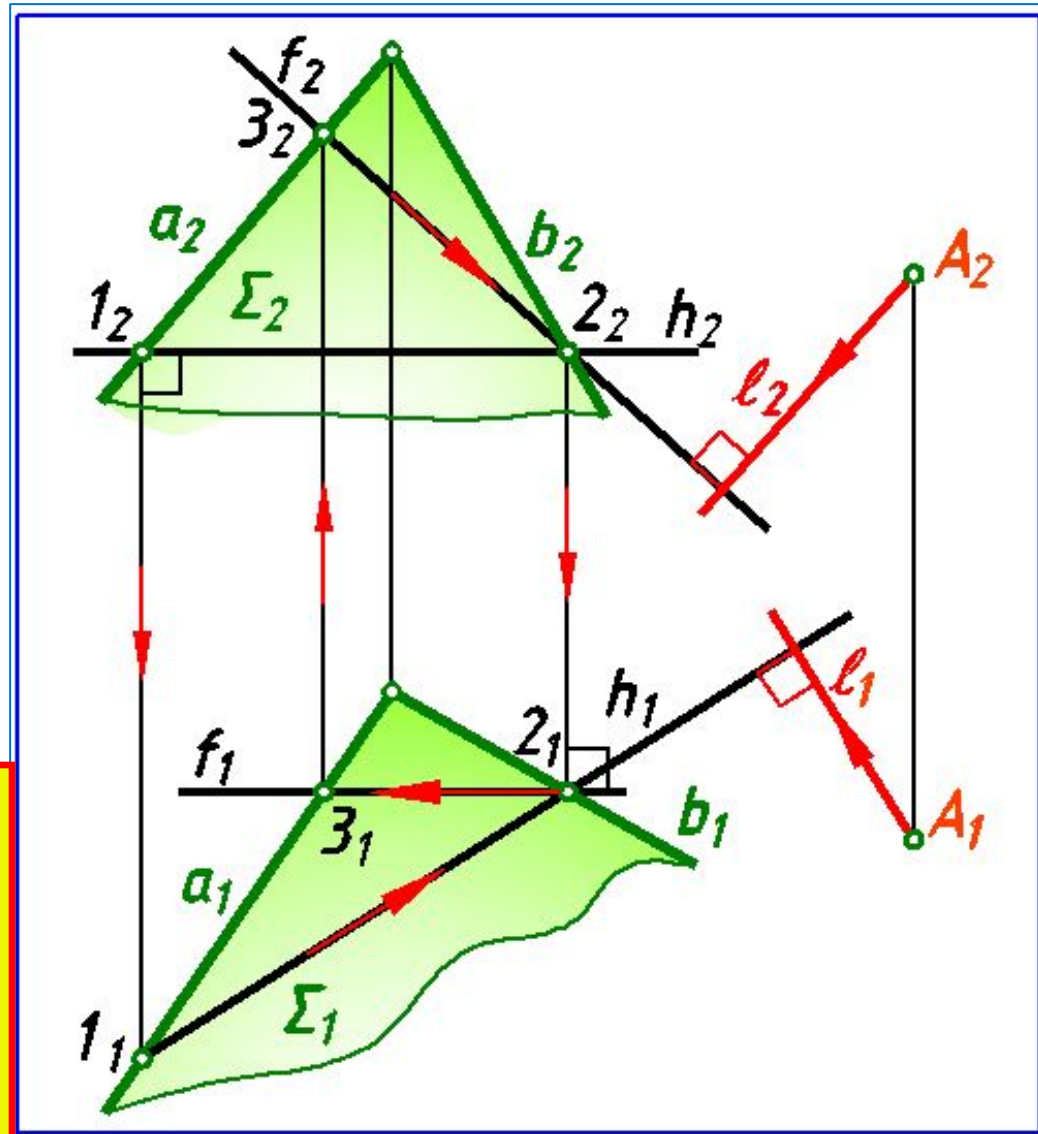


Опустить перпендикуляр $l(l_1, l_2)$ из точки A на плоскость общего положения $\Sigma(a \cap b)$

4. Согласно теореме №2 из A_2 проводим фронтальную проекцию перпендикуляра l_2 .

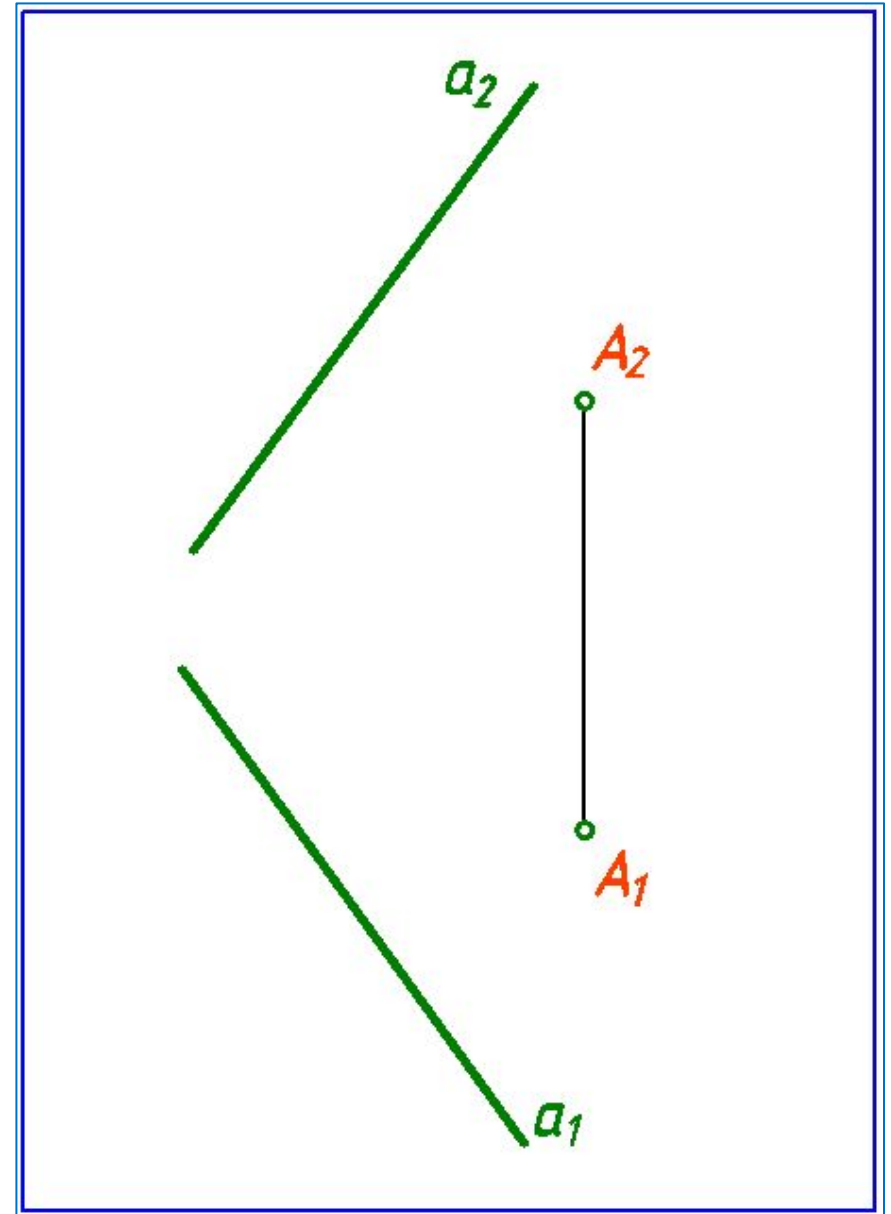
$$l_2 \perp f_2$$

$$l_1 \perp h_1 \wedge l_2 \perp f_2 \Rightarrow$$



Основные задачи

Задача. Через точку A провести плоскость Γ перпендикулярную прямой $a(a_1, a_2)$ общего положения.

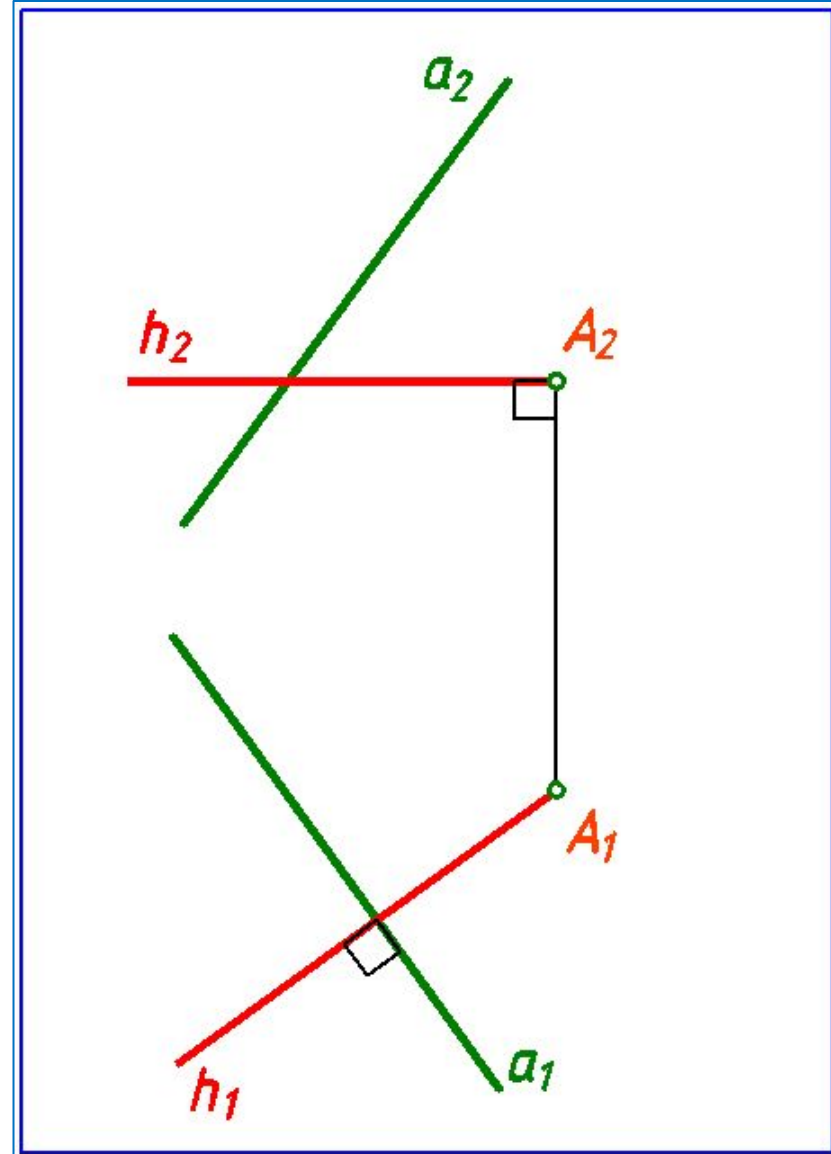


Через точку A провести плоскость Γ
перпендикулярную прямой $a(a_1 a_2)$

Плоскость Γ зададим
горизонталью и фронталью,
перпендикулярными
прямой a .

1. Через точку A проводим
горизонталь $h(h_1 h_2)$,
перпендикулярную прямой
 $a(a_1 a_2)$ общего положения:

$$h_1 \perp a$$



Через точку A провести плоскость Γ
 перпендикулярную прямой $a(a_1 a_2)$

2. Через точку A проводим
 фронталь $f(f_1 f_2)$,
 перпендикулярную прямой
 $a(a_1 a_2)$ общего положения.

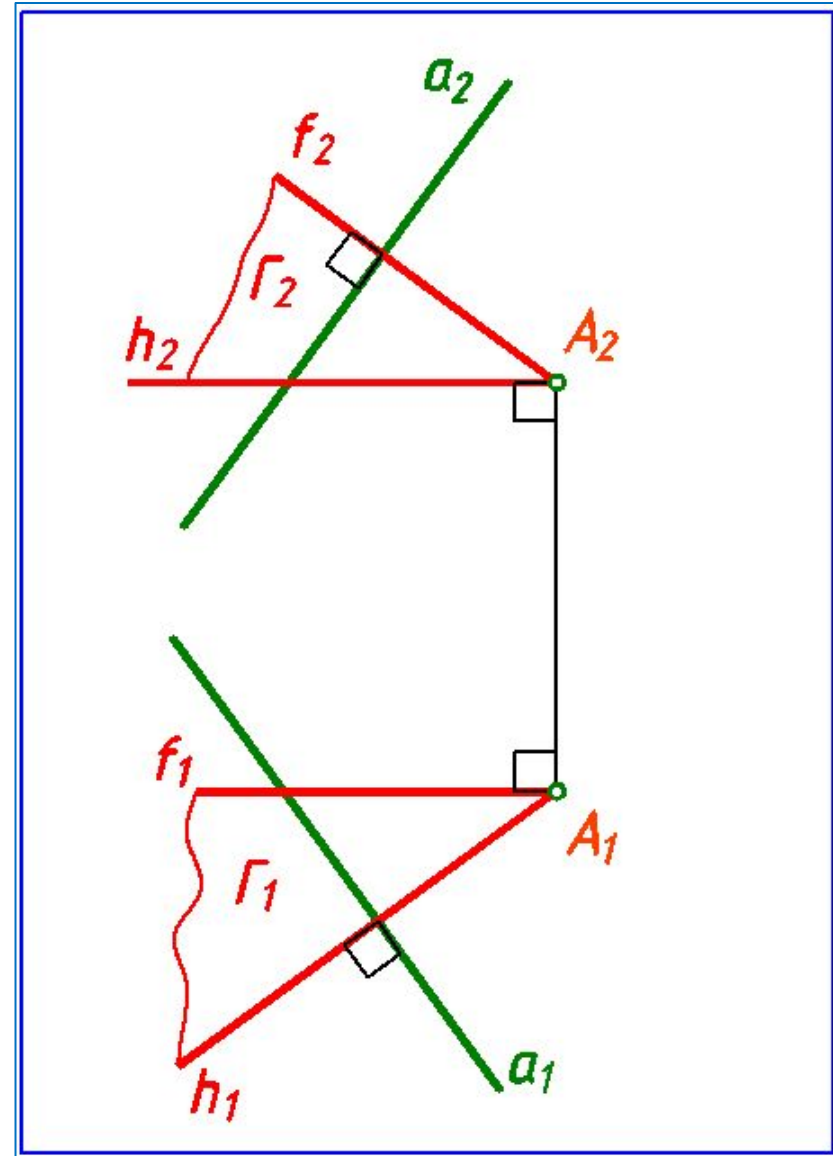


$$f_2 \perp a_2$$

$$h_1 \perp a_1 \wedge f_2 \perp a_2$$

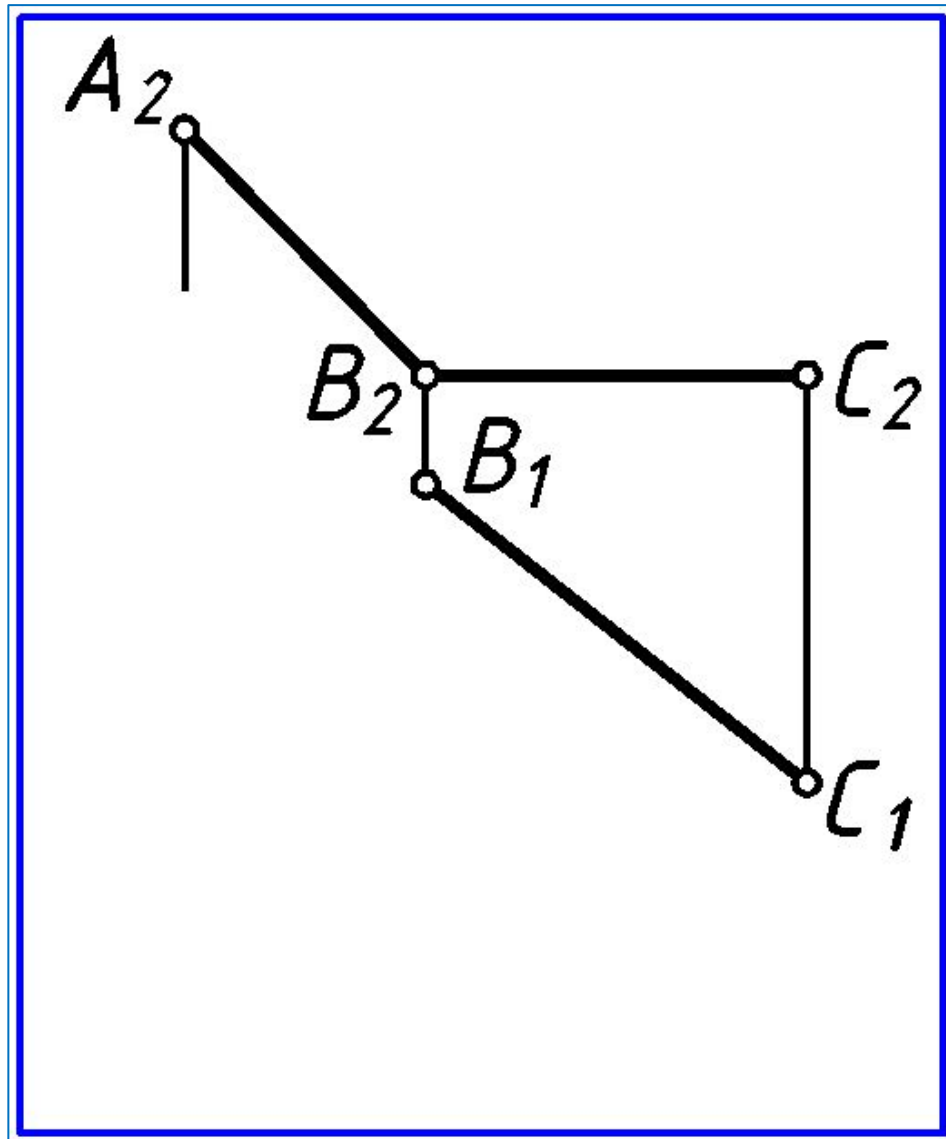
$$\Rightarrow$$

$$\Gamma(f \cap h) \perp a(a_1 a_2)$$



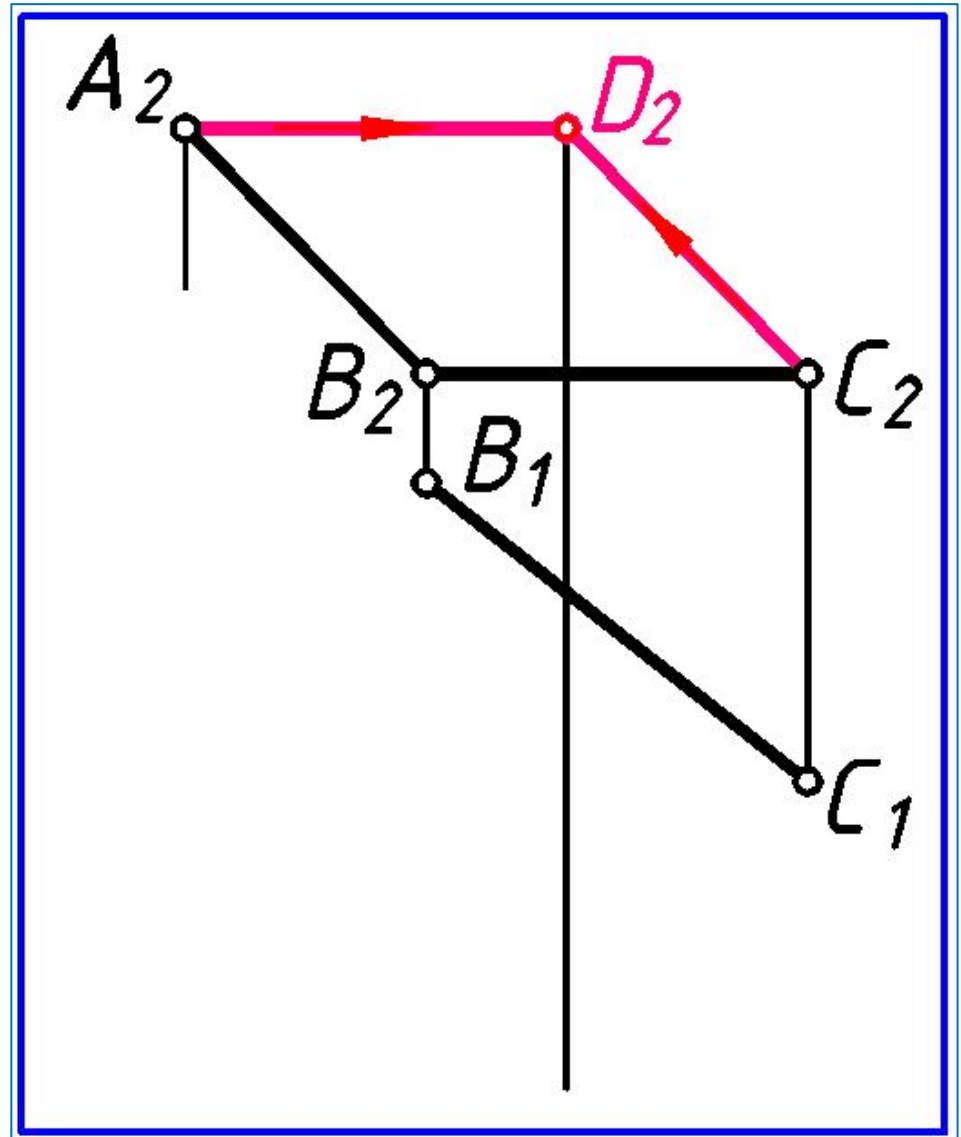
Задачи

Задача. Построить
прямоугольник $ABCD$.



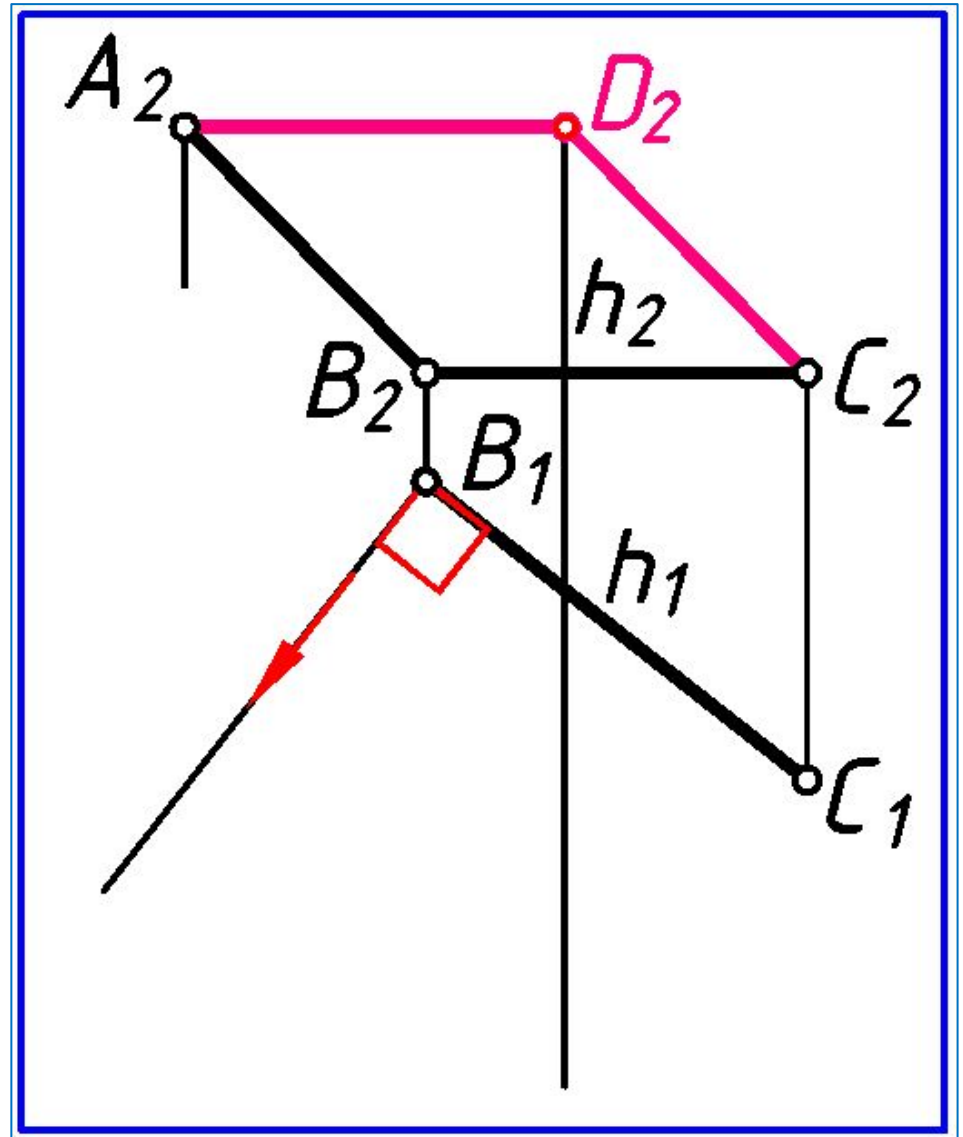
Построение фронтальной проекции прямоугольника $ABCD$

У прямоугольника
стороны равны и
параллельны
($AD \parallel BC$, $DC \parallel AB$).



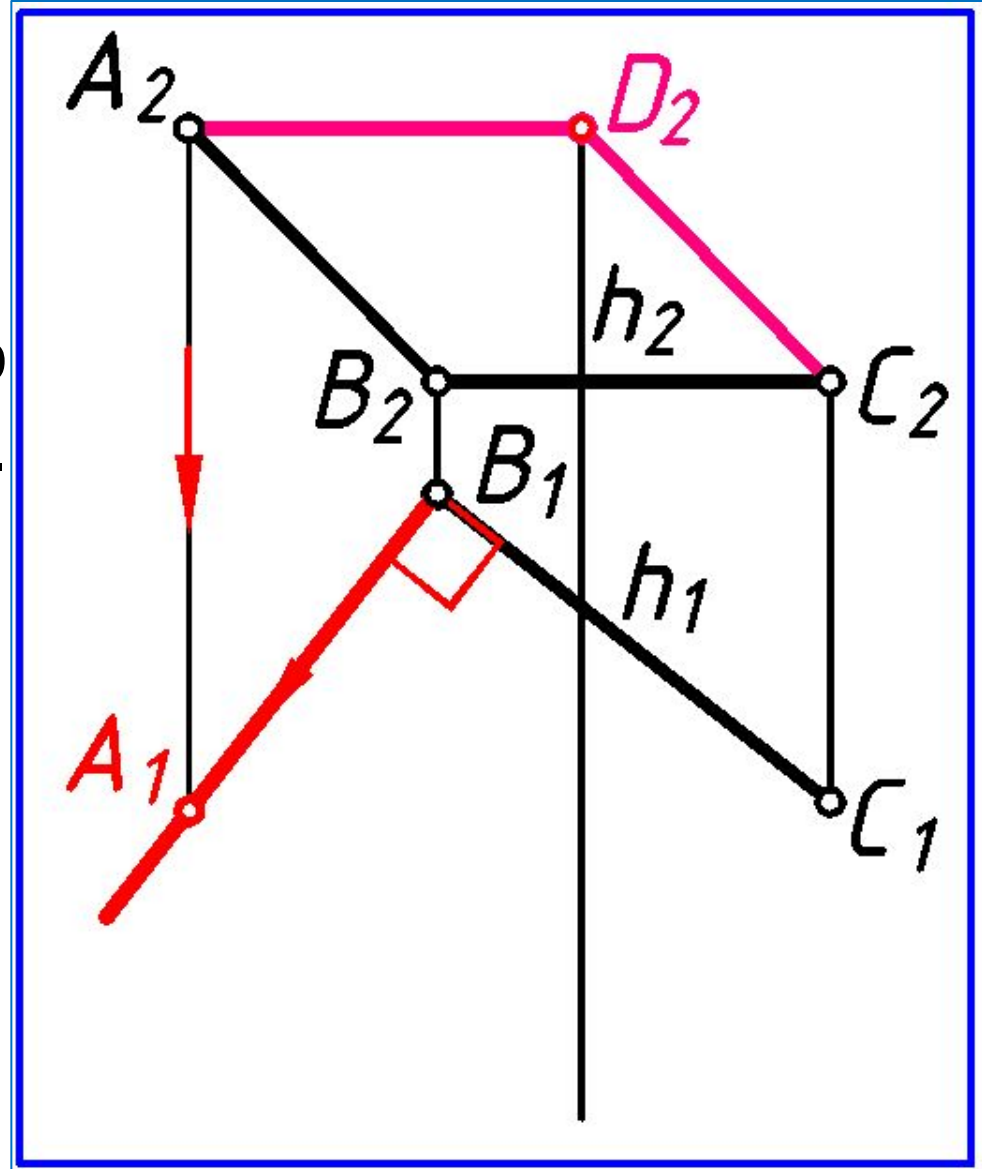
Построение **горизонтальной** проекции прямоугольника ***ABCD***

Прямой угол
проецируется на Π_1
без искажения,
когда его сторона
параллельна Π_1
(является
горизонталью).



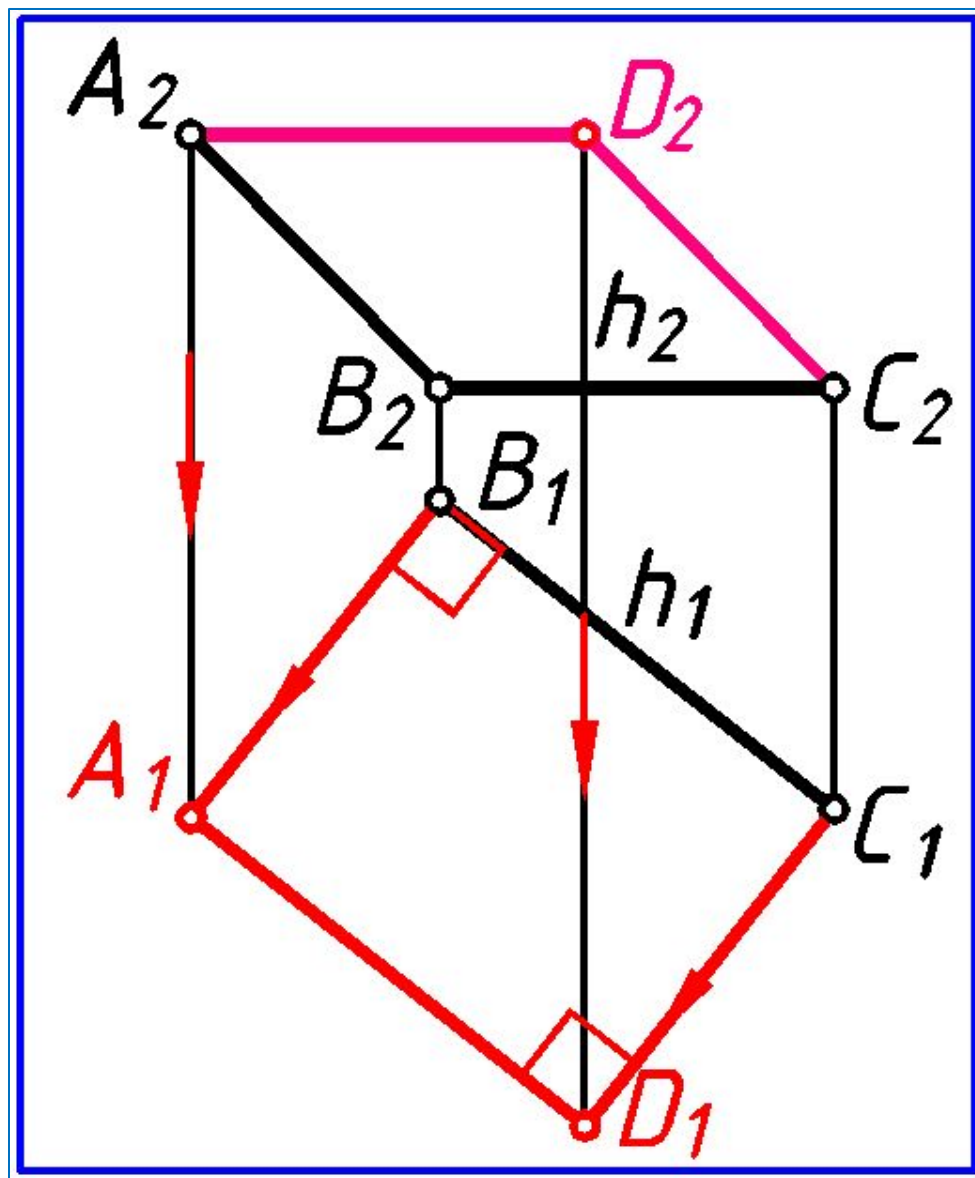
Построение **горизонтальной** проекции прямоугольника ***ABCD***

По линии связи по
принадлежности
находим горизонтальную
проекцию ***A₁*** вершины ***A***.

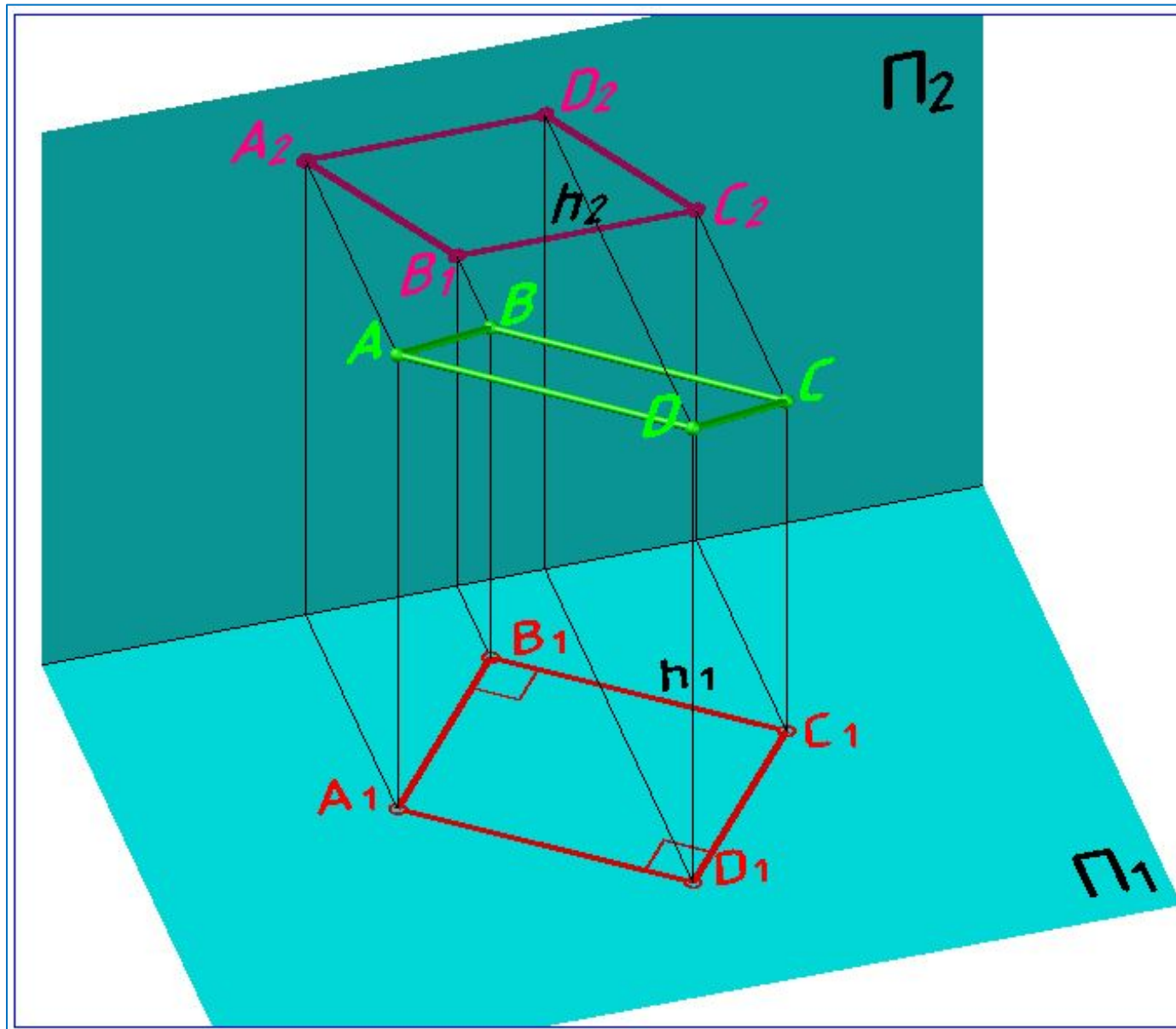


Построение **горизонтальной** проекции прямоугольника ***ABCD***

У параллельных прямых соответствующие проекции параллельны ($A_1D_1 \parallel B_1C_1$, $D_1C_1 \parallel A_1B_1$)
По линии связи по принадлежности находим горизонтальную проекцию D_1 вершины D .

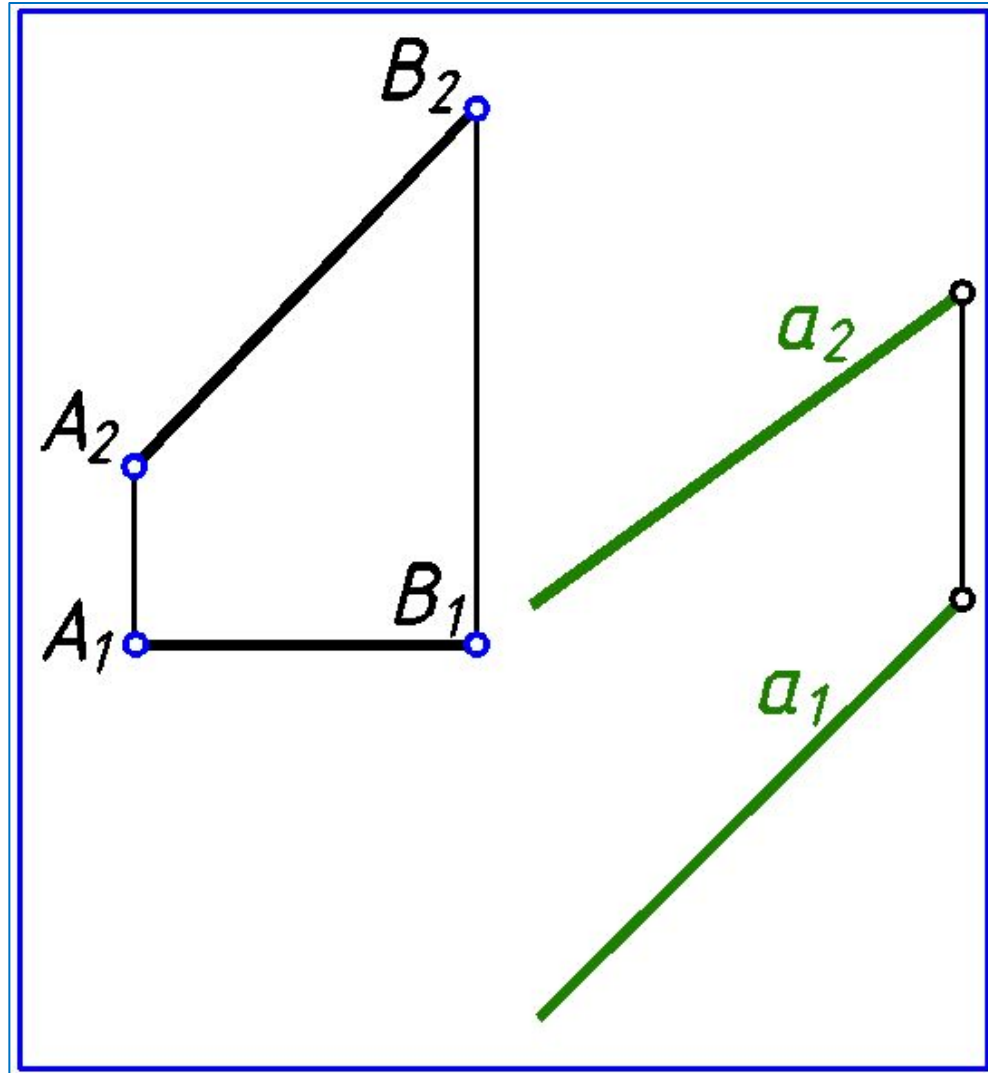


Прямоугольник $ABCD$



Задачи

Задача. Построить равнобедренный треугольник ABC с основанием AB и вершиной C на прямой a .



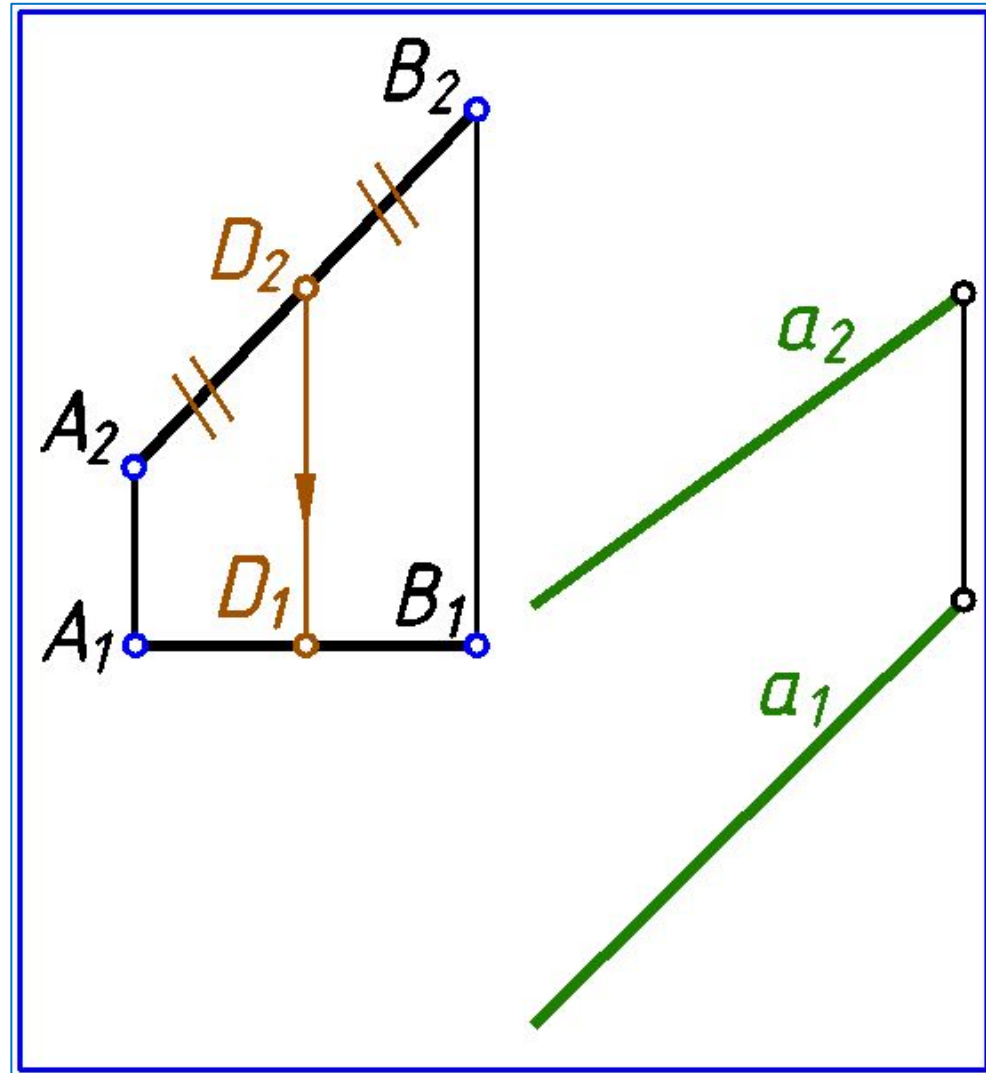
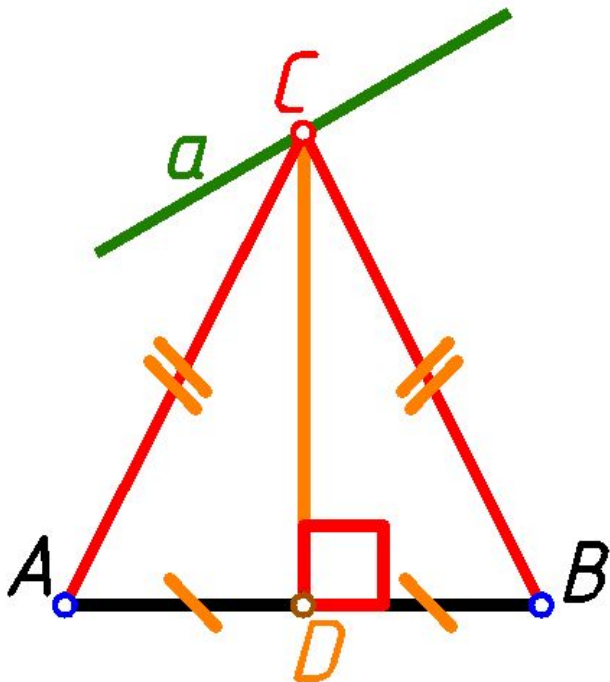
Нахождение середины основания треугольника ABC

Высота CD

равнобедренного
треугольника ABC

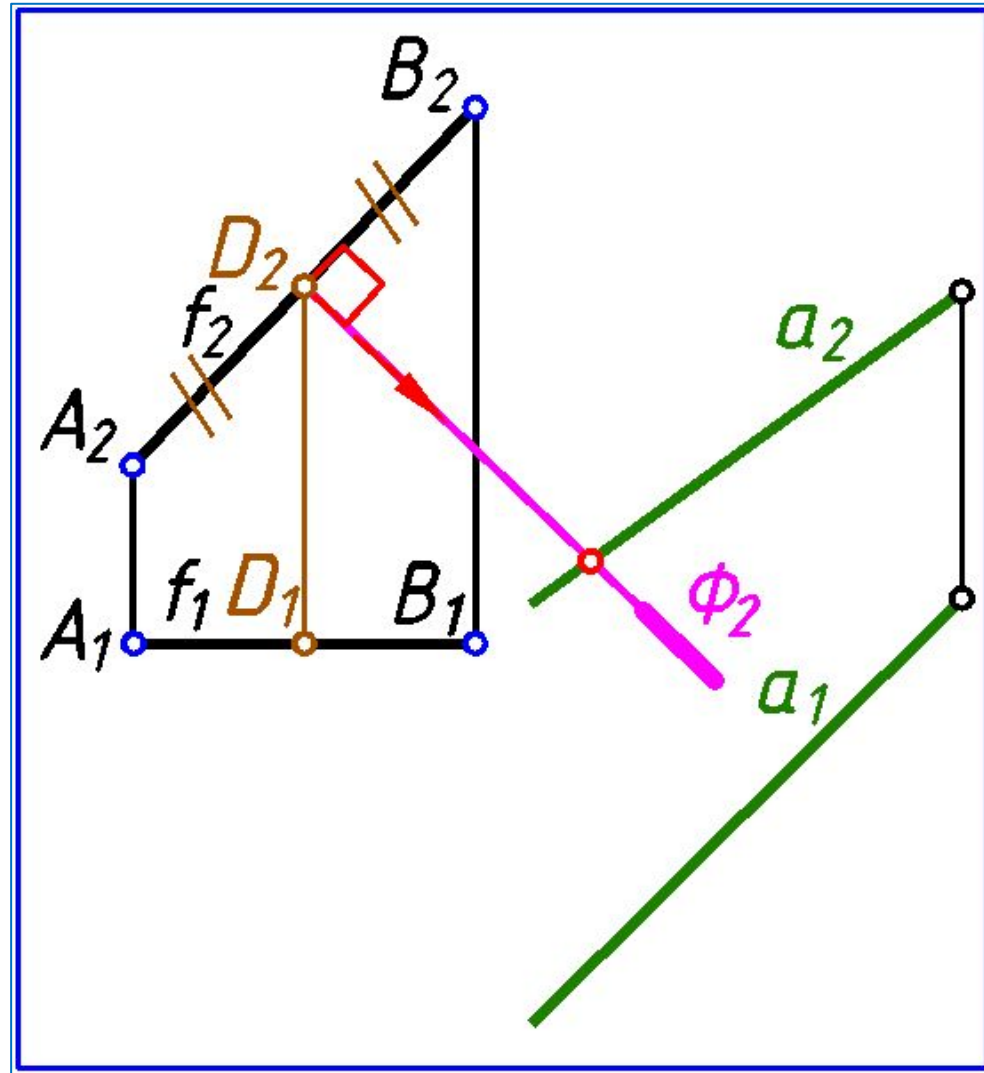
делит основание AB на
две равные части

$|AD| = |DB|$.



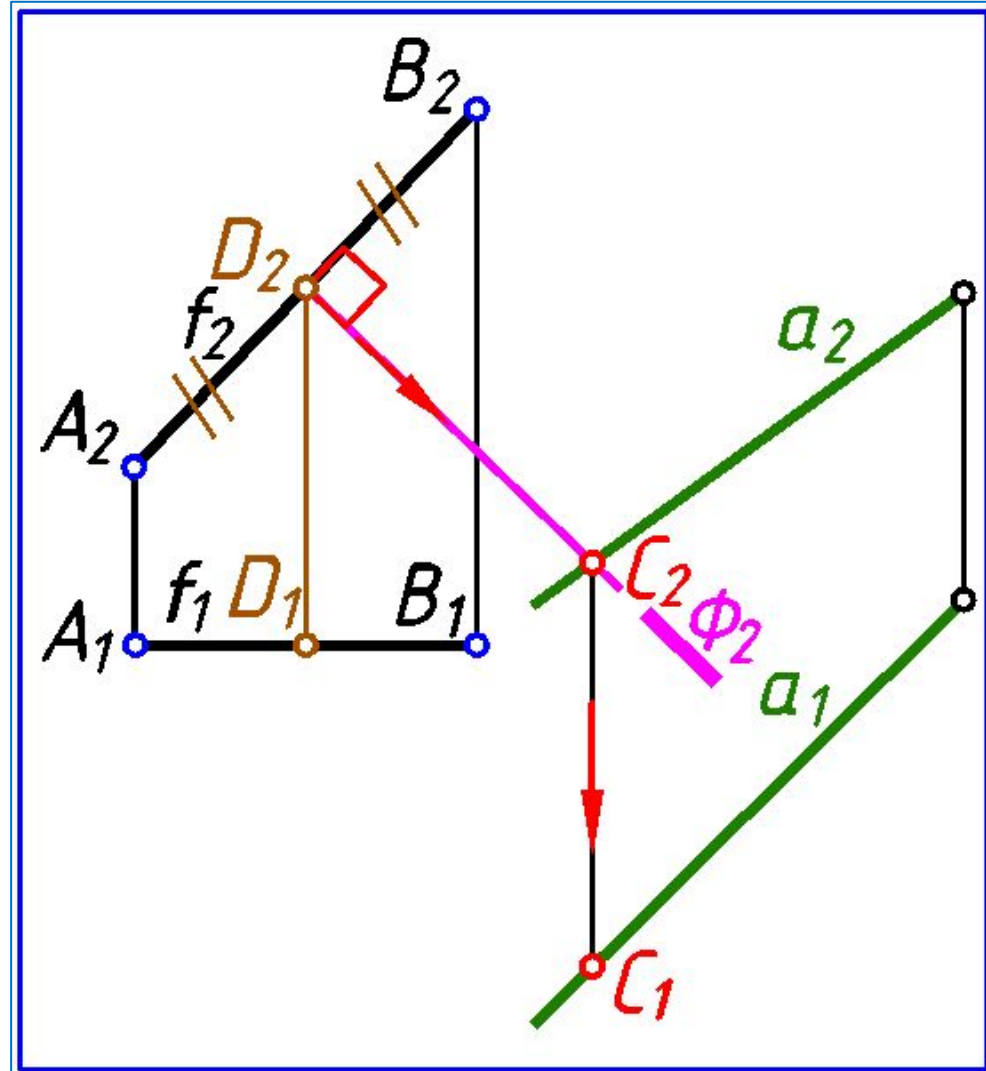
Построение множества перпендикуляров из точки D к AB

- Множество перпендикуляров из точки D к AB образуют фронтально проецирующую плоскость Φ .
- Прямой угол проецируется на Π_2 без искажения, когда его сторона параллельна Π_2 (является фронталью).



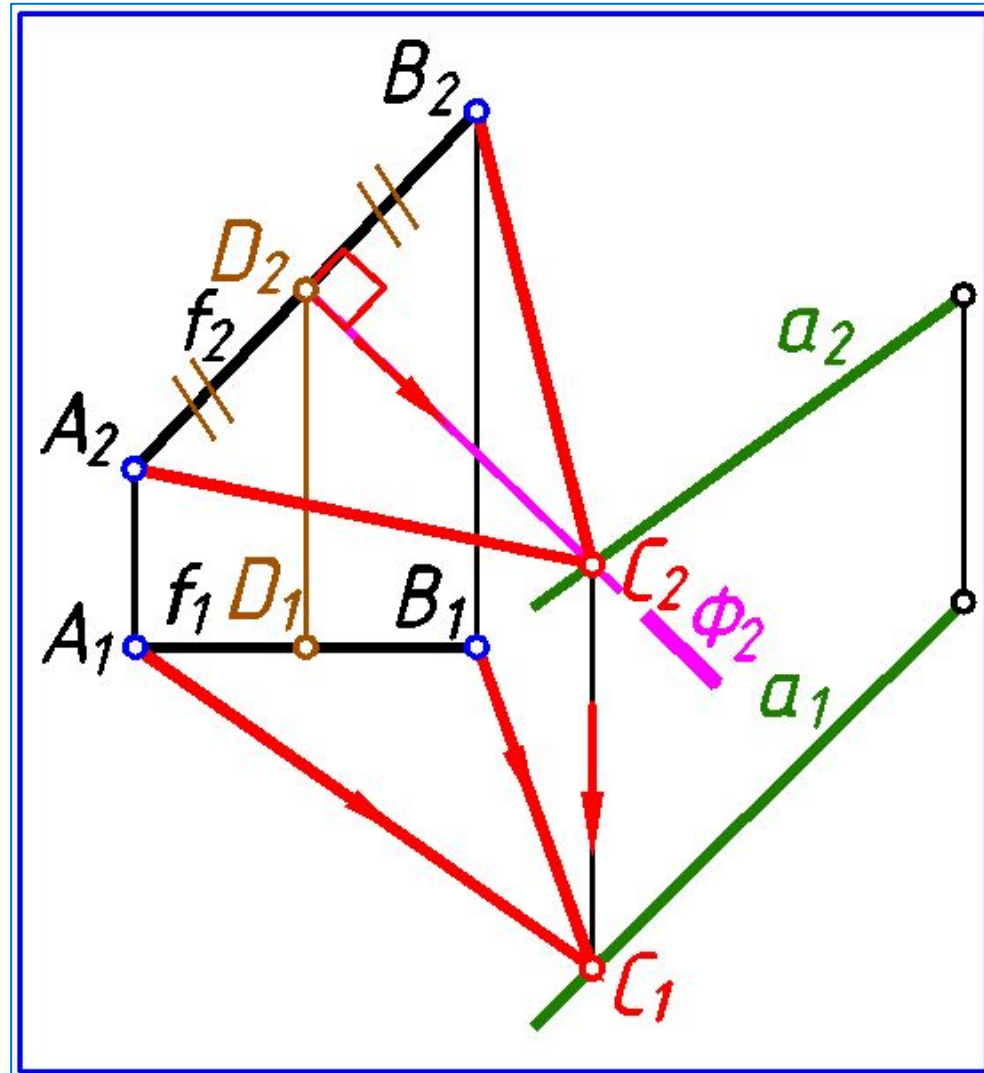
Построение вершины **C** треугольника **ABC**

Вершина **C** принадлежит прямой **a**. Находим **C** на пересечении плоскости Φ и прямой **a**.

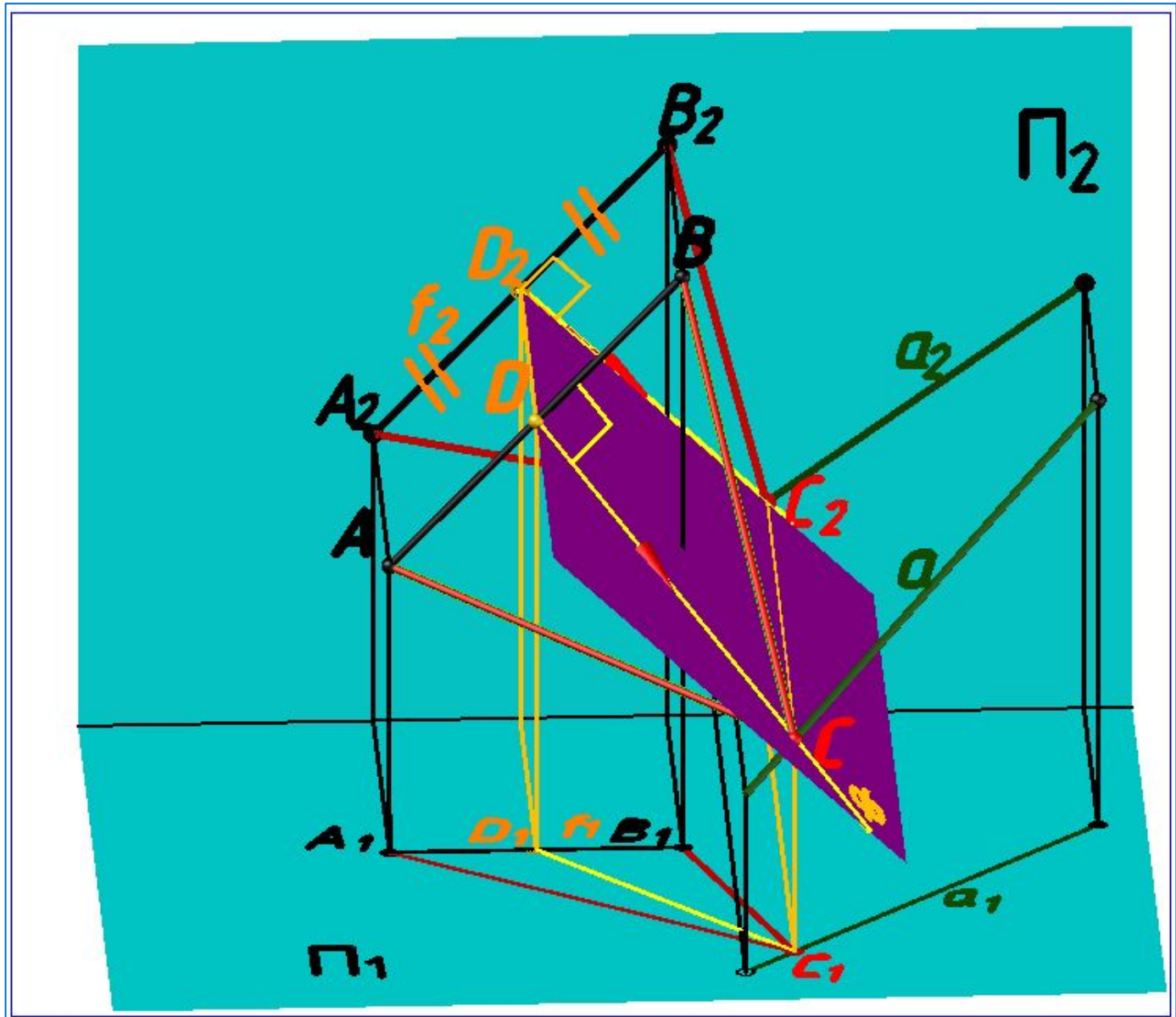


Построение проекций треугольника ABC

Определив вершину C , достраиваем **проекцию искомого треугольника.**

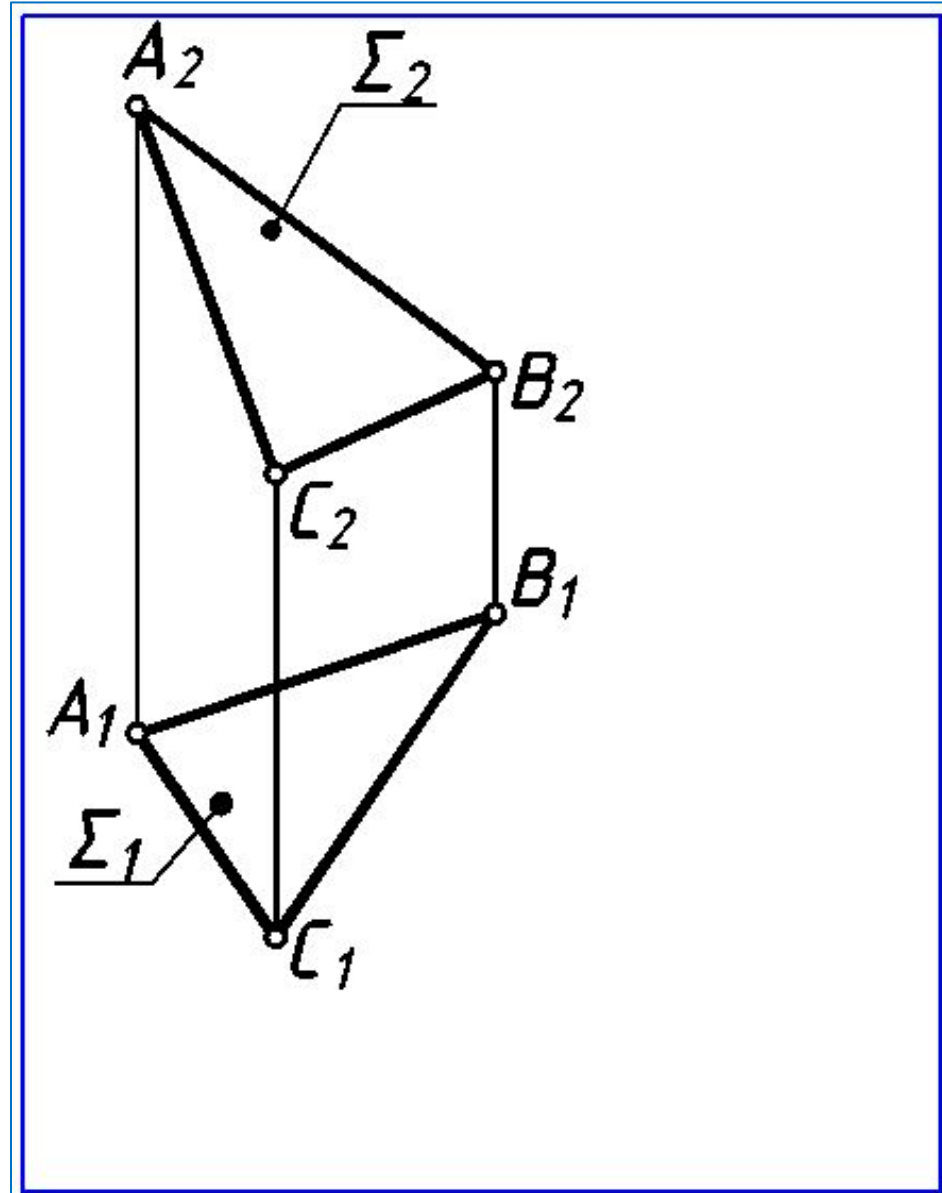


Равнобедренный треугольник ABC



Задачи

Задача. Из вершины B треугольника ABC восстановить перпендикуляр к его плоскости и отложить на нем отрезок длиной 30 мм.



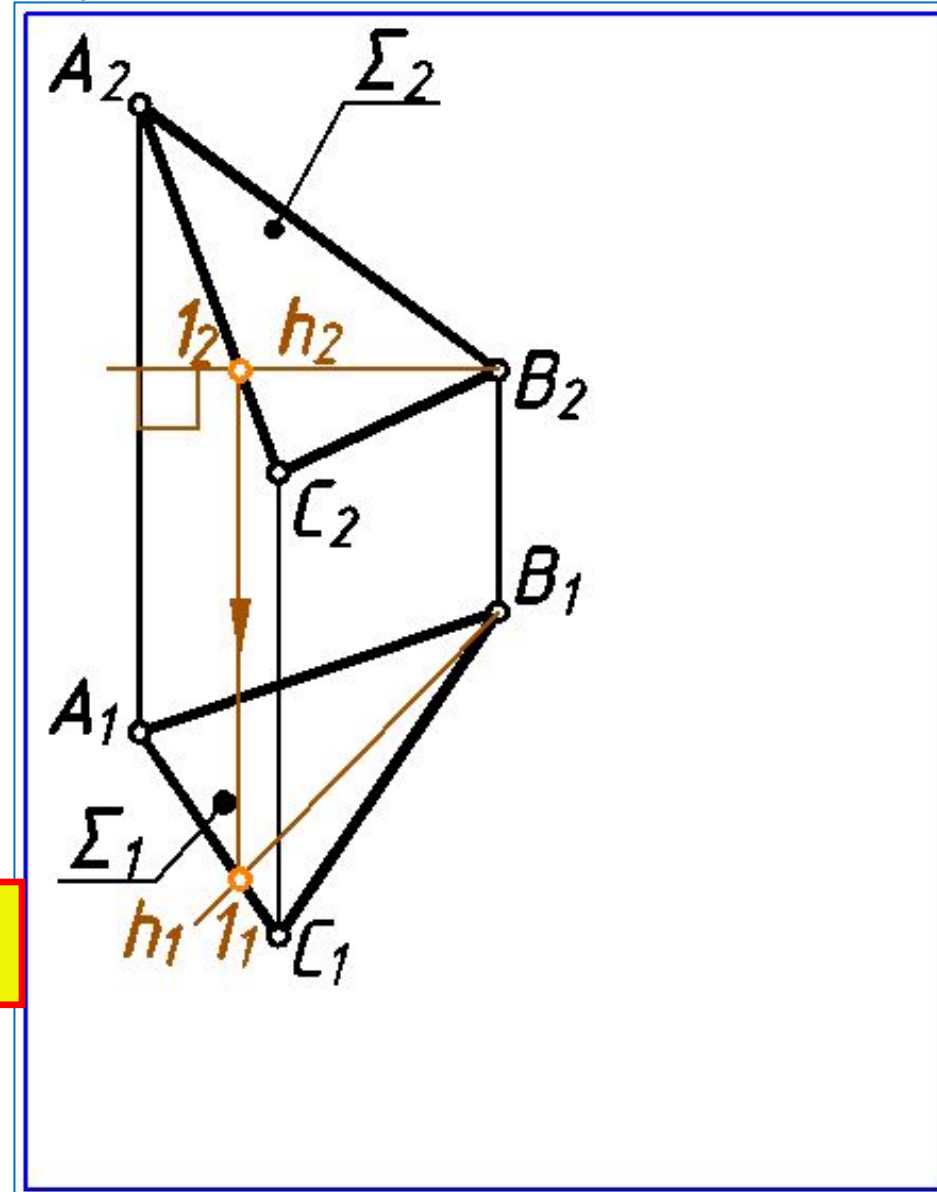
Построение **горизонтали** в плоскости Σ (ABC)

- Если прямая **a** перпендикулярна плоскости Σ в пространстве, то на комплексном чертеже **горизонтальная проекция прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали** ($a_1 \perp h_1$), а **фронтальная проекция прямой перпендикулярна фронтальной проекции**

$$a \perp \Sigma(ABC) \Rightarrow a_1 \perp h_1 \wedge$$

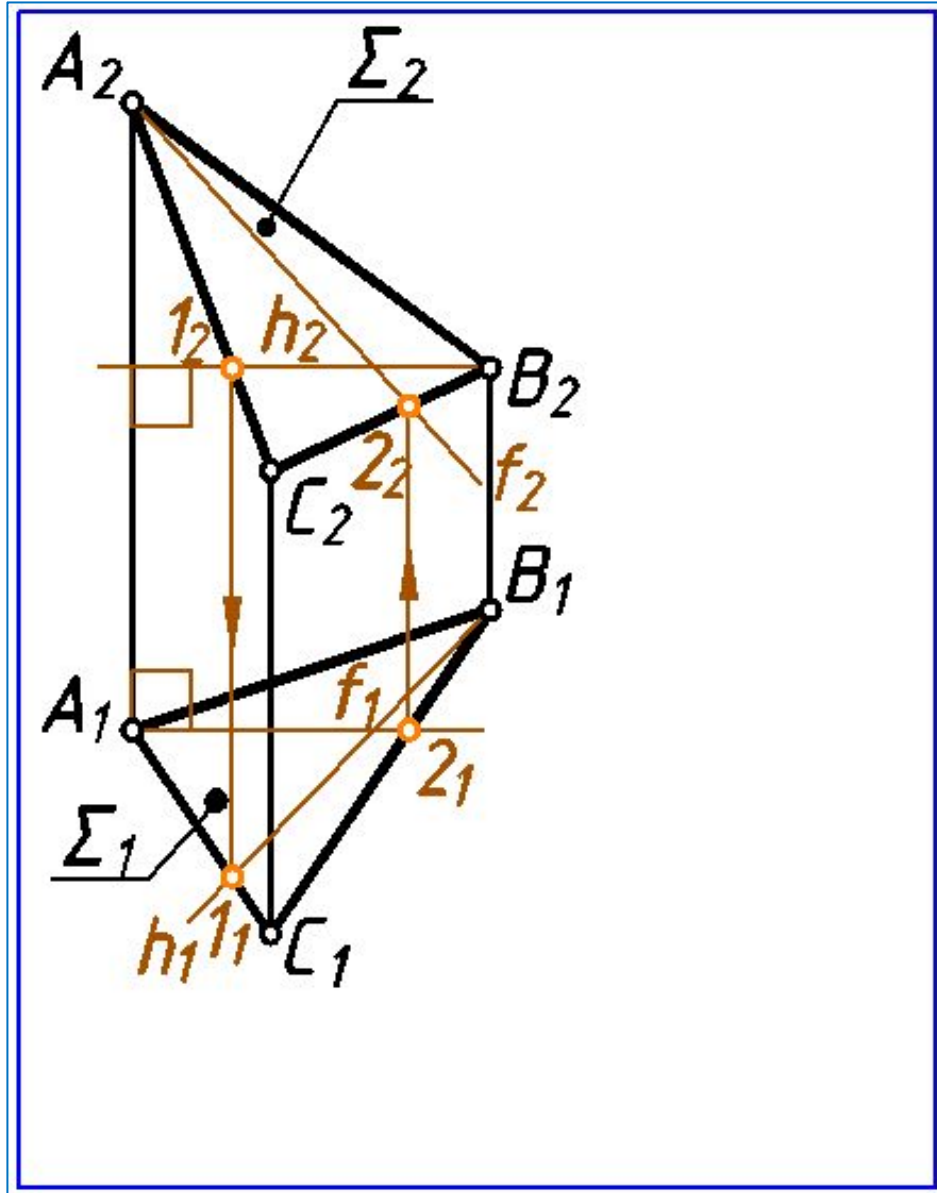
$$a_2 \perp f_2$$

- Находим горизонталь **$h(h_1, h_2)$** в плоскости Σ



Построение фронтали в плоскости $\Sigma(ABC)$

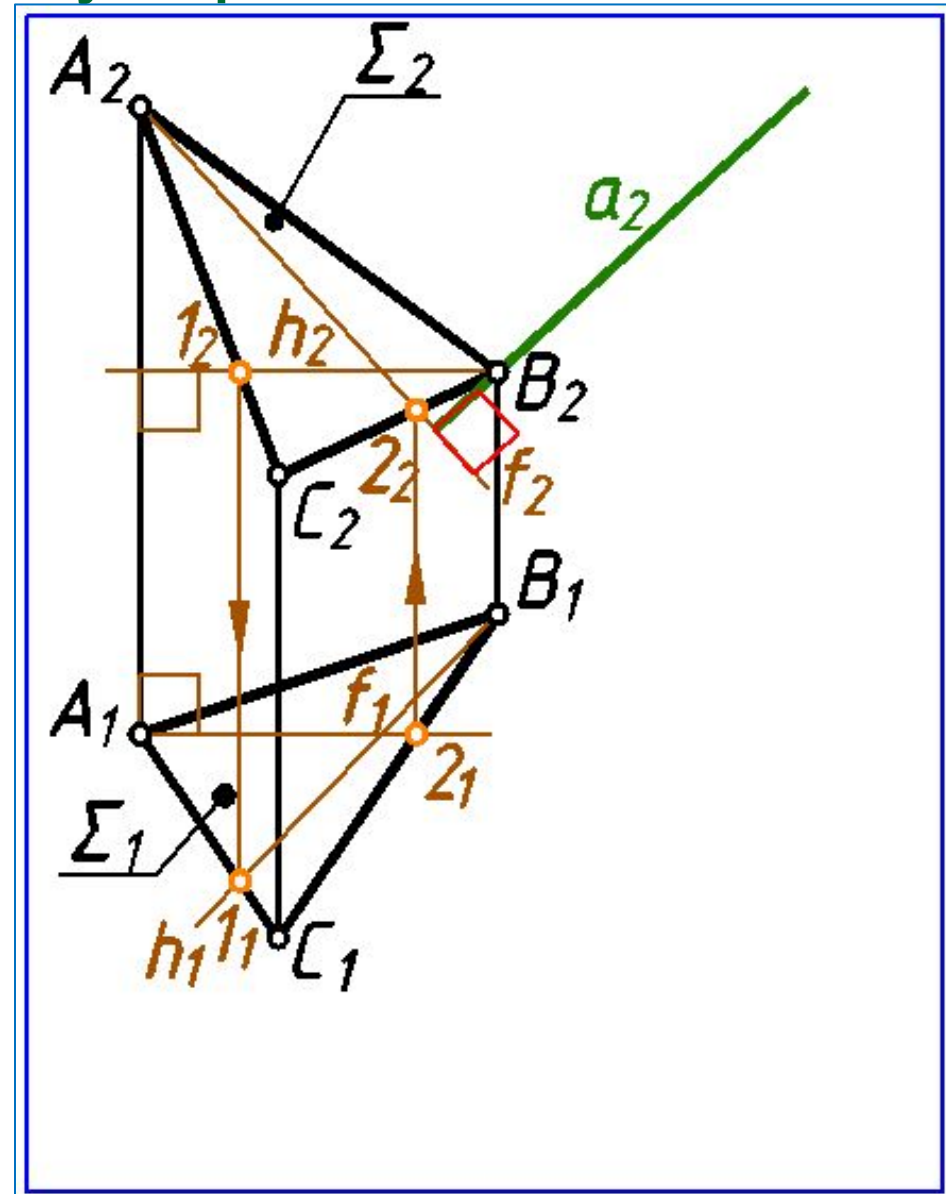
- Строим фронталь $f(f_1 f_2)$ в плоскости Σ .
- Из A_1 проводим f_1 перпендикулярно вертикальной линии связи.
- Фиксируем горизонтальную проекцию 2_1 точки 2 пересечения f_1 с $B_1 C_1$.
- По линии связи находим фронтальную проекцию 2_2 точки 2 .
- Из A_2 через 2_2 проводим f_2



Построение фронтальной проекции (a_2) перпендикуляра a

- Строим фронтальную проекцию прямой a .
- Через проекцию B_2 точки B проводим фронтальную проекцию a_2 прямой a :

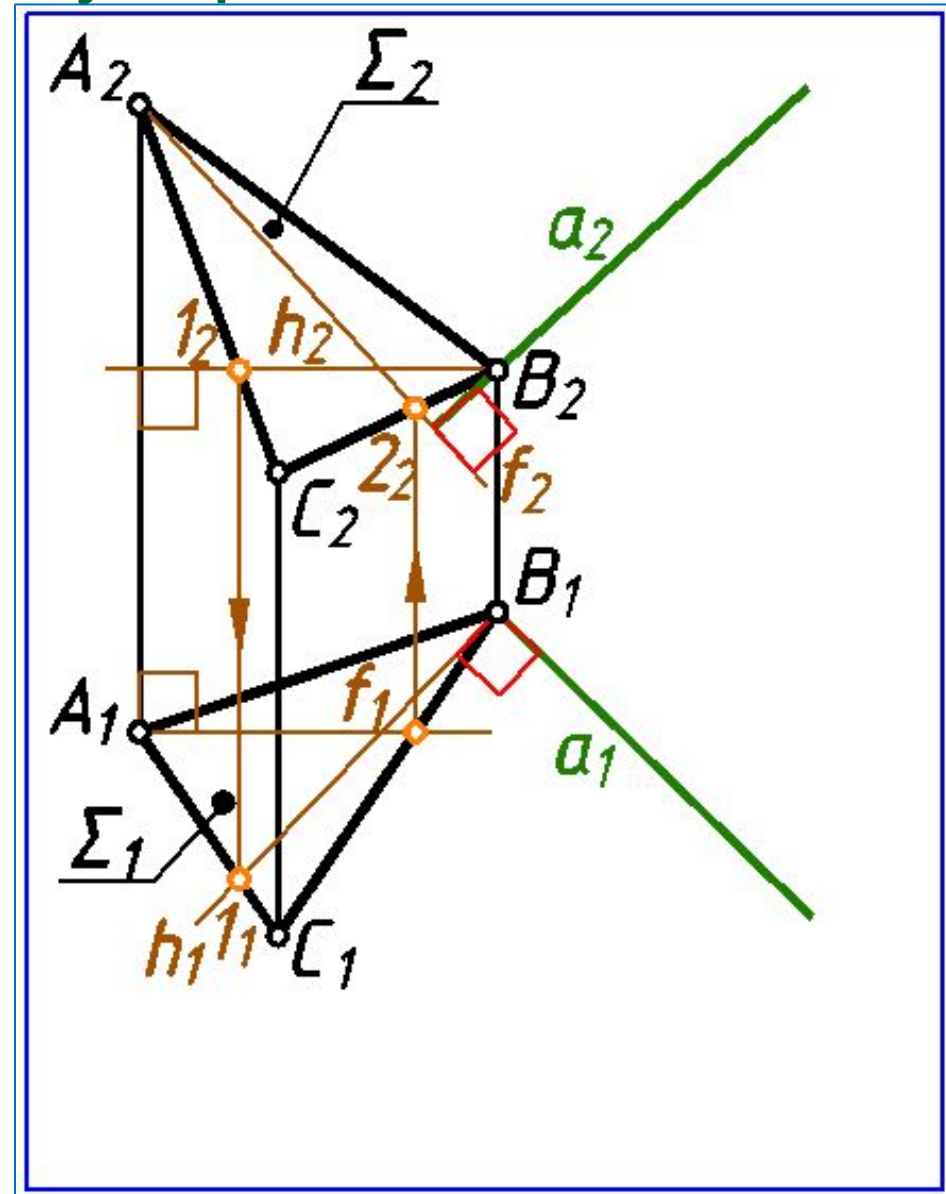
$$a_2 \perp f_2$$



Построение горизонтальной проекции (a_1) перпендикуляра a

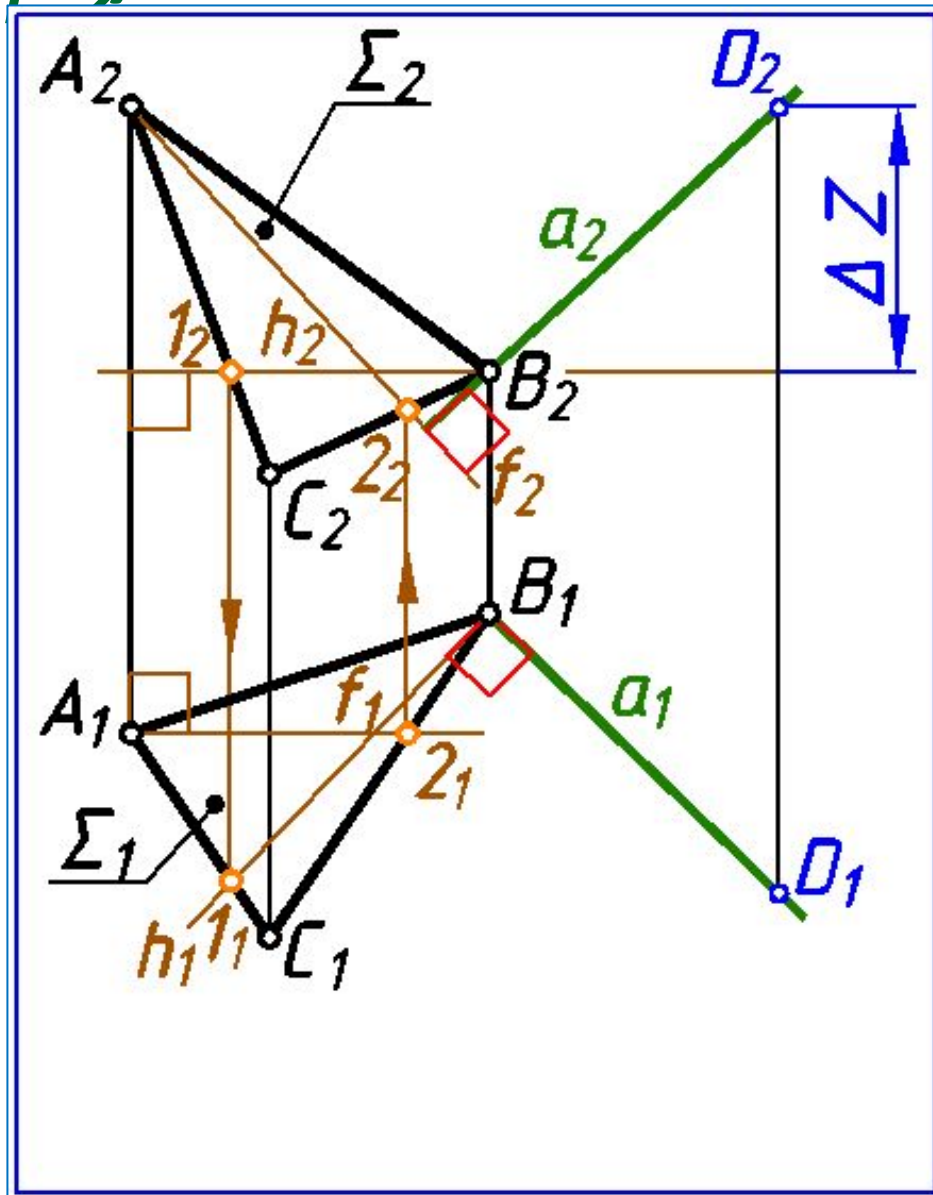
Строим горизонтальную проекцию прямой a .
Из проекции B_1 точки B проводим горизонтальную проекцию перпендикуляра a :

$$a_1 \perp h_1$$



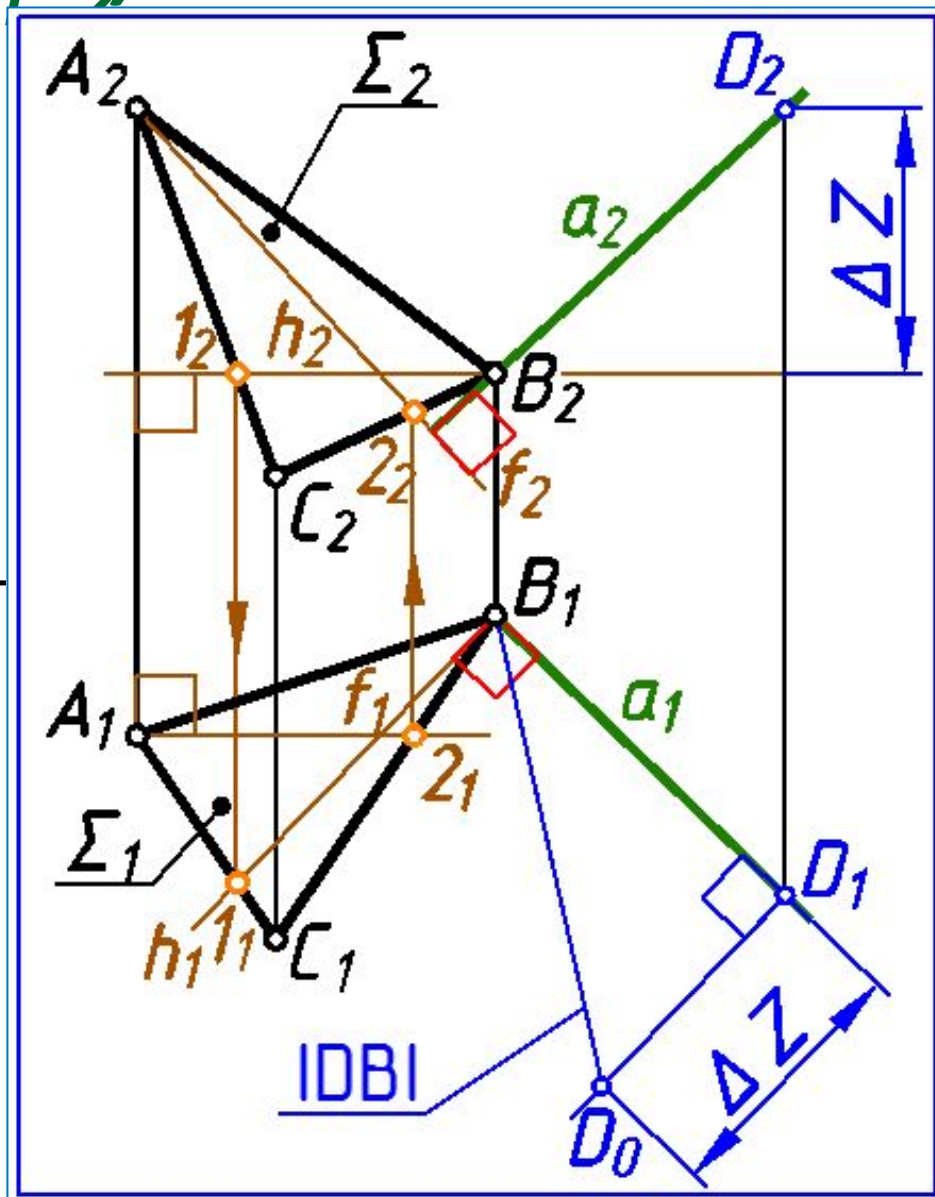
Отрезок длиной 30 мм на перпендикуляре $a(a_1, a_2)$

- На прямой a фиксируем произвольную точку $D(D_1, D_2)$.
- Измеряем разность высот ΔZ концов отрезка $[BD]$, чтобы определить его натуральную величину $|BD|$.



Отрезок длиной 30 мм на перпендикуляре $a(a_1, a_2)$

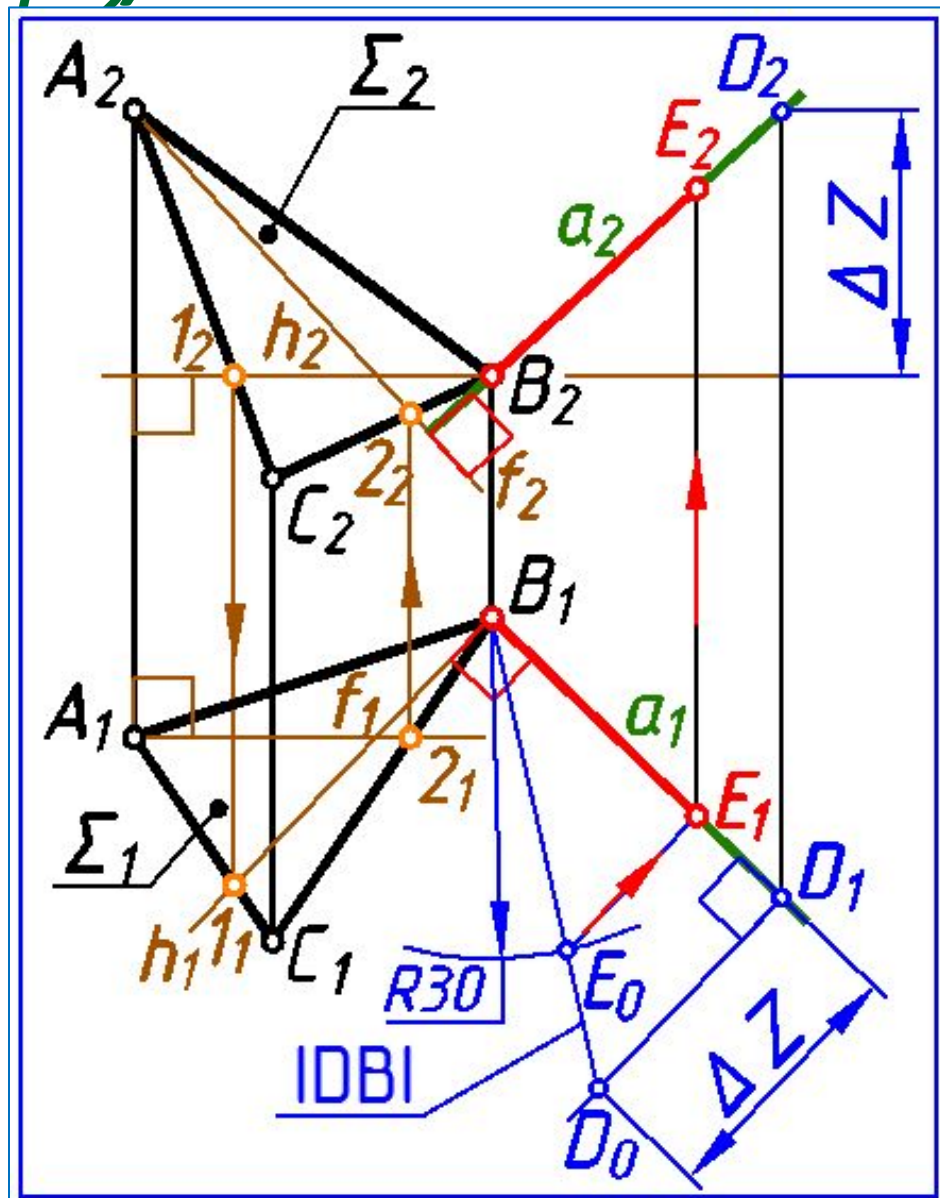
- Для определения натуральной величины $|DB|$ отрезка $[DB]$ строим прямоугольный треугольник $B_1D_1D_0$, катет которого $[D_1D_0]$ равен разности высот ΔZ концов отрезка DB .
- Длина гипотенузы $|B_1D_0|$ $[DB]$, равна натуральной величине $|DB|$ отрезка $[DB]$.



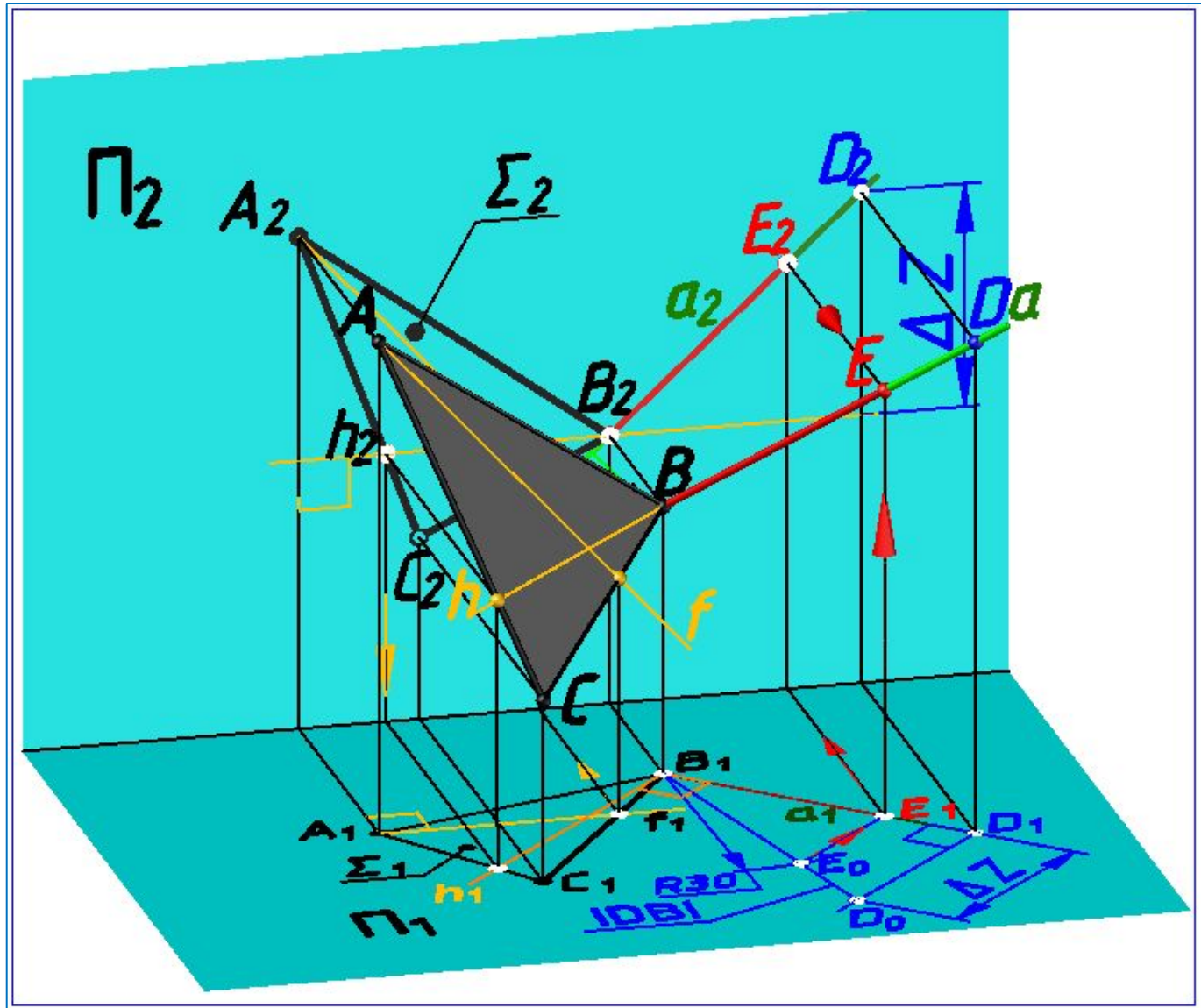
Отрезок длиной 30 мм на перпендикуляре $a(a_1, a_2)$

На натуральной величине $|DB|$ отрезка $[DB]$ находим точку $E(E_1E_2)$, отстоящую от B на 30 мм.

Отрезок $[BE]$ – **Искомый**.



Отрезок $[BE]$ перпендикуляра $a(a_1, a_2)$
длиной 30 мм

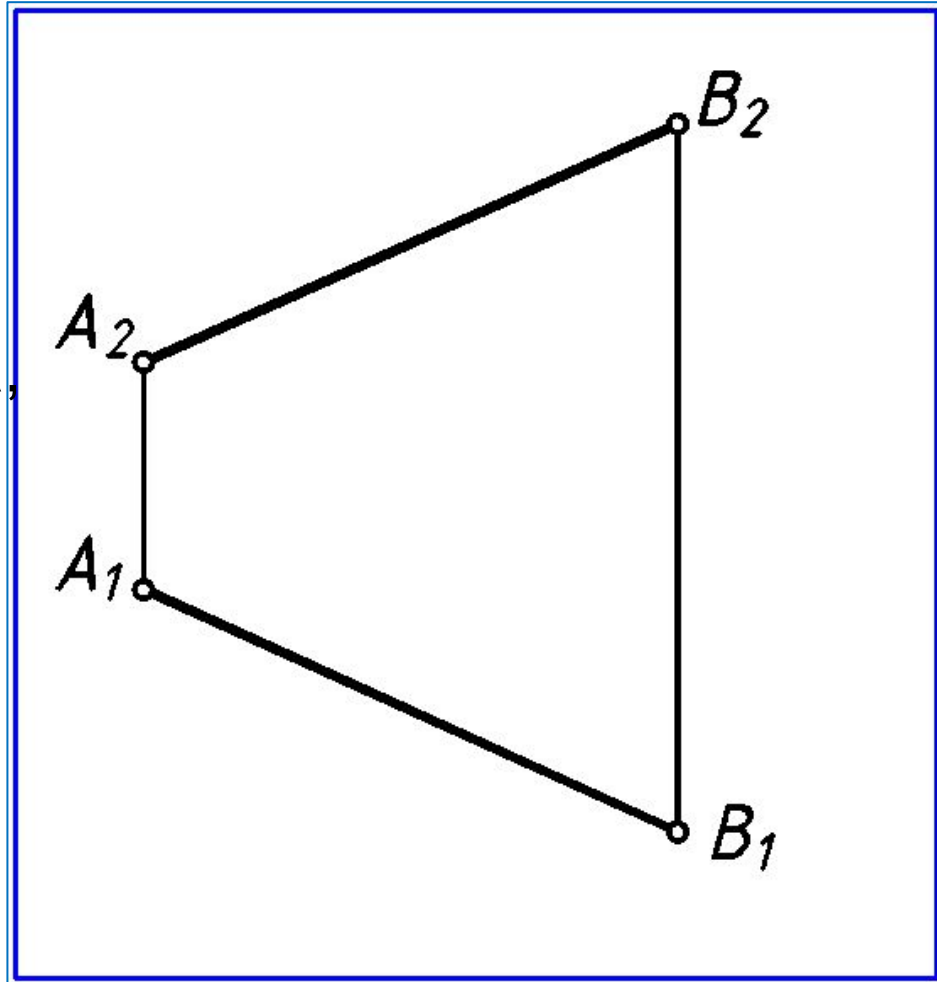


Задачи

Задача. Построить множество точек, равноудаленных от концов отрезка **[AB]**. Записать анализ.

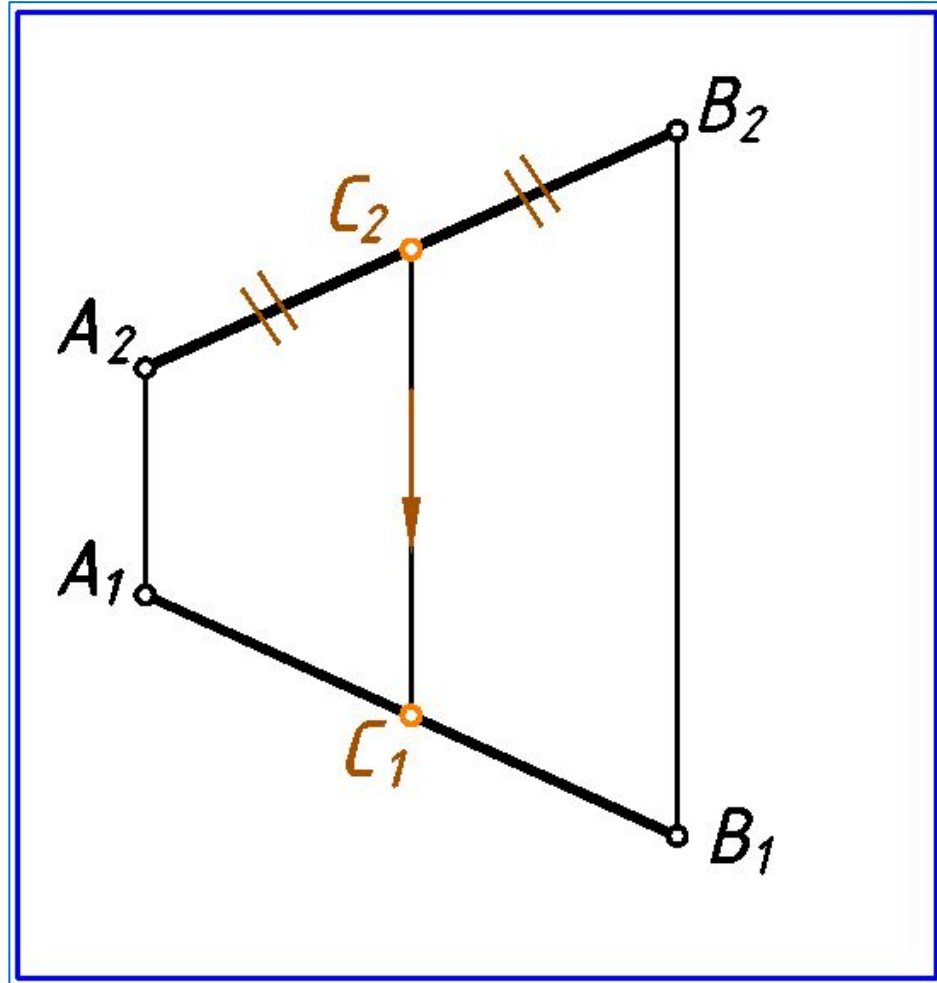
Множество точек пространства, равноудаленных от двух данных точек, есть плоскость, проходящая через середину отрезка [AB], и перпендикулярная отрезку [AB] :

$$|AC|=|BC|, C \in \Sigma(h \cap f) \perp AB, \\ h_1 \perp A_1B_1 \wedge f_2 \perp A_2B_2'$$



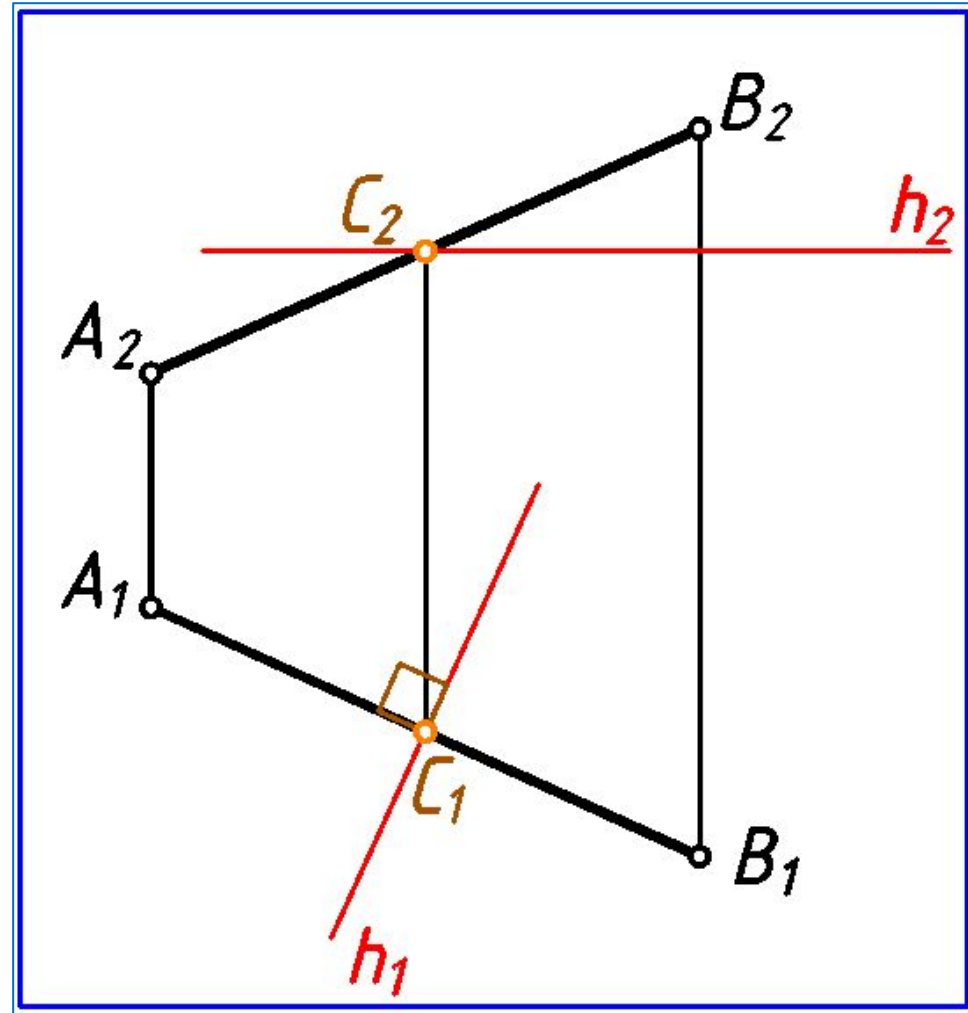
Множество точек, равноудаленных от концов отрезка **[AB]**

Делим **AB** на две
равные части:
 $|AC| = |BC|$.



Множество точек, равноудаленных от концов отрезка **[AB]**

Прямой угол проецируется на Π_1 без искажения, когда его сторона параллельна Π_1 (является горизонталью). Из точки **C** проводим горизонталь $h_1 \perp A_1B_1$.

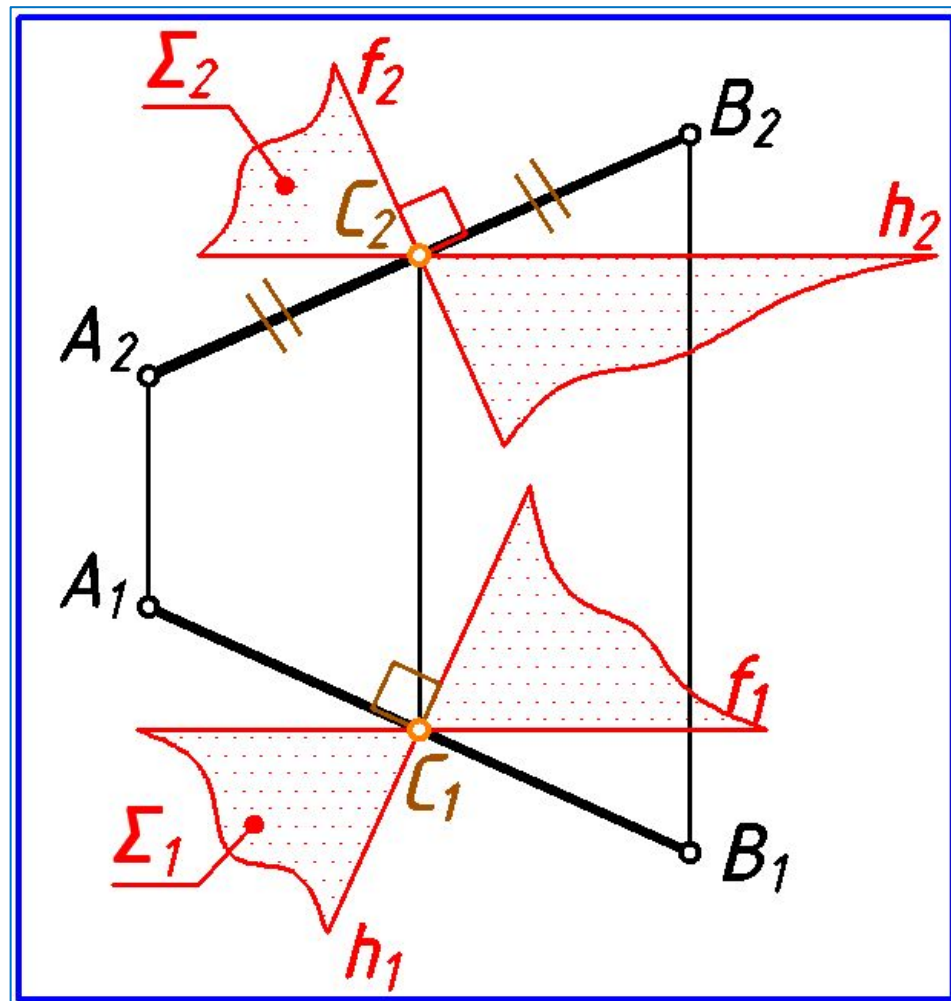


Множество точек, равноудаленных от концов отрезка $[AB]$ есть плоскость $\Sigma(h \cap f) \perp AB$

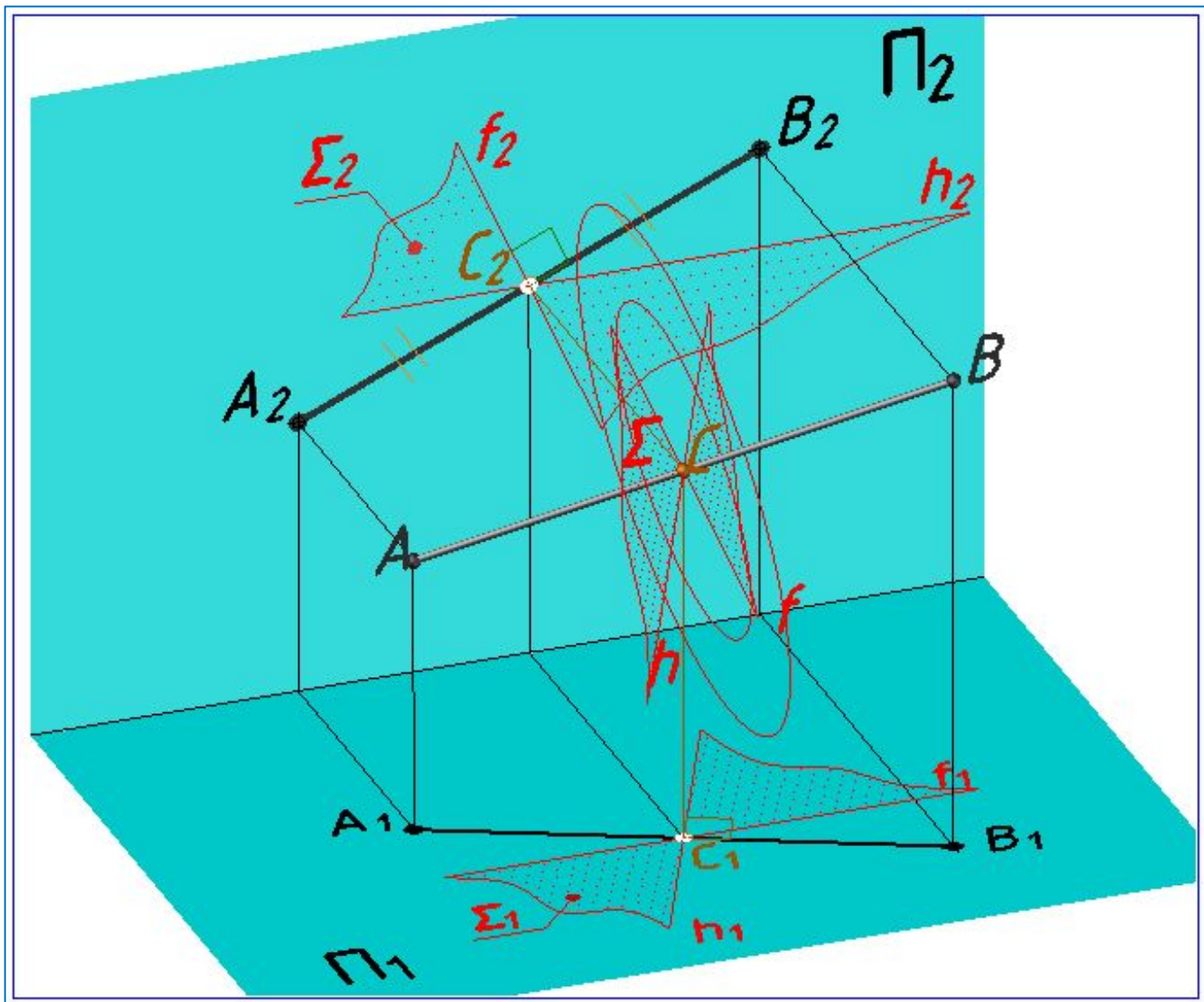
Прямой угол проецируется на Π_2 без искажения, когда его сторона параллельна Π_2 (является фронталью).

Из проекции C_2 точки C проводим фронталь $f_2 \perp A_2B_1$.

Множество точек пространства, равноудаленных от двух точек A и B , есть плоскость $C \in \Sigma(h \cap f) \perp AB, |AC|=|BC|$



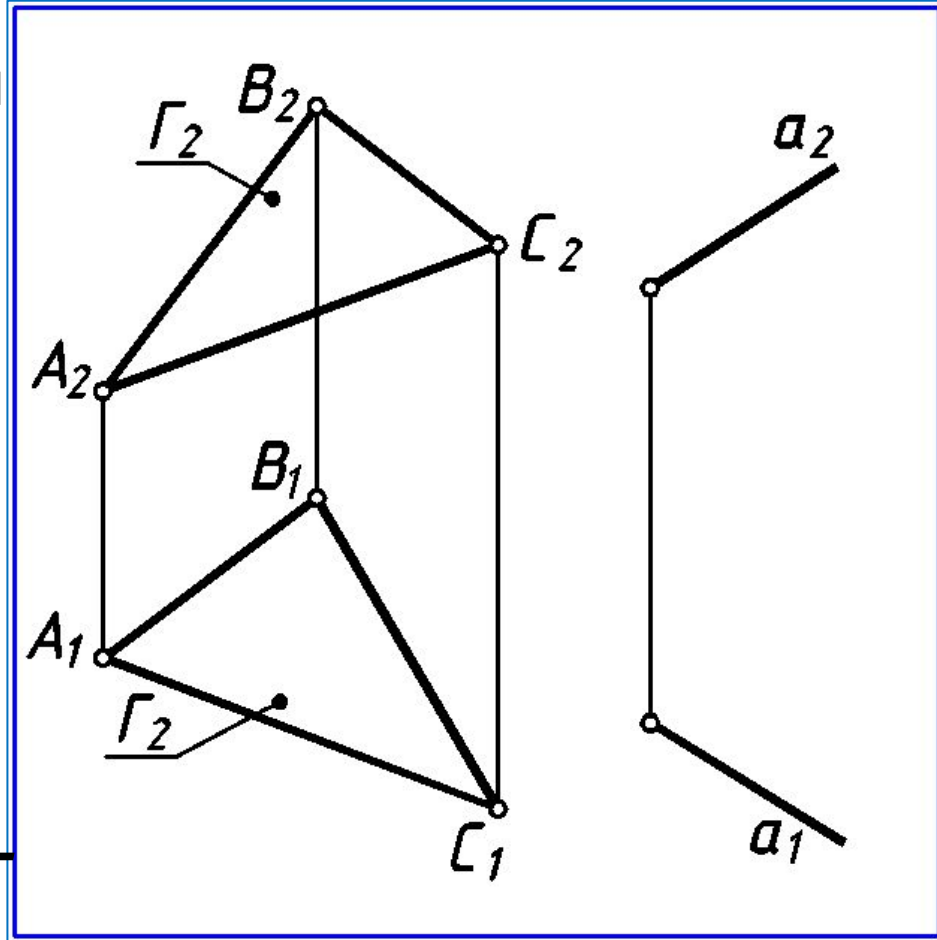
Множество точек, равноудаленных от концов отрезка $[AB]$ есть плоскость $\Sigma(h \cap f) \perp AB$



Задачи

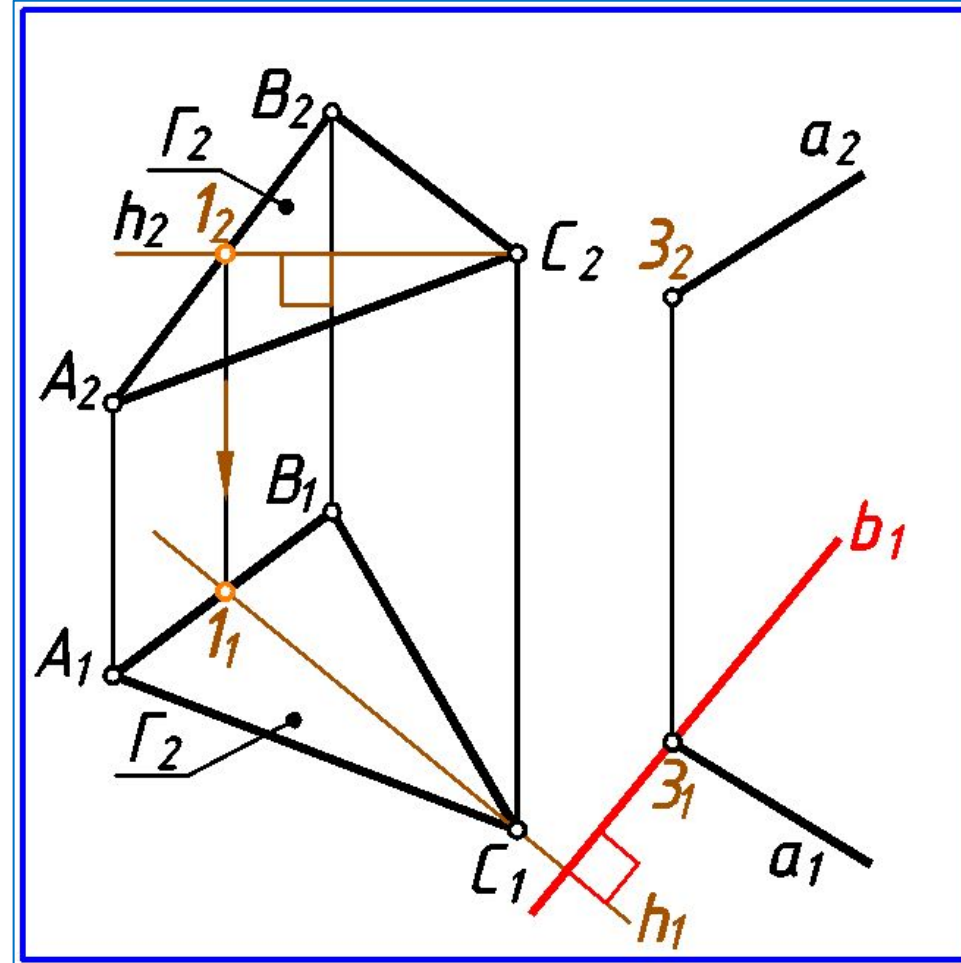
Задача. Через прямую $a(a_1, a_2)$ провести плоскость Σ перпендикулярную к плоскости $\Gamma(ABC)$ общего положения.

- Если плоскость проходит через перпендикуляр к другой плоскости, то она перпендикулярна этой плоскости.
- Плоскость Σ зададим двумя пересекающимися прямыми: заданной a и прямой b , перпендикулярной плоскости $\Gamma(ABC)$.



Построение горизонтальной проекции перпендикуляра к плоскости $\Gamma(ABC)$

- Находим **горизонталь** $h(h_1, h_2)$ в плоскости Γ .
 - Строим горизонтальную проекцию b_1 прямой b .
 - Через проекцию точки 3 , принадлежащую прямой a , проводим горизонтальную проекцию b_1 прямой b , перпендикулярно горизонтальной проекции h_1 горизонтали: $b_1 \perp h_1$
- $b \cap a = 3$



Построение фронтальной проекции перпендикуляра к плоскости $\Gamma(ABC)$

• Находим фронталь $f(f_1, f_2)$

в плоскости Γ .

• Строим фронтальную проекцию b_2 прямой b .

• Через проекцию точки 3 ,

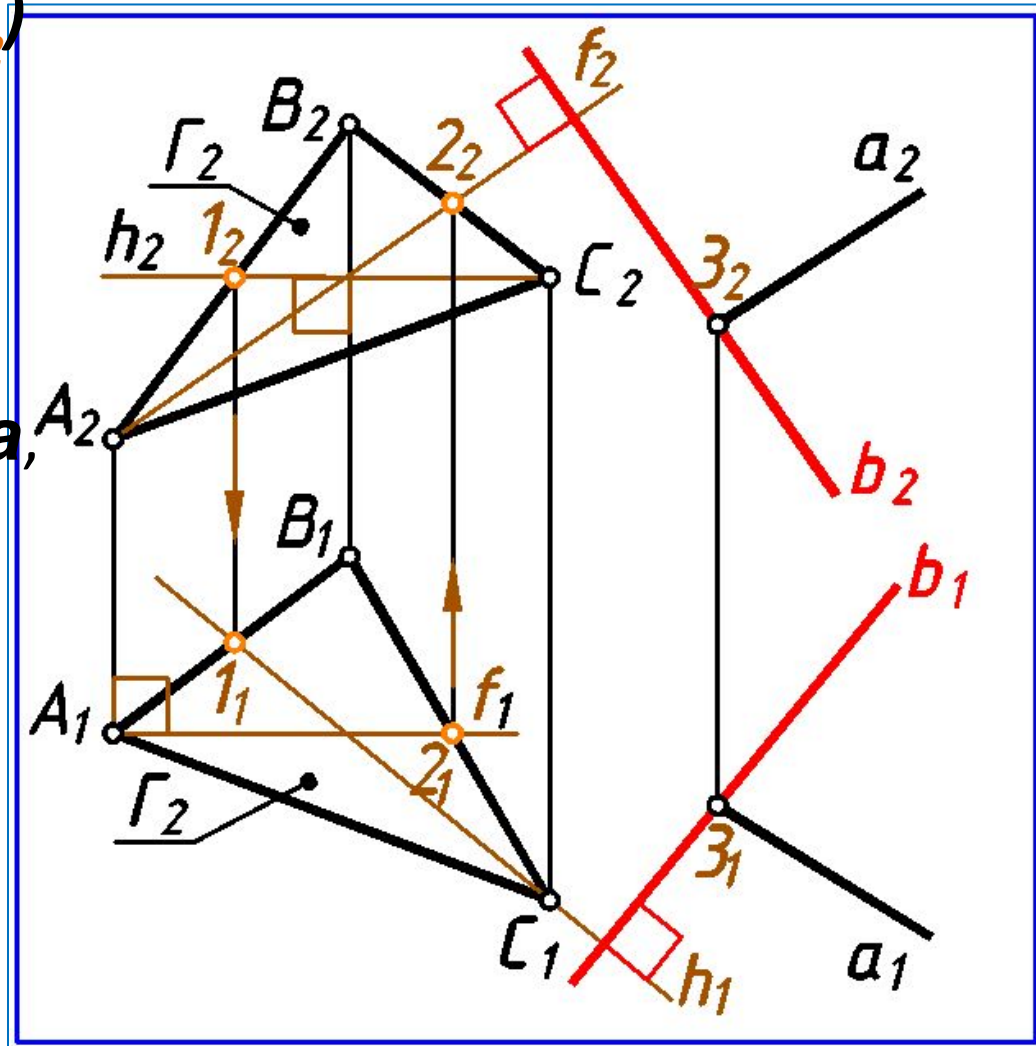
принадлежащую прямой a , проводим фронтальную проекцию b_2 прямой b , перпендикулярно фронтальной проекции

фронтали:

$b \cap a = 3$

$b_2 \perp f_2$

f_2

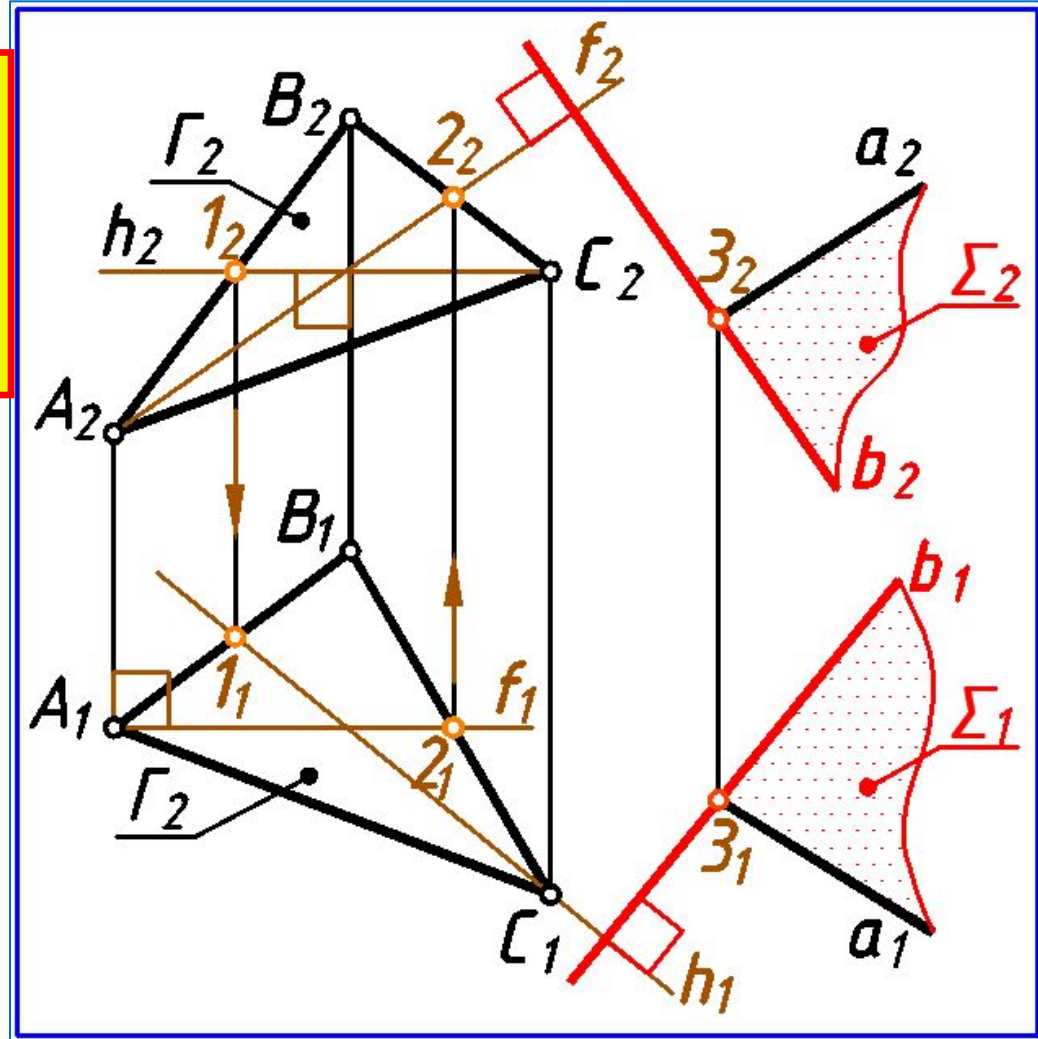


Плоскость Σ перпендикулярная плоскости Γ (ABC) общего положения

$$b_1 \perp h_1 \wedge b_2 \perp f_2$$

\Rightarrow

плоскость Σ проходит
 через перпендикуляр b
 к плоскости Γ .
 Следовательно
 плоскость Σ
 перпендикулярна
 плоскости Γ .



Плоскость $\Sigma(a \cap b)$ перпендикулярная плоскости Γ (ABC) общего положения

