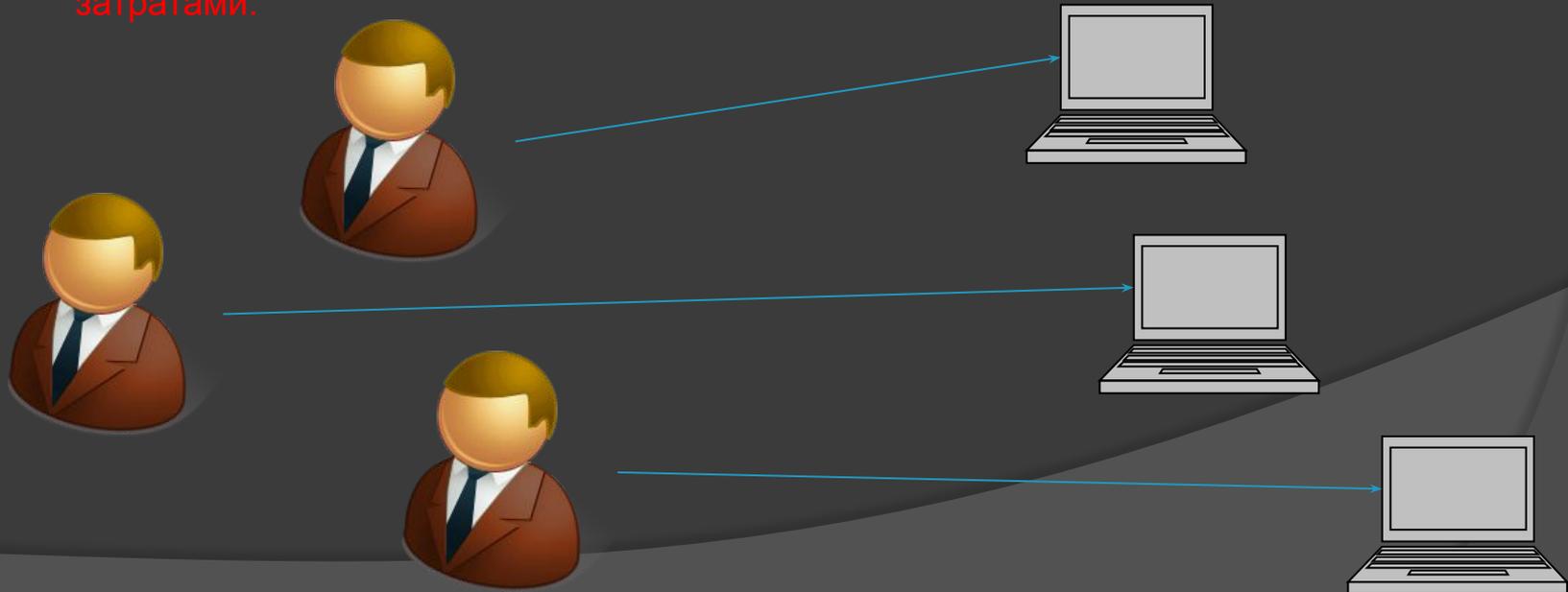


Подготовил студент группы P05-206: Коломин Андрей.

*ЗАДАЧИ О
НАЗНАЧЕНИЯХ. ЗАДАЧА О
РАНЦЕ И ЗАДАЧА
КОММИВОЯЖЕРА.*

Задачи о назначениях.

- Задача о назначениях – одна из фундаментальных задач комбинаторной оптимизации в области математической оптимизации или исследовании операций. Задача состоит в поиске минимальной суммы дуг во взвешенном двудольном графе.
- Если говорить более простым языком, то в наиболее общей форме задача формулируется следующим образом: **Имеется некоторое число работ и некоторое число исполнителей. Любой исполнитель может быть назначен на выполнение любой (но только одной) работы, но с неодинаковыми затратами. Нужно распределить работы так, чтобы выполнить работы с минимальными затратами.**



Пример задачи о назначениях.

- Три актёра озвучивают мультфильм с пятью персонажами. Режиссер решил, что каждый актёр может озвучить не более двух персонажей. Баллы, показывающие, насколько актер соответствует той или иной роли, занесены в следующую таблицу.

	Иванов	Петров	Сидоров
Персонаж №1	6	4	8
Персонаж №2	10	6	8
Персонаж № 3	10	0	9
Персонаж № 4	0	2	4
Персонаж № 5	6	4	0

Распределить роли так, чтобы сумма баллов была максимальной. В ответе написать сумму баллов

Решение.

- Решение. Добавим фиктивный персонаж и продублируем столбцы всех актеров.

	Иванов	Иванов	Петров	Петров	Сидоров	Сидоров
Персонаж №1	6	6	4	4	8	8
Персонаж №2	10	10	6	6	8	8
Персонаж № 3	10	10	0	0	9	9
Персонаж № 4	0	0	2	2	4	4
Персонаж № 5	6	6	4	4	0	0
ФИКТИВНЫЙ	0	0	0	0	0	0

- Получаем матрицу соответствия.

- | | | | | | |
|----|----|---|---|---|---|
| 6 | 6 | 4 | 4 | 8 | 8 |
| 10 | 10 | 6 | 6 | 8 | 8 |
| 10 | 10 | 0 | 0 | 9 | 9 |
| 0 | 0 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| 6 | 6 | 4 | 4 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

- 1. Находим максимальный элемент в матрице и вычитаем из него все элементы.

- | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| 4 | 4 | 6 | 6 | 2 | 2 |
| 0 | 0 | 4 | 4 | 2 | 2 |
| 0 | 0 | 10 | 10 | 1 | 1 |
| 10 | 10 | 8 | 8 | 6 | 6 |
| 4 | 4 | 6 | 6 | 10 | 10 |
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |

- 2. Проведём редукцию по столбцам (в каждом столбце находим наименьший элемент и вычитаем его из всех элементов этого столбца).

- ⦿
- ⦿
- ⦿
- ⦿
- ⦿
- ⦿

4	4	2	2	1	1
0	0	0	0	1	1
0	0	6	6	0	0
10	10	4	4	5	5
4	4	2	2	9	9
10	10	6	6	9	9

- ⦿ 3. Проведем редукцию по строкам (в каждой строке находим наименьший элемент и вычитаем его из всех элементов этой строки).

- ⦿
- ⦿
- ⦿
- ⦿
- ⦿
- ⦿

3	3	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1
0	0	6	6	0	0
6	6	0	0	1	1
2	2	0	0	7	7
4	4	0	0	3	3

- ⦿ 4. Далее вычёркиваем все строки и столбцы, содержащие 0 и среди оставшихся находим наименьший элемент. Его мы складываем с элементами на перекрестье.

- ⦿
- ⦿
- ⦿
- ⦿
- ⦿
- ⦿

3	3	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1
0	0	6	6	0	0
6	6	0	0	1	1
2	2	0	0	7	7
4	4	0	0	3	3

○ После всех проведённых преобразований получим матрицу:

○	3	3	2	2	0	0
○	0	0	1	1	1	1
○	0	0	7	7	0	0
○	5	5	0	0	0	0
○	1	1	0	0	6	6
○	3	3	0	0	2	2

○ Таким образом получаем, что

○ Сидоров может играть роли № 1, №3, №4.

○ Петров может играть роли №4, №5, фиктивную роль.

○ Иванов может играть роли №2, №3.

○ Далее рассматриваем исходную таблицу и определяем наилучший вариант распределения.

○ Ответ:

○ 1. Иванов → персонажи 2 и 3.

○ 2. Петров → персонаж 5

○ 3. Сидорова → персонажи 1 и 4.

○ $Z = 8 + 10 + 10 + 4 + 4 = 36$

	Иванов	Петров	Сидоров
Персонаж №1	6	4	8
Персонаж №2	10	6	8
Персонаж №3	10	0	9
Персонаж №4	0	2	4
Персонаж №5	6	4	0

Задача о ранце.

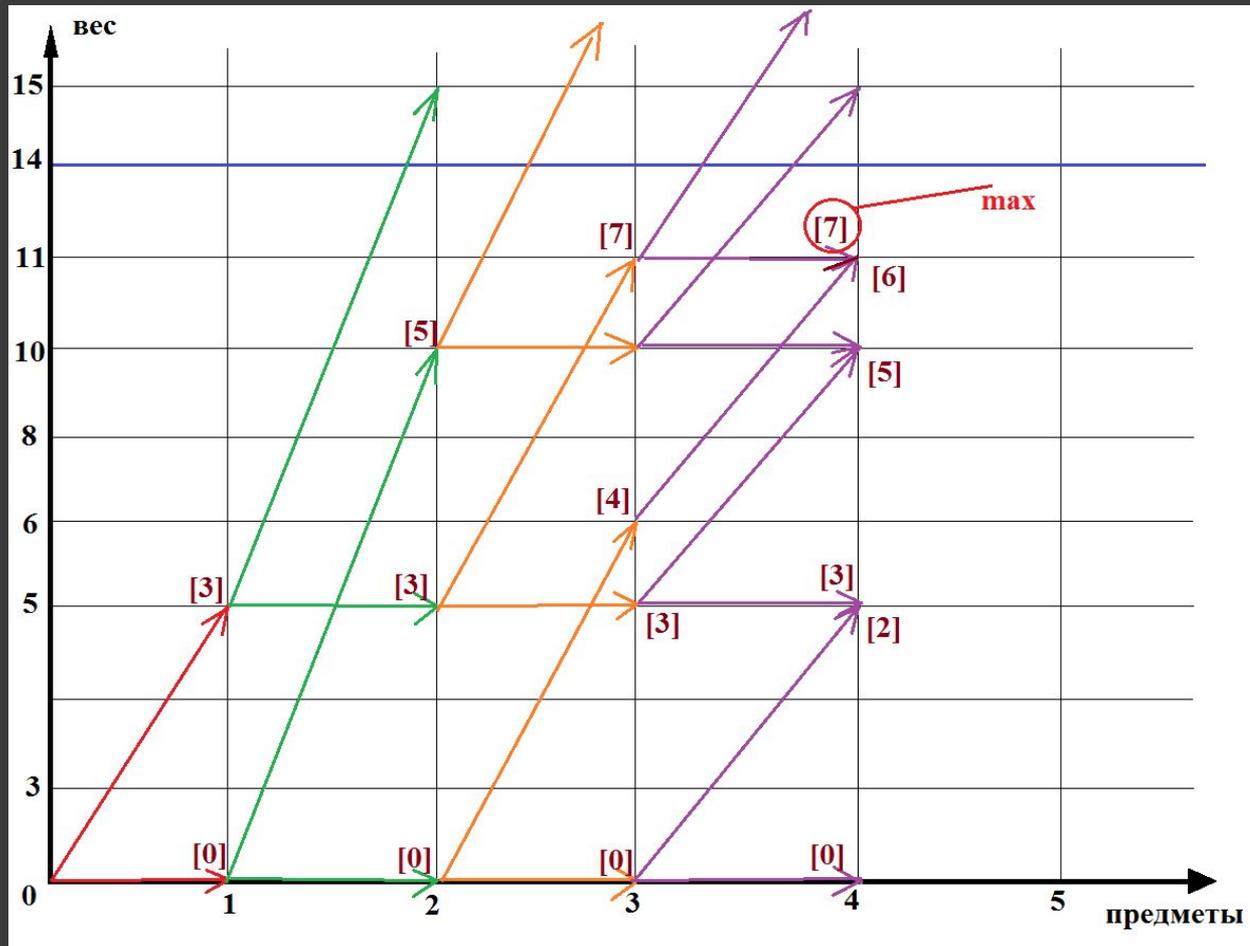
- Задача о ранце (рюкзаке) — одна из NP-полных задач комбинаторной оптимизации. Название своё получила от максимизационной задачи укладки как можно большего числа ценных вещей в рюкзак при условии, что общий объём (или вес) всех предметов, способных поместиться в рюкзак, ограничен.
- Если говорить более простым языком, то в наиболее общей форме задача формулируется следующим образом: **из заданного множества предметов со свойствами «стоимость» и «вес», требуется отобрать некое число предметов таким образом, чтобы получить максимальную суммарную стоимость при одновременном соблюдении ограничения на суммарный вес.**

Пример задачи о ранце.

Номер предмета	Ценность	Вес
1	3	5
2	5	10
3	4	6
4	2	5

Вместимость рюкзака равна 14.

Решение.



Задача коммивояжера.

- Задача коммивояжера (англ. Travelling salesman problem, сокращённо TSP) — одна из самых известных задач комбинаторной оптимизации, заключающаяся в отыскании самого выгодного маршрута, проходящего через указанные города хотя бы по одному разу с последующим возвратом в исходный город. В условиях задачи указываются критерий выгодности маршрута (кратчайший, самый дешёвый, совокупный критерий и тому подобное) и соответствующие матрицы расстояний, стоимости и тому подобного. Как правило, указывается, что маршрут должен проходить через каждый город только один раз — в таком случае выбор осуществляется среди гамильтоновых циклов.
- Её можно решить как с помощью представление в виде графа, так и с помощью метода ветвей и границ.

Общий план решения методом ветвей и границ.

- Для решения задачи коммивояжера методом ветвей и границ необходимо выполнить следующую последовательность действий:
- (1) Построение матрицы с исходными данными.
- (2) Нахождение минимума по строкам.
- (3) Редукция строк.
- (4) Нахождение минимума по столбцам.
- (5) Редукция столбцов.
- (6) Вычисление оценок нулевых клеток.
- (7) Редукция матрицы.
- (8) Если полный путь еще не найден, переходим к пункту 2, если найден к пункту 9.
- (9) Вычисление итоговой длины пути и построение маршрута.

Практическое применение данных задач.

- Данные задачи и методы их решения позволяют максимизировать производство и более грамотно вести бизнес.
- Задача о назначениях позволяет грамотно распределить рабочую силу.
- Задача о ранце позволяет найти такое решение, при котором находится максимальная выгода при определённых ограничениях.
- Задача коммивояжера позволяет наладить логистику в компании, что существенно сократит расходы на перевозку продукции.

Спасибо за внимание.