

Зачем решать задачу различными способами?

Н.А. Шкильменская

Задача 1. «Который теперь час?» – спросил Андрей у отца. «А вот сосчитай: до конца суток осталось втрое меньше того времени, которое прошло от их начала». Который час был тогда?



Решение 1 (арифметический метод).

Поскольку оставшаяся часть втрое меньше прошедшей, то время, составляющее сутки, можно разделить на $1 + 3 = 4$ части.

Поскольку одна часть составляет

$24 : 4 = 6$ часов и втрое меньше прошедшей, то прошедшая часть суток составляет $24 - 6 = 18$ часов.

Решение 2 (алгебраический метод).

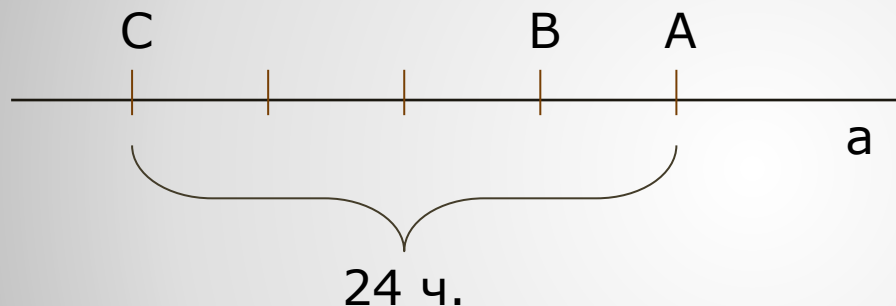
Пусть x часов прошло от начала суток, тогда $(24 - x)$ часов осталось до конца суток.

Поскольку оставшаяся часть втрое меньше прошедшей, то получим уравнение

$x = 3 \cdot (24 - x)$, решив которое найдём $x = 18$ часов.

Решение 3 (геометрический метод).

Пусть отрезок BA изображает оставшееся в сутках количество часов.



На прямой a от точки B отложим отрезок $CB = 3 \cdot BA$, изображающий прошедшее в сутках количество часов. Тогда отрезок CA изображает количество часов в сутках (24 часа), следовательно, отрезок BA изображает $24 : 4 = 6$ часов, значит, отрезок CB представляет 18 часов.

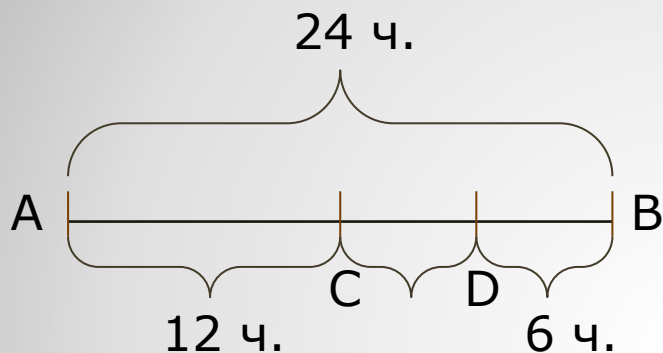
Решение 4 (метод подбора и догадки).

Прошедшая часть суток не может быть меньше 3 часов, так как $3 + 3 : 3 = 4 < 24$, и не может быть больше 24 часов, так как $24 + 24 : 3 = 32 > 24$. Значит, до момента задания вопроса могло пройти от 4 до 23 часов. Рассмотрим ряд натуральных чисел от 4 до 23; из всех чисел этого ряда нацело делятся на 3 только числа 6, 9, 12, 15, 18 и 21. Методом подбора находим, что только число 18 удовлетворяет соотношению $18 + 18 : 3 = 24$. Следовательно, с начала суток прошло 18 часов.

Решение 5 (метод перебора всевозможных случаев).

Представим число 24 в виде суммы двух натуральных чисел, кратных 3. Получим следующие представления: $3 + 21$; $6 + 18$; $9 + 15$; $12 + 12$. Условию задачи удовлетворяет только пара чисел 6 и 18, следовательно, прошло 18 часов.

Решение 6 (метод уравнивания).



Пусть отрезок AB изображает количество часов в сутках. Разобьём его точкой C на две равные части, тогда отрезок $AC = CB$ изображает 12 часов. Разобьём точкой D отрезок CB на две равные части, тогда отрезок $CD = DB$ изображает 6 часов, а отрезок AD – 18 часов. Так как оставшаяся часть суток втрое меньше прошедшей части, то отрезок AD будет изображать прошедшую часть суток, иными словами, с начала суток прошло 18 часов.

Задача 2. На дворе играли 7 девочек и 2 мальчика. Все девочки одного возраста, и мальчики тоже одного возраста, а в общей сумме им было 80 лет. Если бы детей разделили на две группы, чтобы в одной группе были 5 девочек, а в другой – все остальные дети, то общая сумма возрастов детей в каждой группе была бы одинаковой. Какого возраста были мальчики и какого девочки?

Способ 1.

Предположим, что мальчики и девочки одного возраста. Разделим 80 на $7 + 2 = 9$. При делении получается остаток 8, следовательно, наше предположение не верно, т.е. мальчики и девочки не одного возраста. Предположим, что девочки старше мальчиков. Тогда 8 (остаток) должно нацело делиться на 7 (число девочек), но это очевидно не так и, следовательно, наше предположение не верно, т.е. девочки младше мальчиков. Предполагает, что им по 8 лет.
 $80 = 9 \cdot 8 + 8$; здесь 8 – суммарная разница в возрасте двух мальчиков по отношению к возрасту девочек, следовательно, каждый мальчик старше девочки на 4 года, значит, мальчикам по 12 лет.

Способ 2.

Пяти девочкам столько же лет, сколько двум мальчикам и двум девочкам, поэтому девочкам по $(80 : 2) : 5 = 8$ лет, а мальчикам по $(40 - 8 * 2) : 2 = 12$ лет.

Способ 3.

Пусть девочкам по x лет, тогда мальчикам по $(80 - 7x) : 2$ лет. По условию задачи имеем уравнение $5x = 2x + 2(80 - 7x) : 2$. Решая его, находим $x = 8$. Следовательно, девочкам по 8 лет, а мальчикам по $1,5 \cdot 8 = 12$ лет.

Способ 4.

Пусть мальчикам по y лет, тогда девочкам по $(80 - 2y) : 7$ лет. По условию задачи имеем уравнение:

$$(80 - 2y) : 7 \cdot 5 = (80 - 2y) : 7 \cdot 2 + 2y.$$

Решая его, находим $y = 12$. Следовательно, мальчикам по 12 лет, а девочкам по $(80 - 2 \cdot 12) : 7 = 8$ лет.

Способ 5.

Пусть мальчикам по y лет, тогда девочкам по $(40 - 2y) : 2$ лет. Поскольку сумма возрастов семи девочек и двух мальчиков равна 80, то можно составить уравнение:

$$7(40 - 2y) : 2 + 2y = 80. \text{ Откуда } y = 12.$$

Следовательно, мальчикам по 12 лет, а девочкам по $(40 - 2 \cdot 12) : 2 = 8$ лет.

Способ 6.

Двум мальчикам столько же лет, сколько трём девочкам (при распределении детей на группы в первой из них 2 + 3 девочки, а во второй 2 девочки + 2 мальчика), т.е. возраст мальчика относится к возрасту девочки как 3 : 2.

Принимая x за коэффициент пропорциональности, получаем:

$3x \cdot 2 + 2x \cdot 7 = 80$. Откуда $x = 4$. Значит, девочкам по $2 \cdot 4 = 8$ лет, а мальчикам по $3 \cdot 4 = 12$ лет.

При решении задачи различными способами у ученика формируется умение анализировать прочитанное, правильно оформлять свои записи, письменные работы.



«Хороший учитель обязан понимать, что никакую задачу нельзя исчерпать до конца. Этот взгляд он должен прививать и своим ученикам»

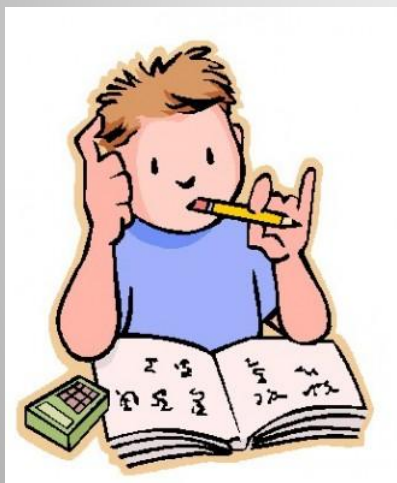


(Д. По́я).

Поиски различных способов решения математических задач, рассмотрение всех возможных способов решения, критическая оценка этих способов с целью выделения из них наиболее рационального – важный фактор развития математического мышления.



Решение задачи различными способами – это увлекательный творческий процесс, развивающий воображение, подталкивающий учащегося придумывать, искать все новые и новые решения задачи.



Дидактические функции:

- вводно - мотивационная
- контрольно - оценочная
- нахождение более рационального способа решения
- овладение основными методами решения задачи
- систематизация знаний
- формирование общеучебных умений

Развивающие функции:

- развитие исследовательских умений и навыков
- развитие математического мышления
- развитие навыков самоконтроля
- развитие самостоятельности в отыскании путей решения

Воспитывающие функции:

- воспитание личностных качеств школьников (трудолюбия, целеустремлённости, настойчивости, аккуратности)
- воспитание интереса к изучаемому предмету
- воспитание чувства прекрасного.