

Задача № 2

Щетникова Евгения 11 «В» класс

Условие

- Найти все значения параметра a , при которых наименьшее значение функции $y = x^2 + |x - a| + |x - 1|$ больше 2.



Условие

Для удобства перепишем условие задачи в виде:

$$x^2 + |x - a| + |x - 1| - 2 > 0$$

Теперь нам нужно найти такое значение параметра, чтобы данное неравенство выполнялось при всех значениях x .



Решение

- Перепишем полученное неравенство в виде:

$$|x - a| > -x^2 - |x - 1| + 2$$

построим график правой части неравенства.



Решение

- Для этого раскроем модуль правой части в двух случаях:

$$-x^2 - |x - 1| + 2 = 0$$

1 случай:

$$x \geq 1$$

$$-x^2 - x + 3 = 0$$

2 случай:

$$x < 1$$

$$-x^2 + x + 1 = 0$$

Решение

- Найдем координаты вершин парабол, задаваемых полученными уравнениями и построим их на координатной плоскости:

$$-x^2 - x + 3 = 0$$

$$x_0 = -0,5$$

$$y_0 = 3,25$$

X	1	2	3
Y	1	-3	-9

$$-x^2 + x + 1 = 0$$

$$x_0 = 0,5$$

$$y_0 = 1,25$$

X	-1	-2	-3	0
Y	-1	-5	-11	1

Решение



$-x^2 - x + 3$
 $-x^2 + x + 1$

Найдем координаты
точки пересечения
графиков:

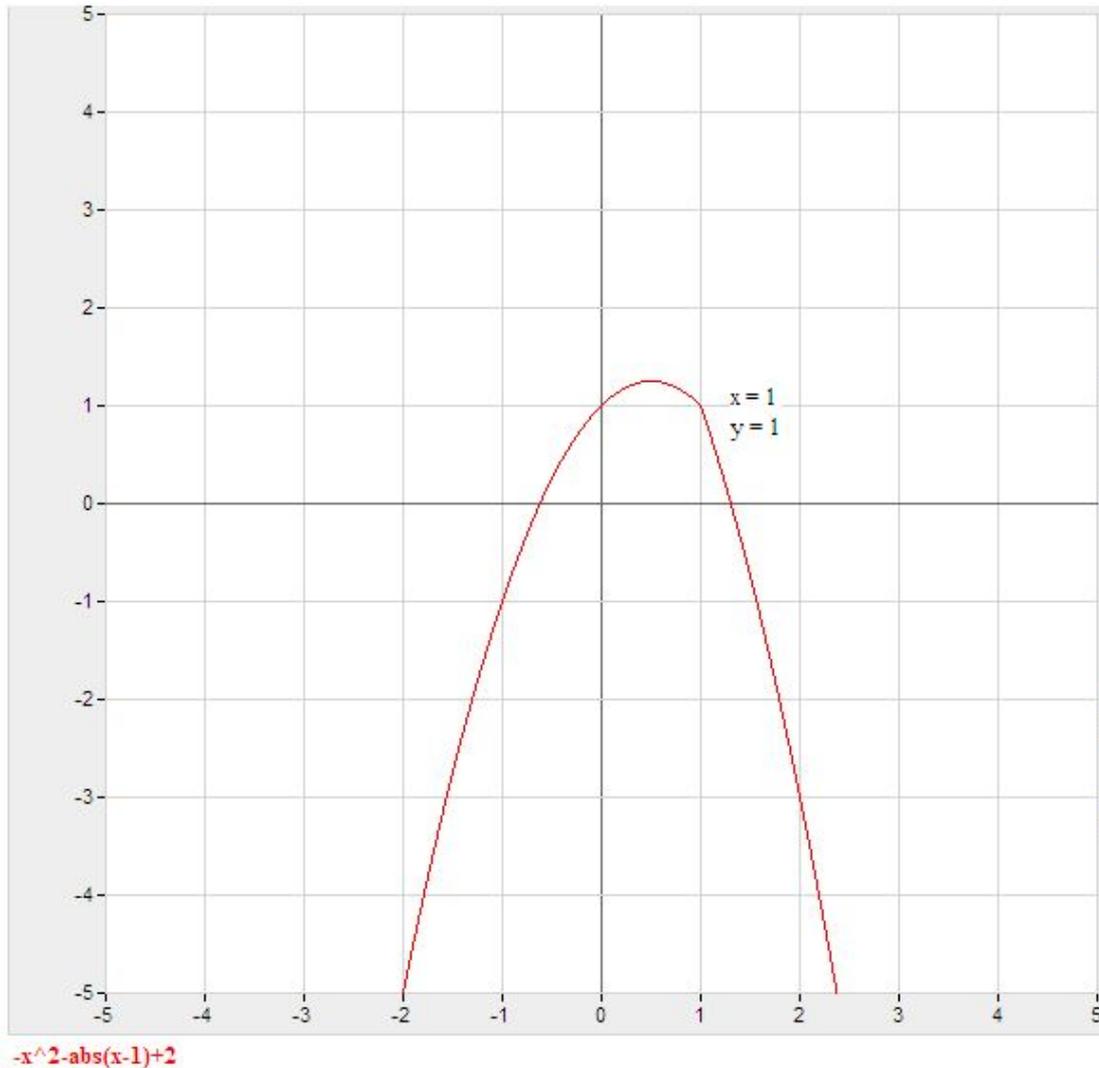
$$-x^2 - x + 3 = -x^2 + x + 1$$

$$x = 1$$

$$y = 1$$



Решение



В соответствии со знаком раскрытия модуля отсечем «ненужные» части графика и получим график правой части неравенства:

$$|x - a| > -x^2 - |x - 1| + 2$$



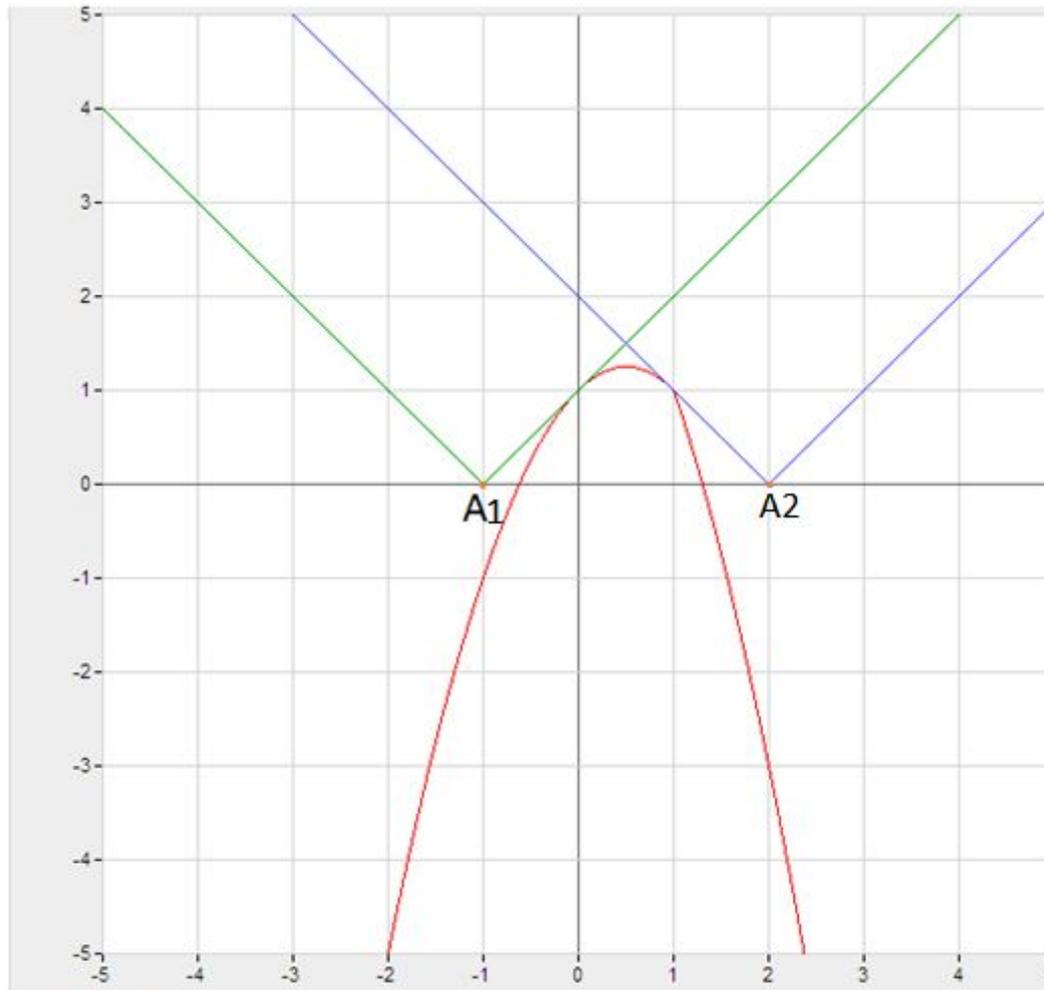
Решение

- Теперь на полученном графике построим график левой части неравенства, он будет представлять собой так называемый «уголок», который в зависимости от значения параметра a будет перемещаться вдоль оси абсцисс.
 - Нам нужно, чтобы этот «уголок» располагался так, чтобы на графике правой части неравенства не нашлось ни одной точки, лежащей выше соответственных точек «уголка» или даже на самом «уголке» (строгое неравенство).
-



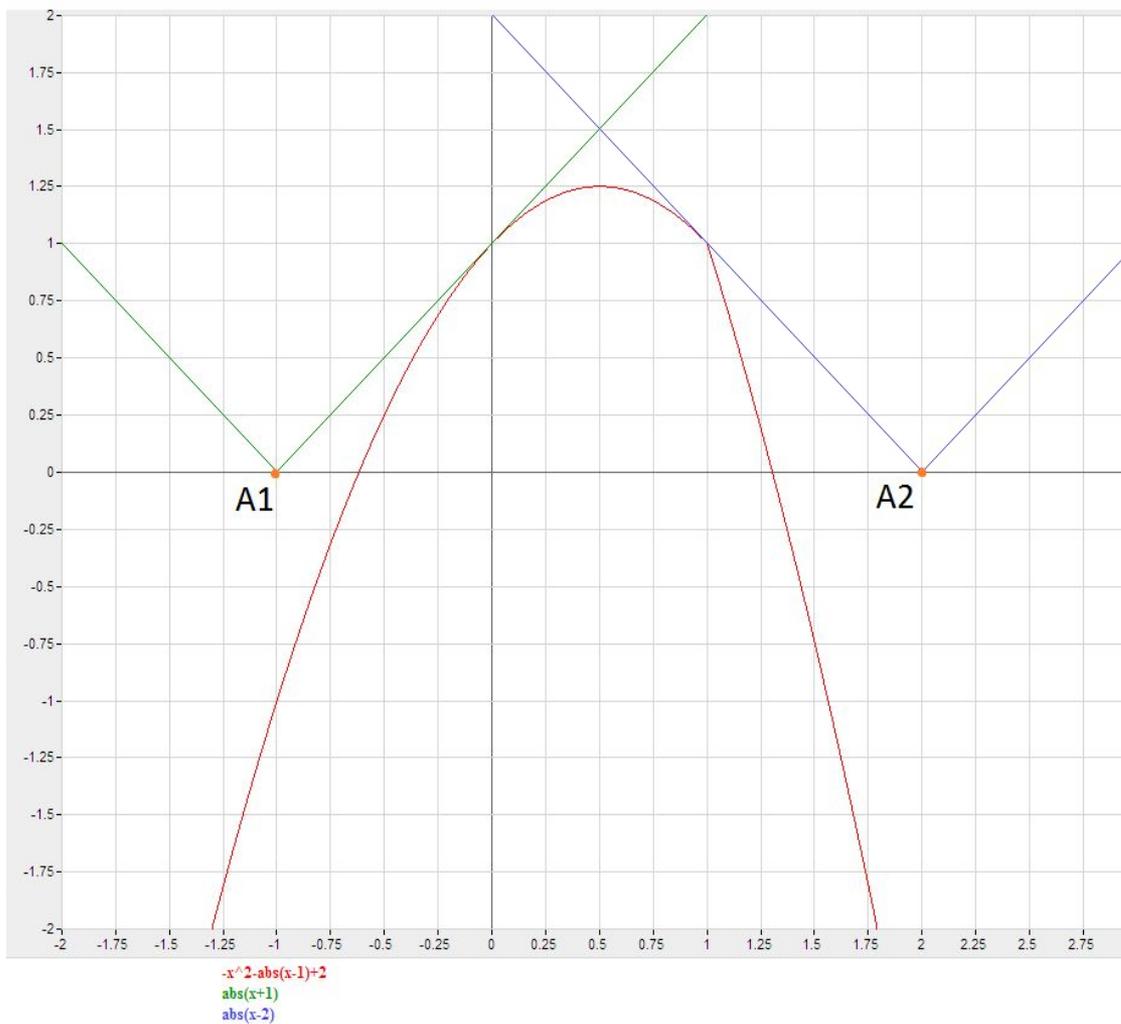
Решение

- Для выполнения этого условия вершина уголка не должна лежать на отрезке $[A1; A2]$.



$-x^2 - \text{abs}(x-1) + 2$
 $\text{abs}(x+1)$
 $\text{abs}(x-2)$

Решение



Легко заметить, что касание «уголка» при положении его вершины в точке A_2 и полученного графика будет в точке с координатами $(1; 1)$ (точка пересечения двух парабол), учитывая это составляю две системы для нахождения A_1 и A_2



Решение

$$\begin{cases} x-a_1^2 = -x^2+x+1 & (1) \\ (x-a_1^2)' = (-x^2+x+1)' & (2) \end{cases}$$

Модуль раскрыт в зависимости от знака углового коэффициента

$$(2): (x-a_1^2)' = (-x^2+x+1)'$$

$$1 = -2x+1$$

$x=0$ -подставим в (1)

$$(1): a_1 = -1$$

$$\begin{cases} -x+a_2 = -x^2+x+1 & (3) \\ (-x+a_2)' = (-x^2+x+1)' & (4) \end{cases}$$

$$(4): (-x+a_2)' = (-x^2+x+1)'$$

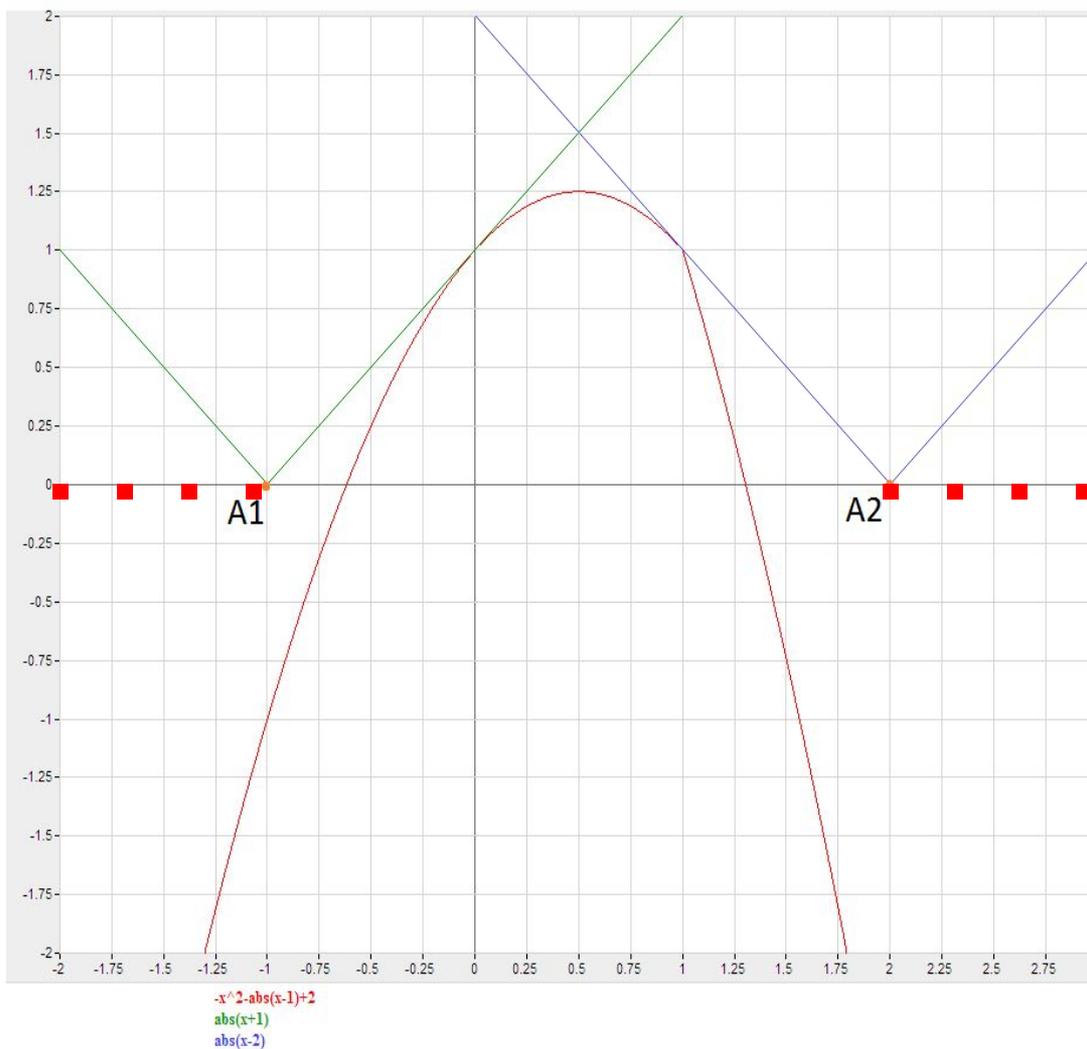
$$-1 = -2x+1$$

$x=1$ -подставим в (3)

$$(3): a_2 = 2$$



Решение



Таким образом решением поставленной задачи будет $a > 2$ или $a < -1$

Ответ: $a > 2$ или $a < -1$