Задача № 2

Щетникова Евгения 11 «В» класс

Условие

- Найти все значения параметра *a*, при которых наименьшее значение функции $y = x^2 + |x - a| + |x - 1|$ больше 2.

Условие

Для удобства перепишем условие задачи в виде:

$$x^2 + |x - a| + |x - 1| - 2 > 0$$

Теперь нам нужно найти такое значение параметра, чтобы данное неравенство выполнялось при всех значениях X.

Решение

- Перепишем полученное неравенство в виде:

$$|x-a| > -x^2 - |x-1| + 2$$

построим график правой части неравенства.

Решение

- Для этого раскроем модуль правой части в двух случаях:

$$-x^2-|x-1|+2=0$$

1 случай:

$x \geq 1$

$$-x^2-x+3=0$$

2 случай:

$x<1$

$$-x^2+x+1=0$$

Решение

- Найдем координаты вершин парабол, задаваемых полученными уравнениями и построим их на координатной плоскости:

$$-x^2 - x + 3 = 0$$

$x_0 = -0,5$

$y_0 = 3,25$

X	1	2	3
Y	1	-3	-9

$$-x^2 + x + 1 = 0$$

$x_0 = 0,5$

$y_0 = 1,25$

X	-1	-2	-3	0
Y	-1	-5	-11	1

Решение

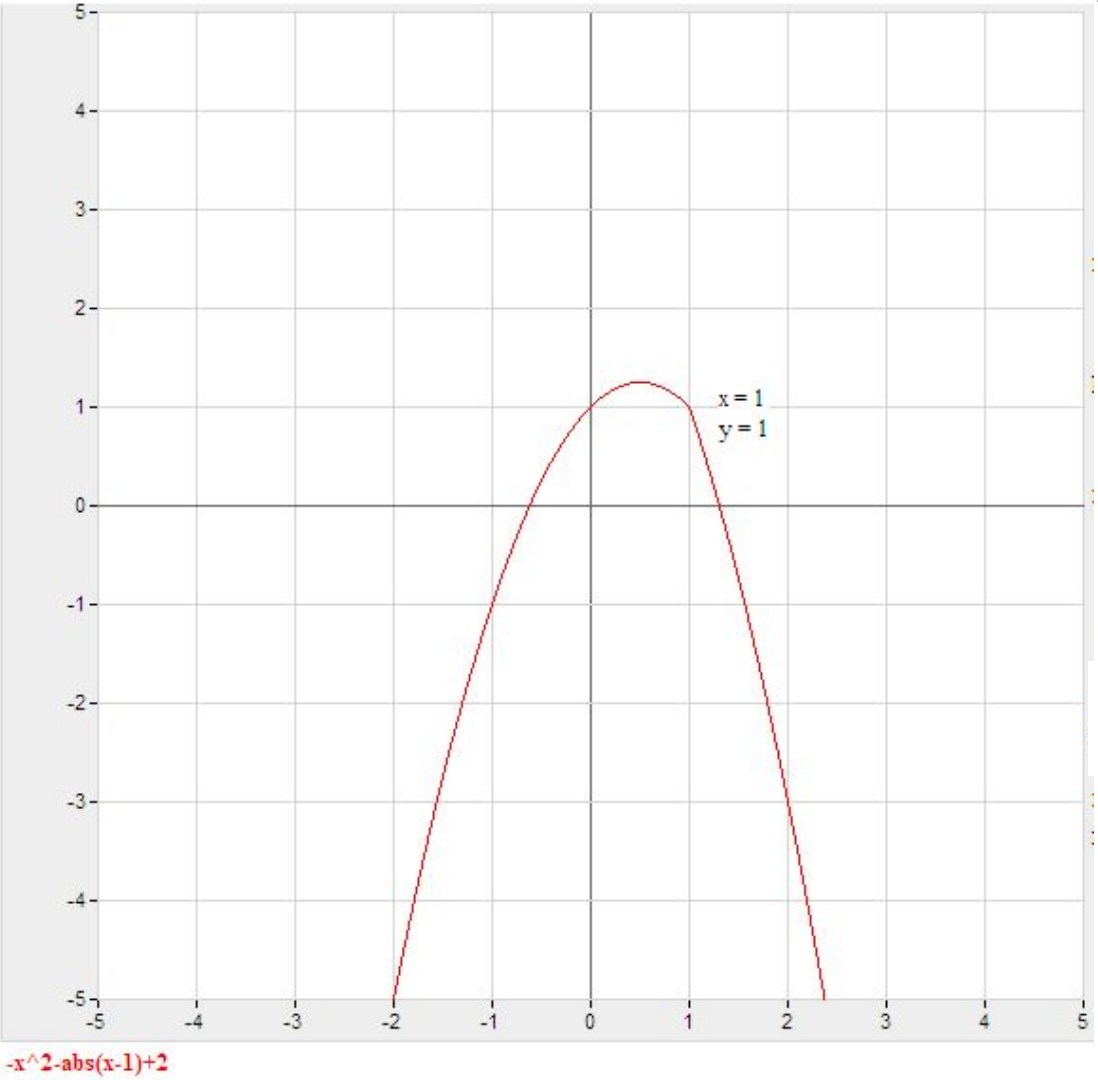
Найдем координаты точки пересечения графиков:

$$-x^2 - x + 3 = -x^2 + x + 1$$

$$x = 1$$

$$y = 1$$

Решение



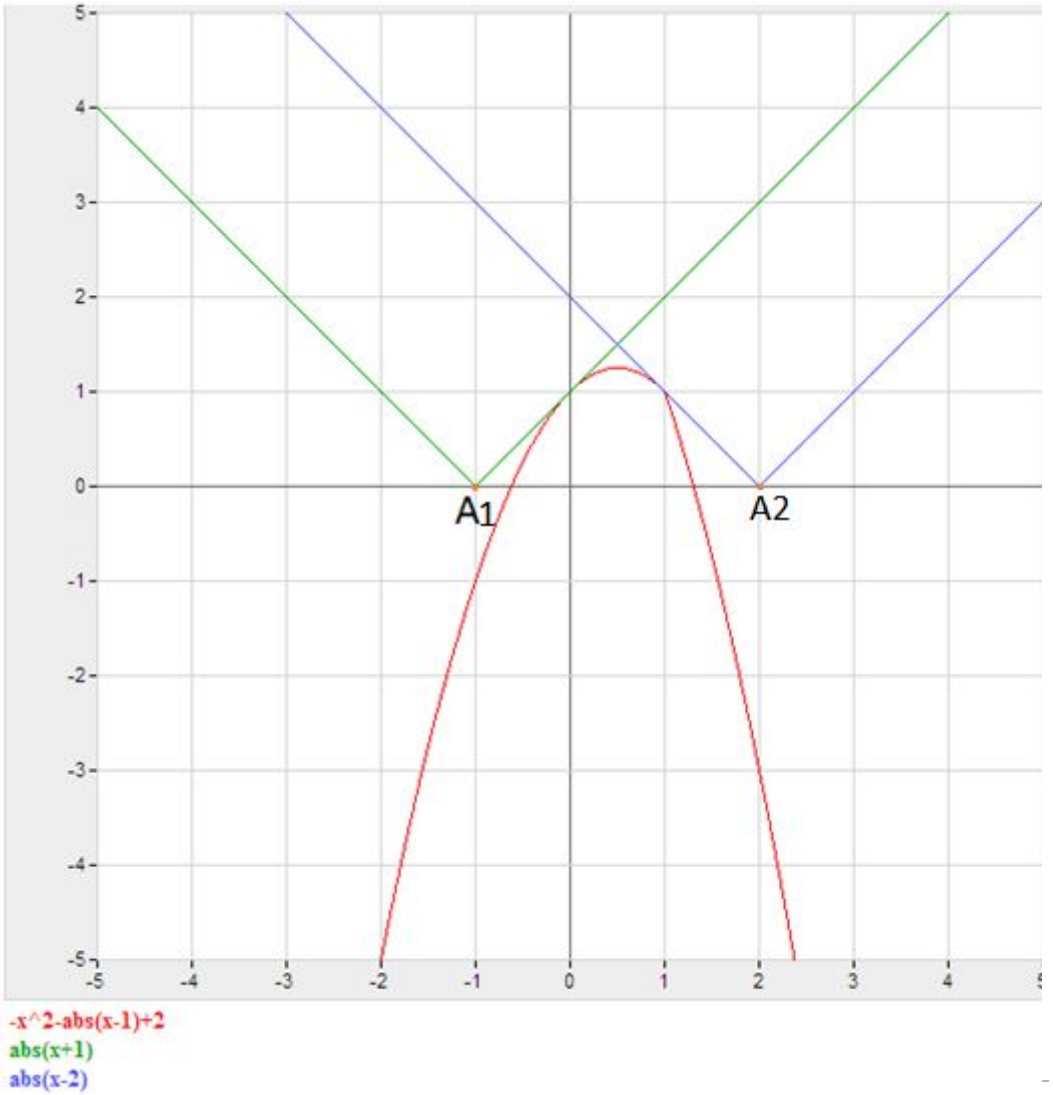
В соответствии со знаком раскрытия модуля отсечем «ненужные» части графика и получим график правой части неравенства:

$$|x-a| > -x^2 - |x-1| + 2$$

Решение

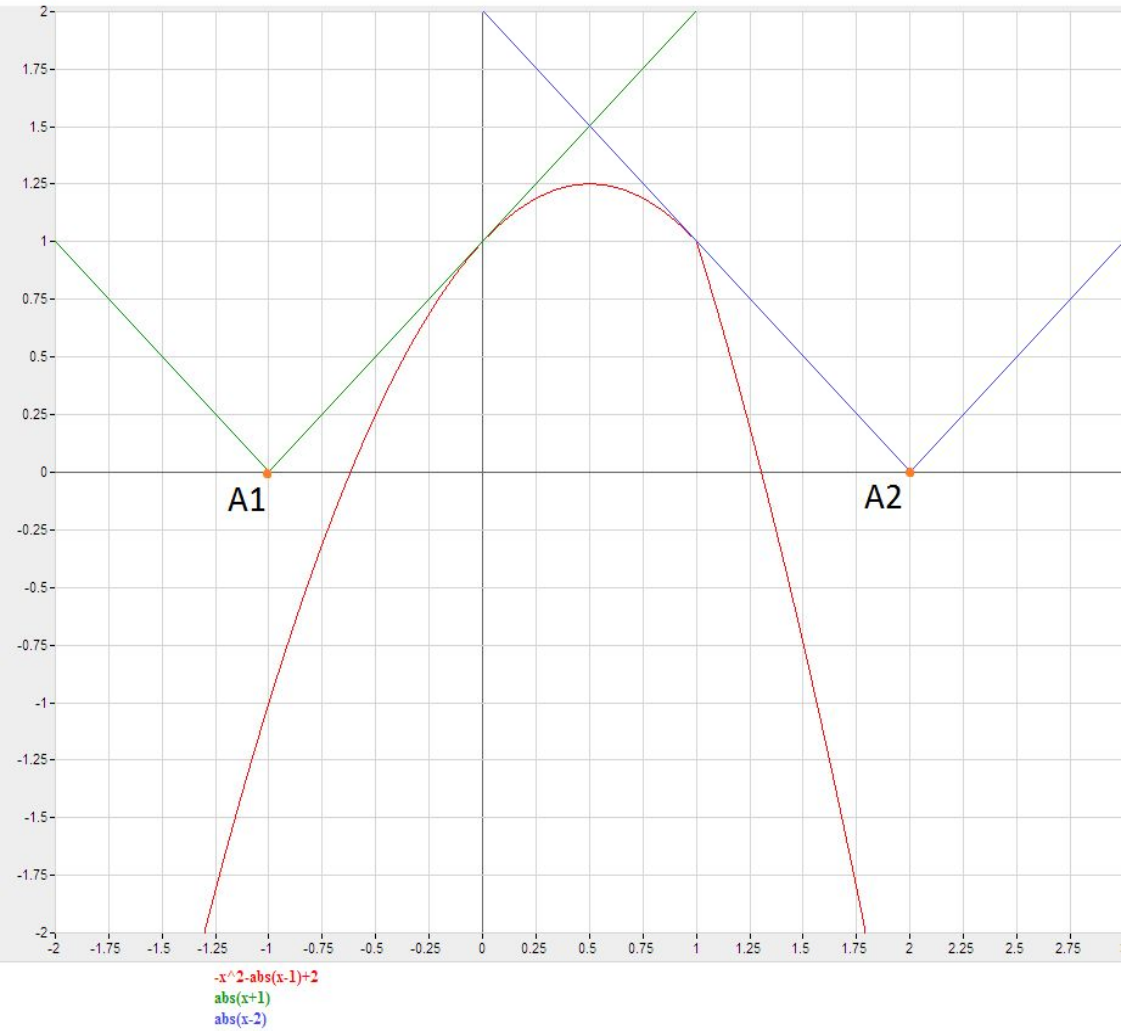
- Теперь на полученном графике построим график левой части неравенства, он будет представлять собой так называемый «уголок», который в зависимости от значения параметра а будет перемещаться вдоль оси абсцисс.
- Нам нужно, чтобы этот «уголок» располагался так, чтобы на графике правой части неравенства не нашлось ни одной точки, лежащей выше соответственных точек «уголка» или даже на самом «уголке» (строгое неравенство).

Решение



- Для выполнения этого условия вершина уголка не должна лежать на отрезке [A1;A2].

Решение



Легко заметить, что касание «уголка» при положении его вершины в точке A2 и полученного графика будет в точке с координатами (1;1) (точка пересечения двух парабол), учитывая это составлю две системы для нахождения A1 и A2

Решение

$$\begin{cases} x-a_1^2= -x^2+x+1 \ (1) \\ (x-a_1^2)'= (-x^2+x+1)' \ (2) \end{cases}$$

Модуль раскрыт в зависимости от знака углового коэффициента

(2): $(x-a_1^2)'= (-x^2+x+1)'$

$1= -2x+1$

$x=0$-подставим в (1)

(1): $a_1= -1$

$$\begin{cases} -x+a_2= -x^2+x+1 \ (3) \\ (-x+a_2)'=(-x^2+x+1)' \ (4) \end{cases}$$

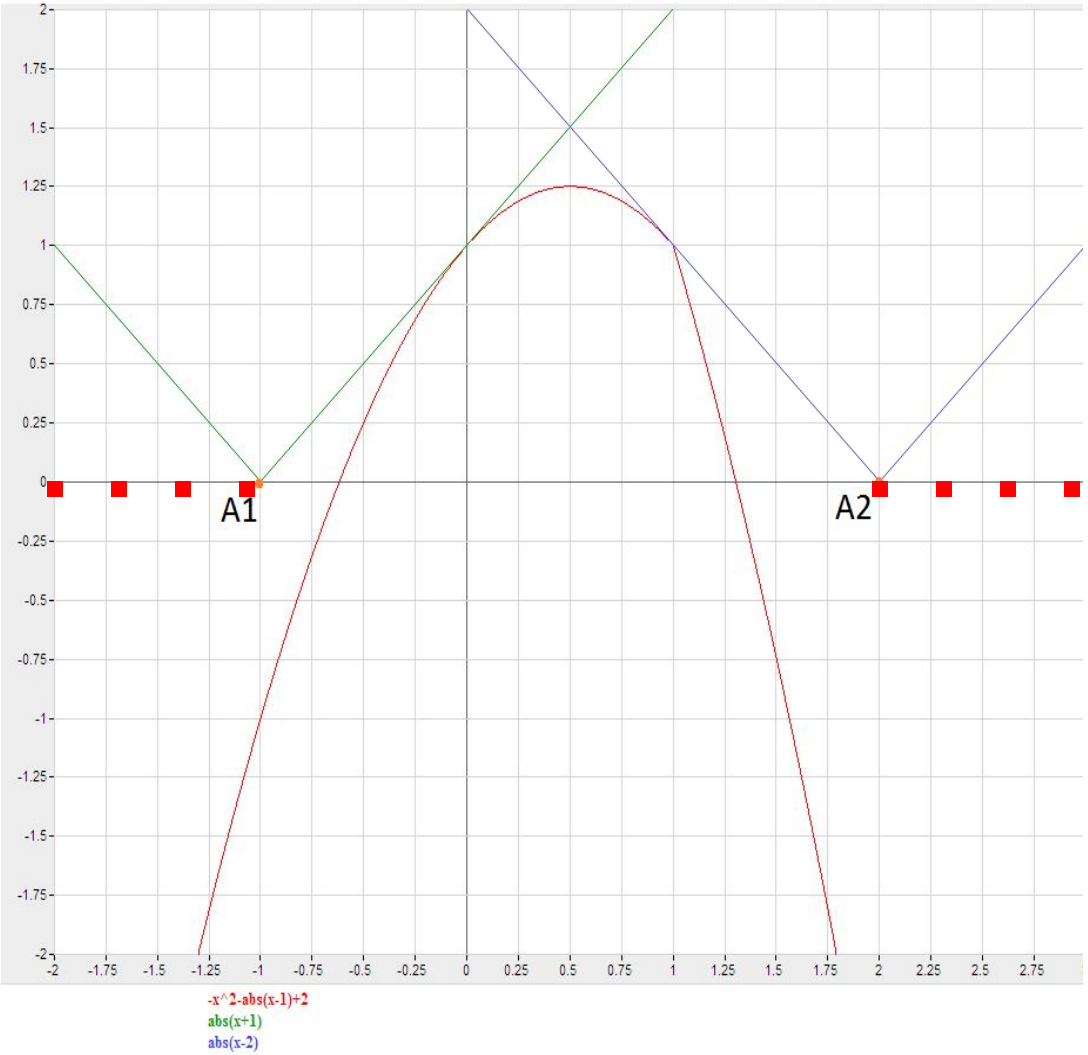
(4): $(-x+a_2)'=(-x^2+x+1)'$

$-1= -2x+1$

$x=1$-подставим в (3)

(3): $a_2=2$

Решение



Таким образом решением поставленной задачи будет

a>2 или a<-1

<u>Ответ: a>2 или a<-1</u>