Зачем решать задачу различными способами?

Н.А. Шкильменская

Задача 1. «Который теперь час?» – спросил Андрей у отца. «А вот сосчитай: до конца суток осталось втрое меньше того времени, которое прошло от их начала». Который час был тогда?



Решение 1 (арифметический метод).

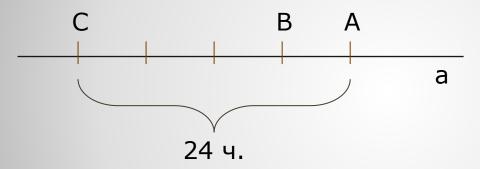
Поскольку оставшаяся часть втрое меньше прошедшей, то время, составляющее сутки, можно разделить на 1 + 3 = 4 части. Поскольку одна часть составляет 24 : 4 = 6 часов и втрое меньше прошедшей, то прошедшая часть суток составляет 24 - 6 = 18 часов.

Решение 2 (алгебраический метод).

Пусть х часов прошло от начала суток, тогда (24 - x) часов осталось до конца суток. Поскольку оставшаяся часть втрое меньше прошедшей, то получим уравнение $x = 3 \cdot (24 - x)$, решив которое найдём x = 18 часов.

Решение 3 (геометрический метод).

Пусть отрезок ВА изображает оставшееся в сутках количество часов.



На прямой а от точки В отложим отрезок CB = 3 · ВА, изображающий прошедшее в сутках количество часов. Тогда отрезок СА изображает количество часов в сутках (24 часа), следовательно, отрезок ВА изображает 24 : 4 = 6 часов, значит, отрезок СВ представляет 18 часов.

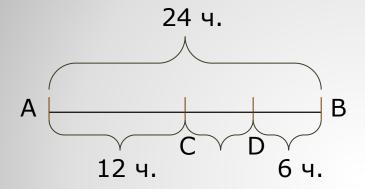
Решение 4 (метод подбора и догадки).

Прошедшая часть суток не может быть меньше 3 часов, так как 3 + 3 : 3 = 4 < 24, и не может быть больше 24 часов, так как 24 + 24 : 3 = 32 > 24. Значит, до момента задания вопроса могло пройти от 4 до 23 часов. Рассмотрим ряд натуральных чисел от 4 до 23; из всех чисел этого ряда нацело делятся на 3 только числа 6, 9, 12, 15, 18 и 21. Методом подбора находим, что только число 18 удовлетворяет соотношению 18 + 18 : 3 = 24. Следовательно, с начала суток прошло 18 часов.

Решение 5 (метод перебора всевозможных случаев).

Представим число 24 в виде суммы двух натуральных чисел, кратных 3. Получим следующие представления: 3 + 21; 6 + 18; 9 + 15; 12 + 12. Условию задачи удовлетворяет только пара чисел 6 и 18, следовательно, прошло 18 часов.

Решение 6 (метод уравнивания).



Пусть отрезок АВ изображает количество часов в сутках. Разобьём его точкой С на две равные части, тогда отрезок АС = СВ изображает 12 часов. Разобьём точкой D отрезок СВ на две равные части, тогда отрезок CD = DВ изображает 6 часов, а отрезок AD – 18 часов. Так как оставшаяся часть суток втрое меньше прошедшей части, то отрезок AD будет изображать прошедшую часть суток, иными словами, с начала суток прошло 18 часов.

Задача 2. На дворе играли 7 девочек и 2 мальчика. Все девочки одного возраста, и мальчики тоже одного возраста, а в общей сумме им было 80 лет. Если бы детей разделили на две группы, чтобы в одной группе были 5 девочек, а в другой все остальные дети, то общая сумма возрастов детей в каждой группе была бы одинаковой. Какого возраста были мальчики и какого девочки?

Способ 1.

Предположим, что мальчики и девочки одного возраста. Разделим 80 на 7 + 2 = 9. При делении получается остаток 8, следовательно, наше предположение не верно, т.е. мальчики и девочки не одного возраста. Предположим, что девочки старше мальчиков. Тогда 8 (остаток) должно нацело делиться на 7 (число девочек), но это очевидно не так и, следовательно, наше предположение не верно, т.е. девочки младше мальчиков. Предполагает, что им по 8 лет. $80 = 9 \cdot 8 + 8$; здесь 8 - суммарная разница ввозрасте двух мальчиков по отношению к возрасту девочек, следовательно, каждый мальчик старше девочки на 4 года, значит, мальчикам по 12 лет.

Способ 2.

Пяти девочкам столько же лет, сколько двум мальчикам и двум девочкам, поэтому девочкам по (80:2):5=8 лет, а мальчикам по (40-8*2):2=12 лет.

Способ 3.

Пусть девочкам по х лет, тогда мальчикам по (80 - 7x): 2 лет. По условию задачи имеем уравнение 5x = 2x + 2(80 - 7x): 2. Решая его, находим x = 8. Следовательно, девочкам по 8 лет, а мальчикам по $1,5 \cdot 8 = 12$ лет.

Способ 4.

Пусть мальчикам по у лет, тогда девочкам по (80 - 2y): 7 лет. По условию задачи имеем уравнение: (80 - 2y): $7 \cdot 5 = (80 - 2y)$: $7 \cdot 2 + 2y$.

(80 - 2y): 7 · 5 = (80 - 2y): 7 · 2 + 2y. Решая его, находим y = 12. Следовательно, мальчикам по 12 лет, а девочкам по $(80 - 2 \cdot 12)$: 7 = 8 лет.

Способ 5.

Пусть мальчикам по у лет, тогда девочкам по (40 - 2y): 2 лет. Поскольку сумма возрастов семи девочек и двух мальчиков равна 80, то можно составить уравнение: 7(40 - 2y): 2 + 2y = 80. Откуда y = 12. Следовательно, мальчикам по 12 лет, а девочкам по $(40 - 2 \cdot 12)$: 2 = 8 лет.

Способ 6.

Двум мальчикам столько же лет, сколько трём девочкам (при распределении детей на группы в первой из них 2 + 3 девочки, а во второй 2 девочки + 2 мальчика), т.е. возраст мальчика относится к возрасту девочки как 3:2. Принимая х за коэффициент пропорциональности, получаем: $3x \cdot 2 + 2x \cdot 7 = 80$. Откуда x = 4. Значит, девочкам по $2 \cdot 4 = 8$ лет, а мальчикам по $3 \cdot 4$ = 12 лет.

При решении задачи различными способами у ученика формируется умение анализировать прочитанное, правильно оформлять свои записи, письменные работы.

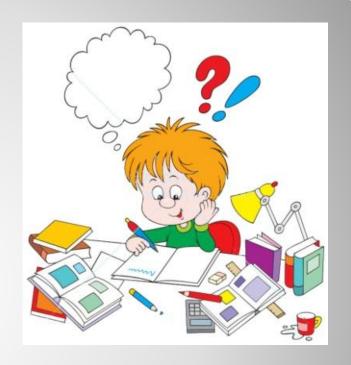


«Хороший учитель обязан понимать, что никакую задачу нельзя исчерпать до конца. Этот взгляд он должен прививать и своим ученикам»



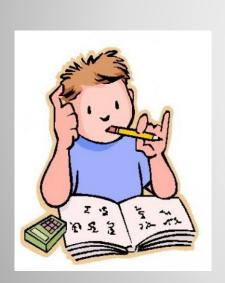
(Д. Пойа).

Поиски различных способов решения математических задач, рассмотрение всех возможных способов решения, критическая оценка этих способов с целью выделения из них наиболее рационального важный фактор развития математического мышления.

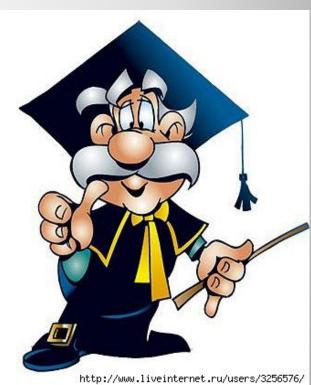


Решение задачи различными способами – это увлекательный творческий процесс, развивающий воображение, подталкивающий учащегося придумывать, искать все новые и









Дидактические функции:

- вводно мотивационная
- контрольно оценочная
- нахождение более рационального способа решения
- овладение основными методами решения задачи
- систематизация знаний
- формирование общеучебных умений

Развивающие функции:

- развитие исследовательских умений и навыков
- развитие математического мышления
- развитие навыков самоконтроля
- развитие самостоятельности в отыскании путей решения

Воспитывающие функции:

- воспитание личностных качеств школьников (трудолюбия, целеустремлённости, настойчивости, аккуратности)
- воспитание интереса к изучаемому предмету
- воспитание чувства прекрасного.