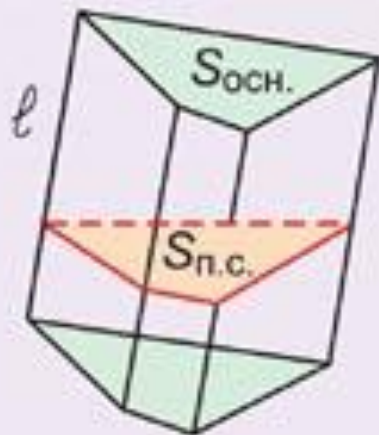


Задание №9

Площадь поверхности фигур

ПРИЗМА

Произвольная призма

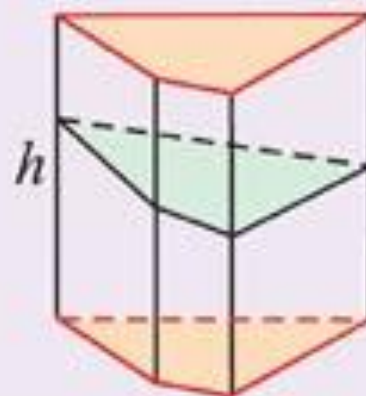


$$S_{\text{бок.}} = P_{\text{п.с.}} \cdot l$$

$$V = S_{\text{осн.}} \cdot h = S_{\text{п.с.}} \cdot l$$

$S_{\text{п.с.}}$ — площадь
перпендикулярного сечения

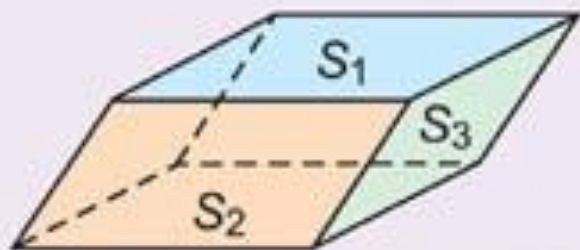
Прямая призма



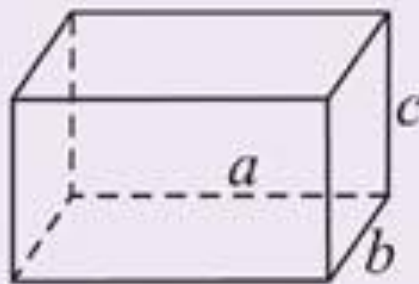
$$S_{\text{бок.}} = P_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$V = S_{\text{осн.}} \cdot h$$

Частные случаи

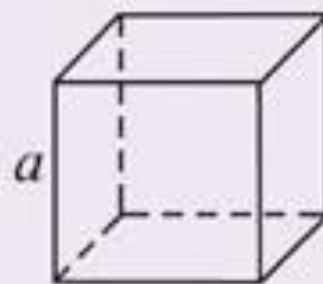


$$V = S_1 h_1 = S_2 h_2 = S_3 h_3$$



$$V = abc$$

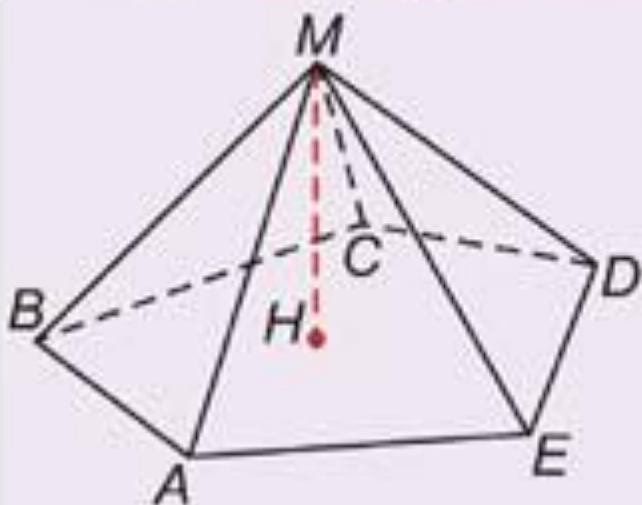
$$S = 2(ab + bc + ac)$$



$$V = a^3$$

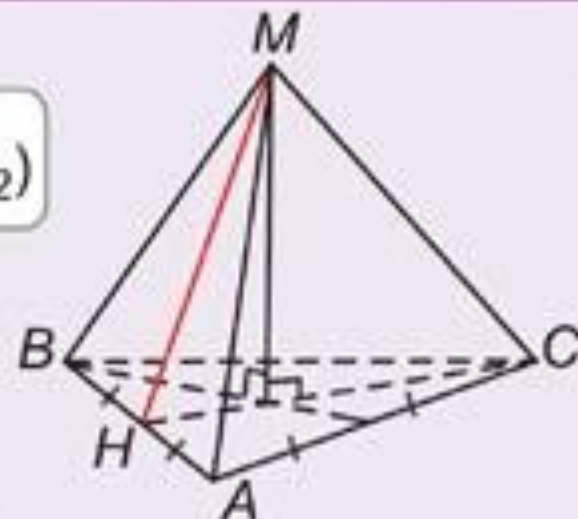
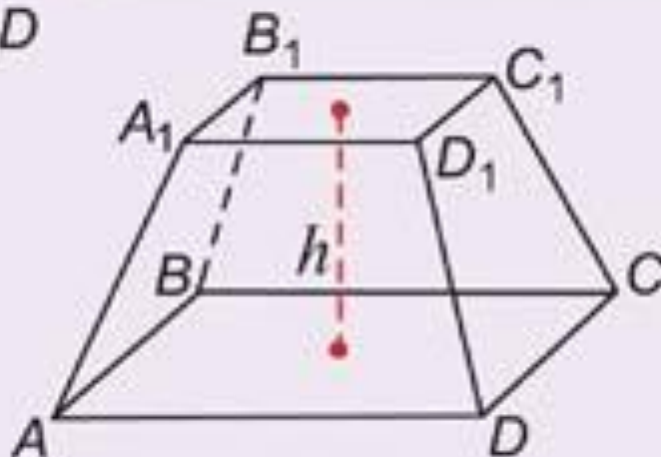
$$S = 6a^2$$

ПИРАМИДА



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

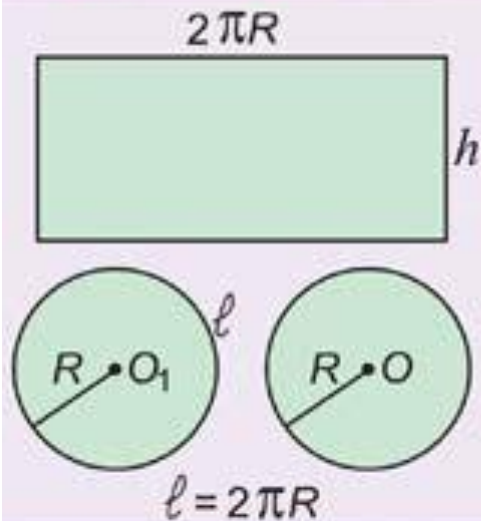
$$V = \frac{1}{3} h (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$$



$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн.}} \cdot h_a$$

h_a – апофема

ЦИЛИНДР



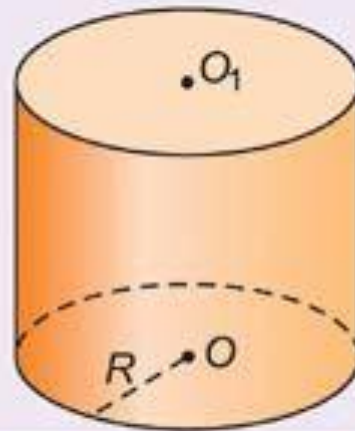
Площадь боковой поверхности

$$S_{\text{бок}} = 2\pi R h$$

R – радиус основания
 h – высота цилиндра

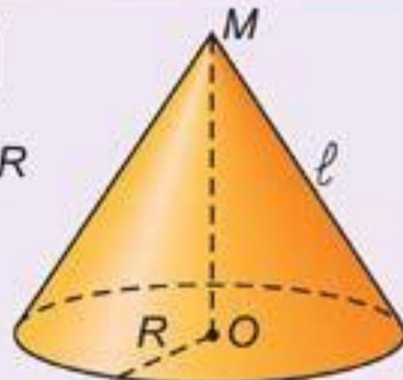
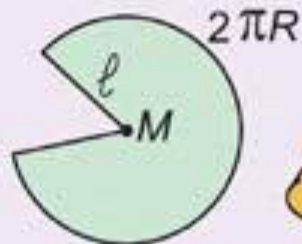
Площадь полной поверхности

$$S_{\text{полн}} = 2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi R (h + R)$$



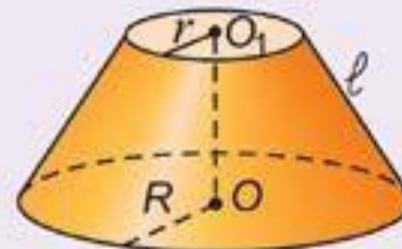
КОНУС

$$S_{\text{бок}} = \pi R \ell$$



$$S_{\text{полн}} = \pi R \ell + \pi R^2 = \pi R (\ell + R)$$

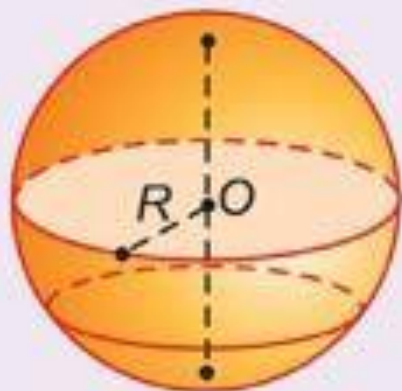
$$S_{\text{бок}} = \pi \ell (R + r)$$




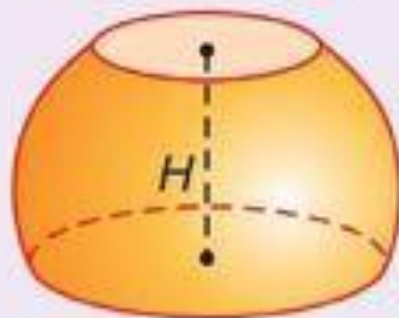
$$S_{\text{полн}} = \pi \ell (R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

ШАР И ЕГО ЧАСТИ

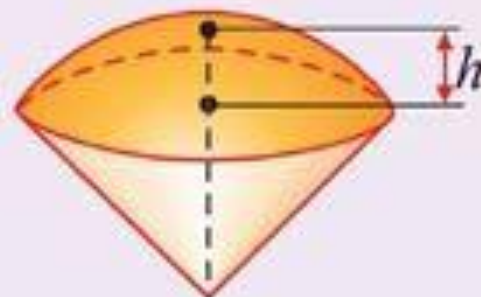
$$S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$$




$$S_{\text{сегм.}} = 2\pi R h$$



$$S_{\text{слоя}} = 2\pi R H$$



$$S_{\text{сек.}} = \pi R(2h + \sqrt{2Rh - h^2})$$

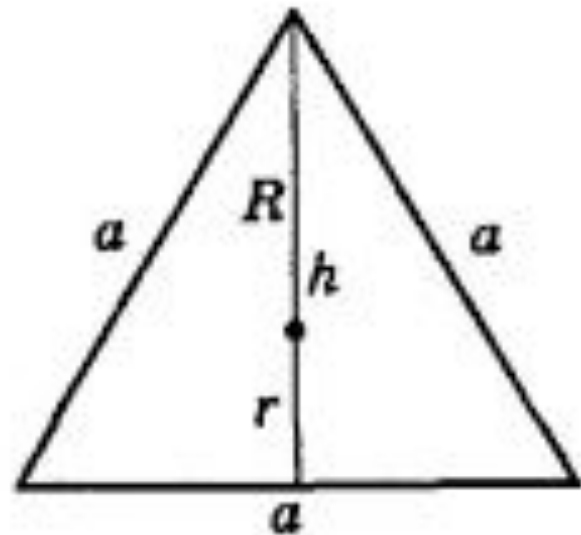
Правильный треугольник

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

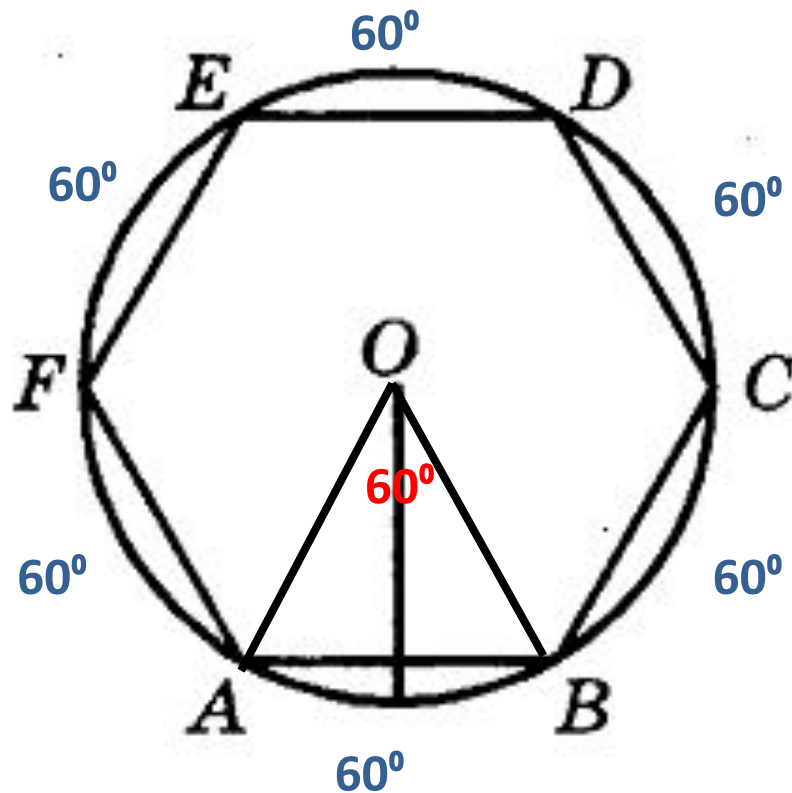
$$h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$$

$$R = 2r$$

$$R = \frac{a \sqrt{3}}{3} \quad r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$$

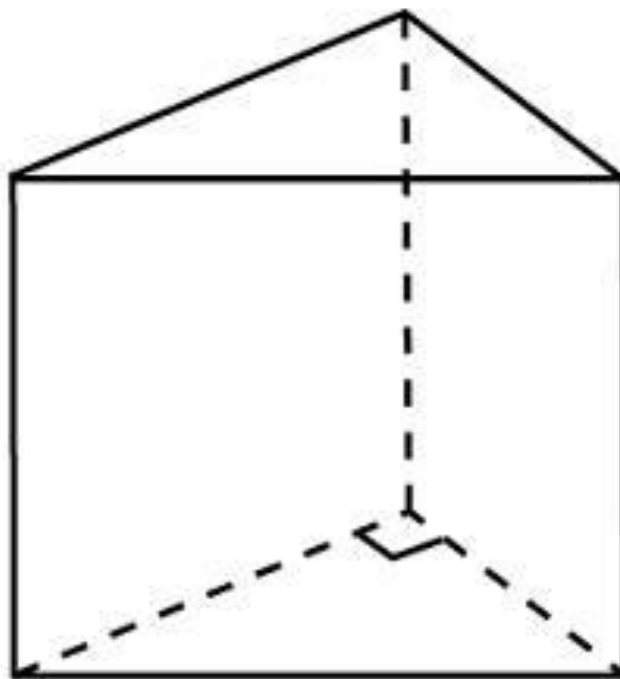


Правильный шестиугольник



№1

Площадь поверхности правильной треугольной призмы равна 6. Какой станет площадь поверхности призмы, если все её рёбра увеличатся в три раза, а форма останется пре



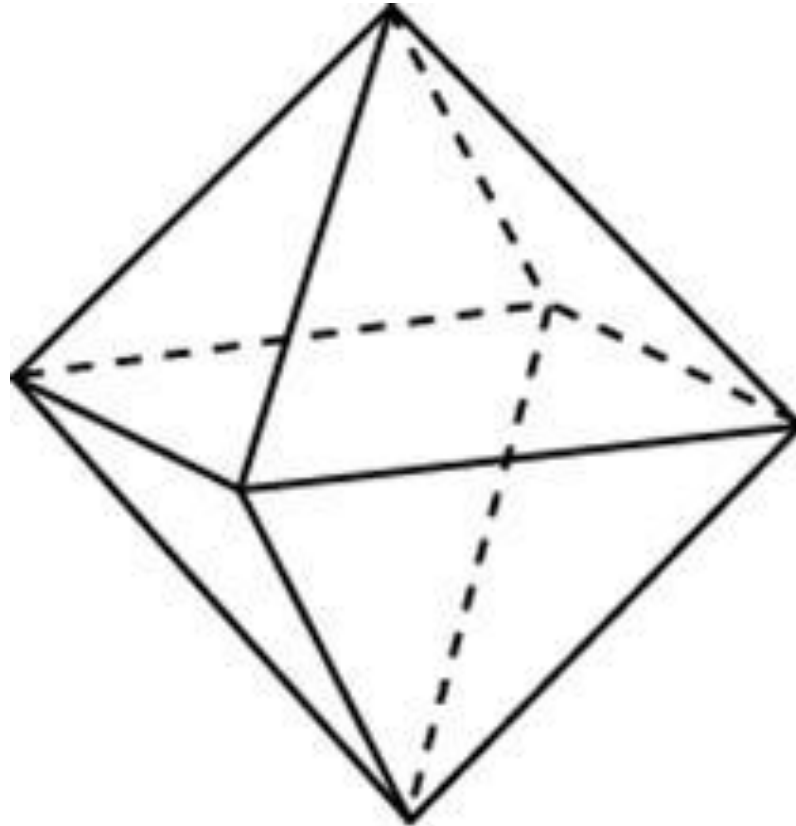
Ответ: 54

Свойство многогранников

- Если все рёбра многогранника увеличить в одно и то же число раз, то получится подобный ему многогранник с коэффициентом подобия n .
- В этом случае все линейные размеры увеличиваются в то же самое число раз, все квадратные размеры увеличиваются в n^2 раз, все кубические - в n^3 раз.

№2

Во сколько раз увеличится площадь поверхности октаэдра, если все его ребра увеличить в 3 раза?

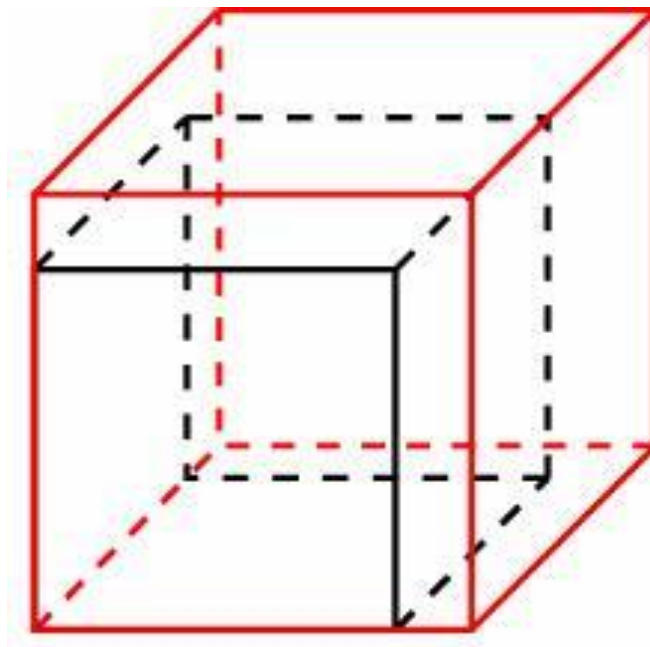


Ответ:

9

№3

Если каждое ребро куба
увеличить на 1, то его площадь
поверхности увеличится на 54.
Найдите ребро куба.



Ответ:

4

№4

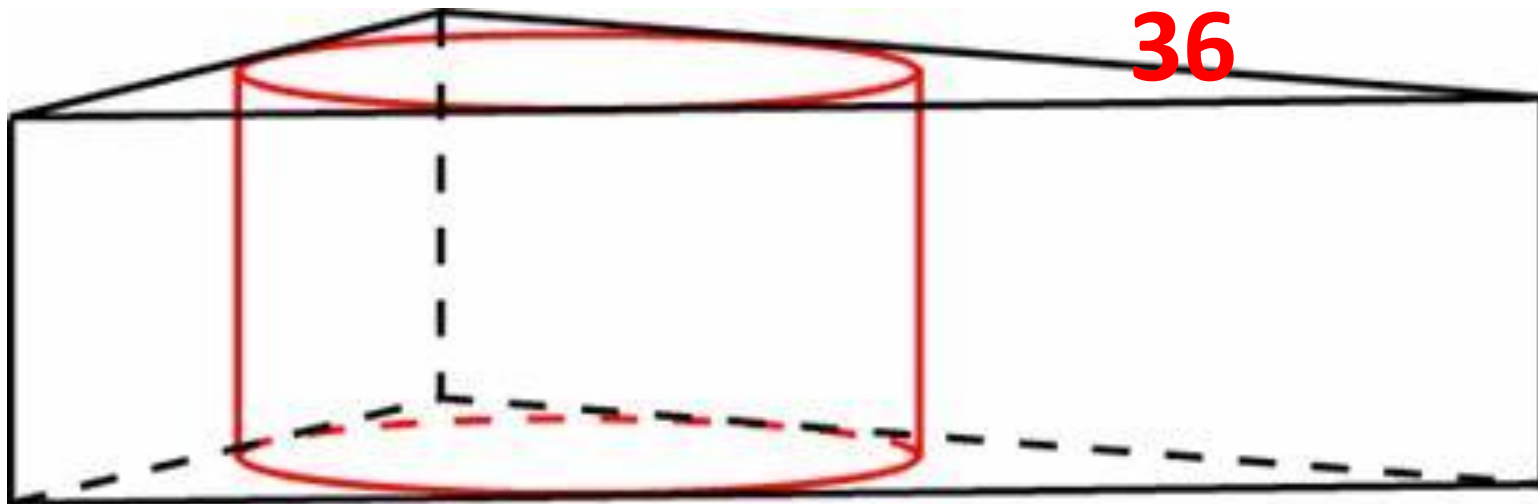
Площадь поверхности куба равна 18.
Найдите его диагональ.

№5

Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{3}$, а высота равна 2.

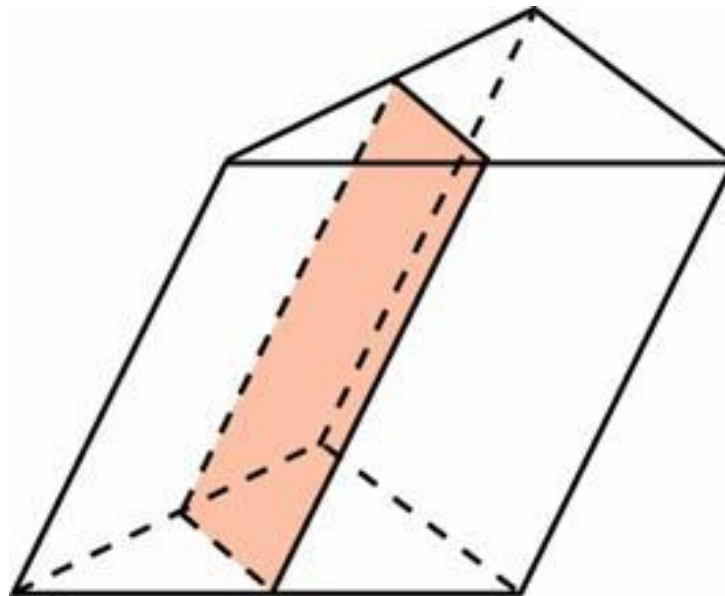
Ответ:

36



№6

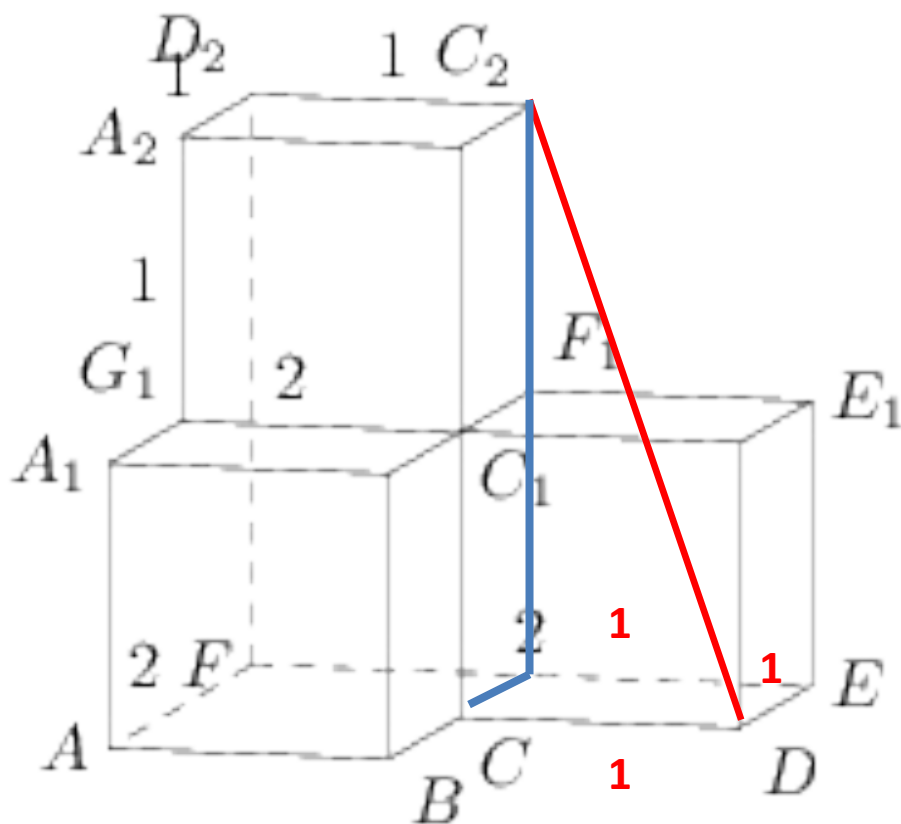
Через среднюю линию основания треугольной призмы, площадь боковой поверхности которой равна 24, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы.



**Ответ:
12**

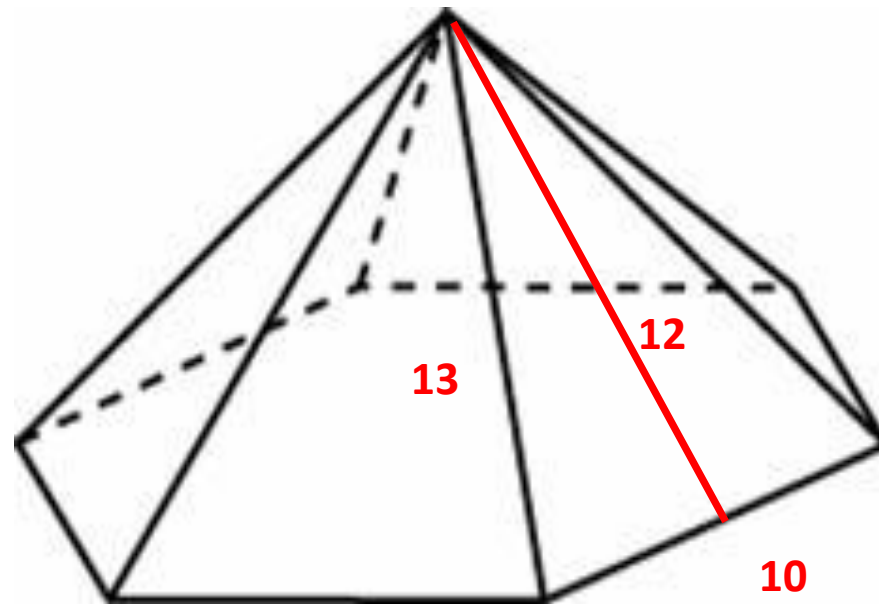
№7

Найдите квадрат расстояния между вершинами D и C_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



№8

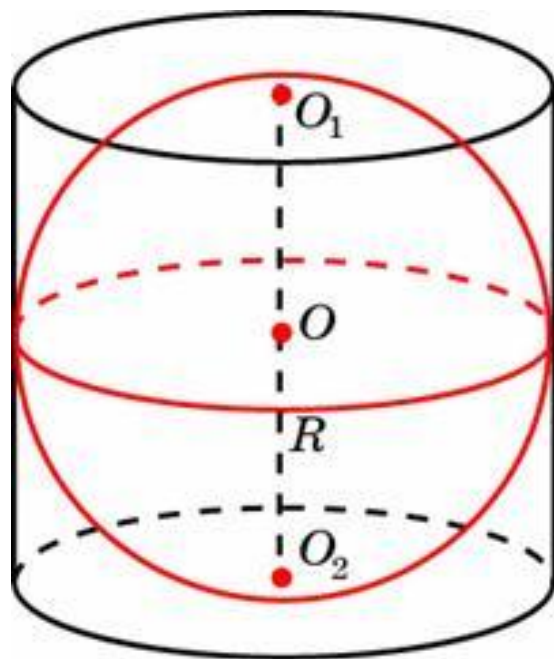
Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Ответ: 360

№9

Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности цилиндра равна 114. Найдите площадь поверхности шара.



Задание №12

Объем фигур

№1

Куб вписан в шар радиуса $\sqrt{3}$. Найдите объем куба.

Решение:

$2\sqrt{3}$ – диаметр шара и диагональ куба

$d = a\sqrt{3}$ - диагональ куба

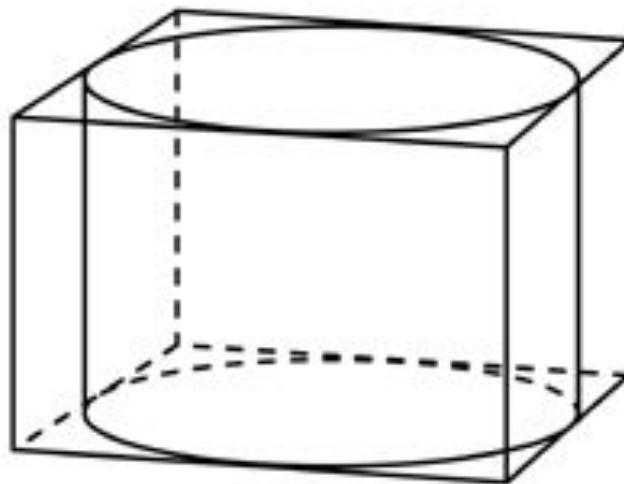
$a = 2$ – сторона куба

$$V = 2^3 = 8$$

Ответ: 8

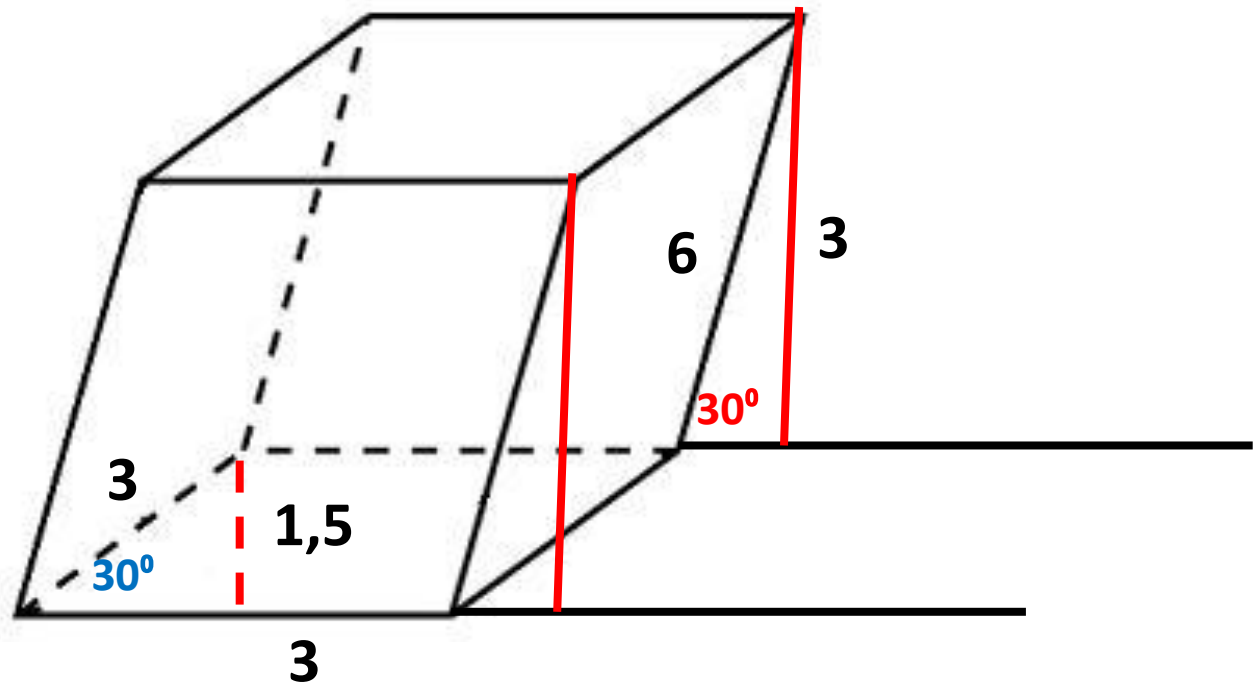
№2

- Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.



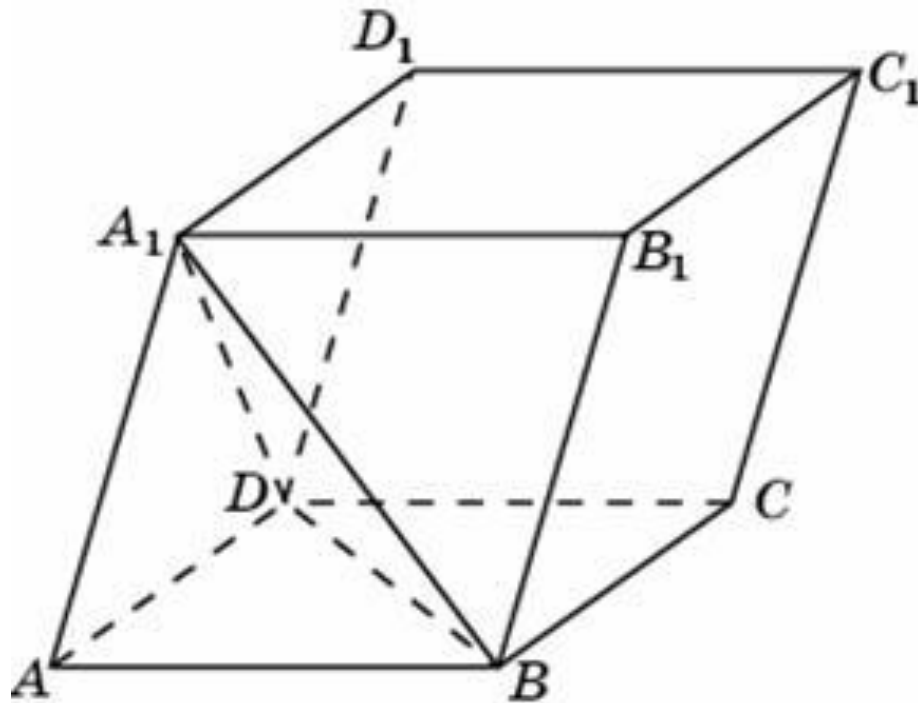
№3

Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 3 и острым углом 30° . Одно из ребер параллелепипеда составляет с плоскостью этой грани угол 30° и равно 6. Найдите объем параллелепипеда.



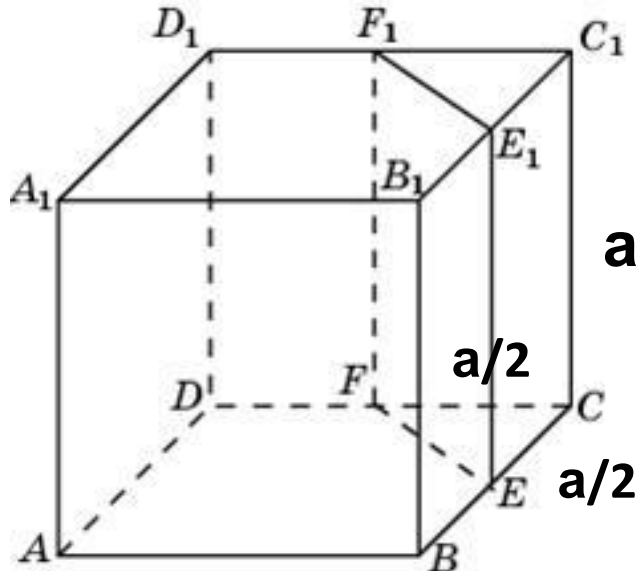
№4

- Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 9. Найдите объем треугольной пирамиды $ABDA_1$.



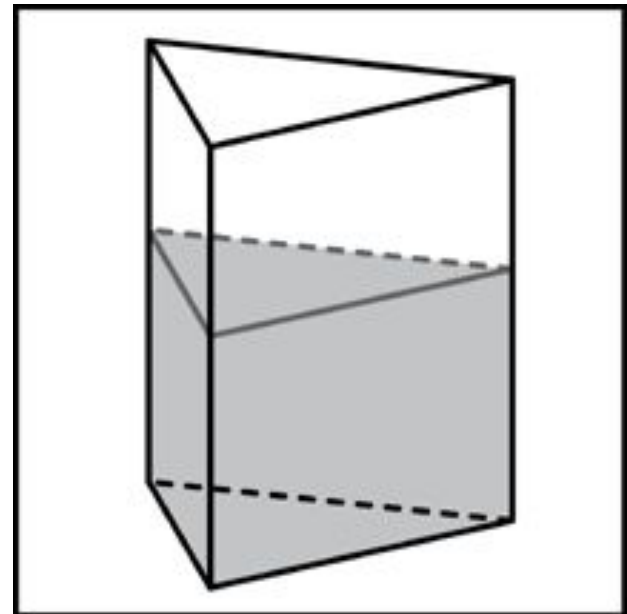
№5

- Объём куба равен 12. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



№6

В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 245 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 7 раз больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.

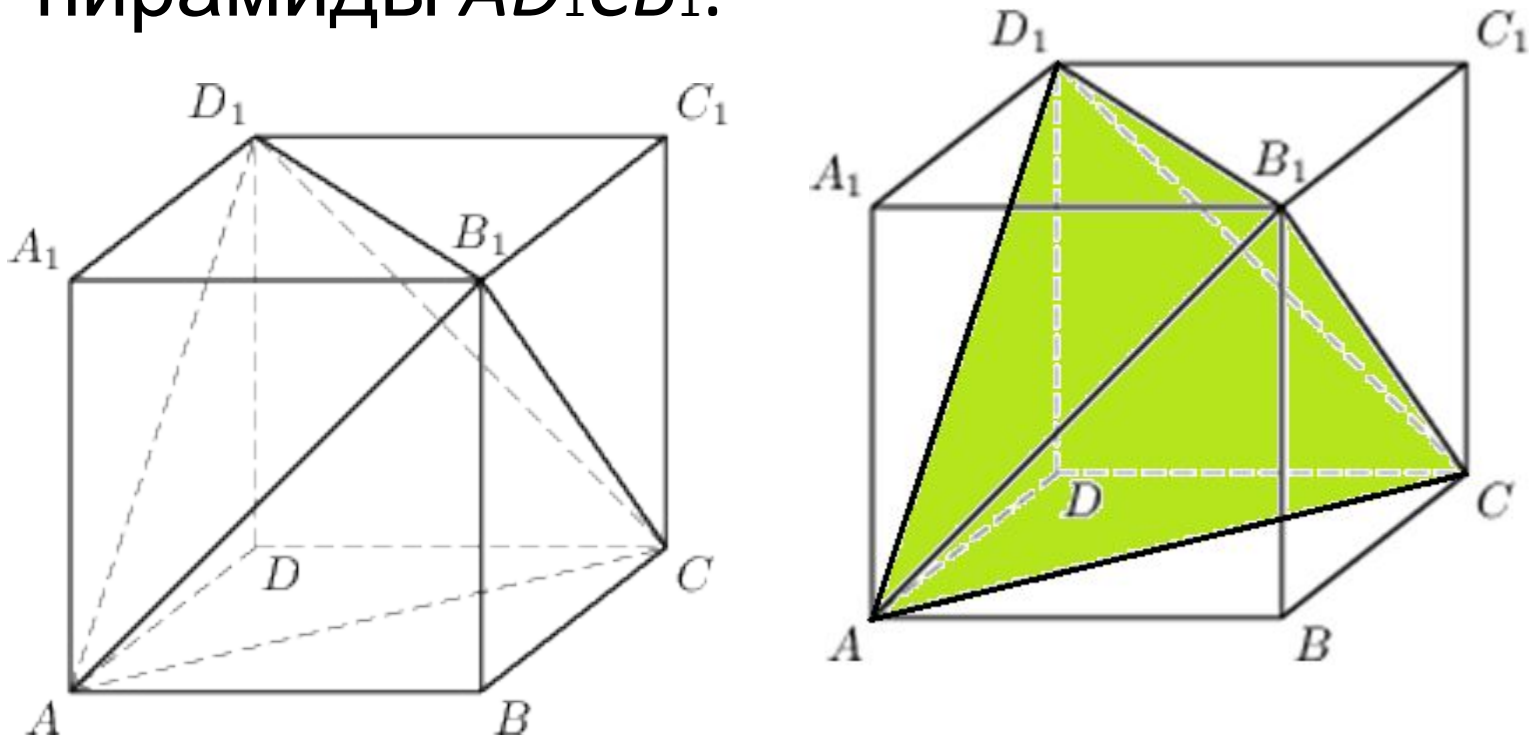


Ответ:

5

№6

- Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 4,5. Найдите объем треугольной пирамиды $AD_1 CB_1$.



Ответ: 1,5

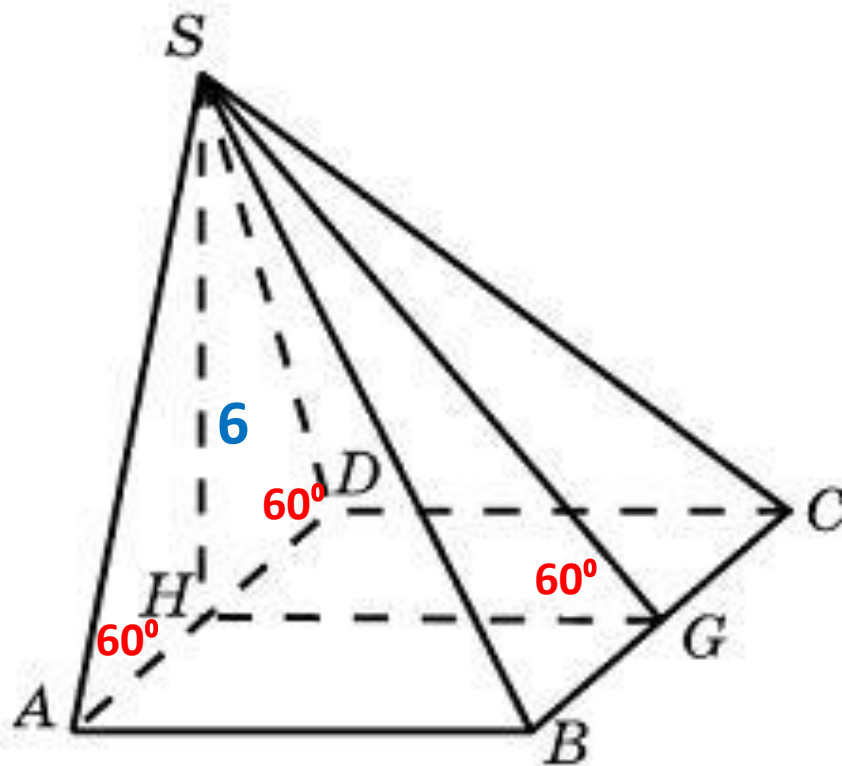
№7

Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 6. Найдите объем пирамиды.

$$AD = 12/\sqrt{3} \quad GH = 6/\sqrt{3}$$

$$S_{\text{осн}} = 24$$

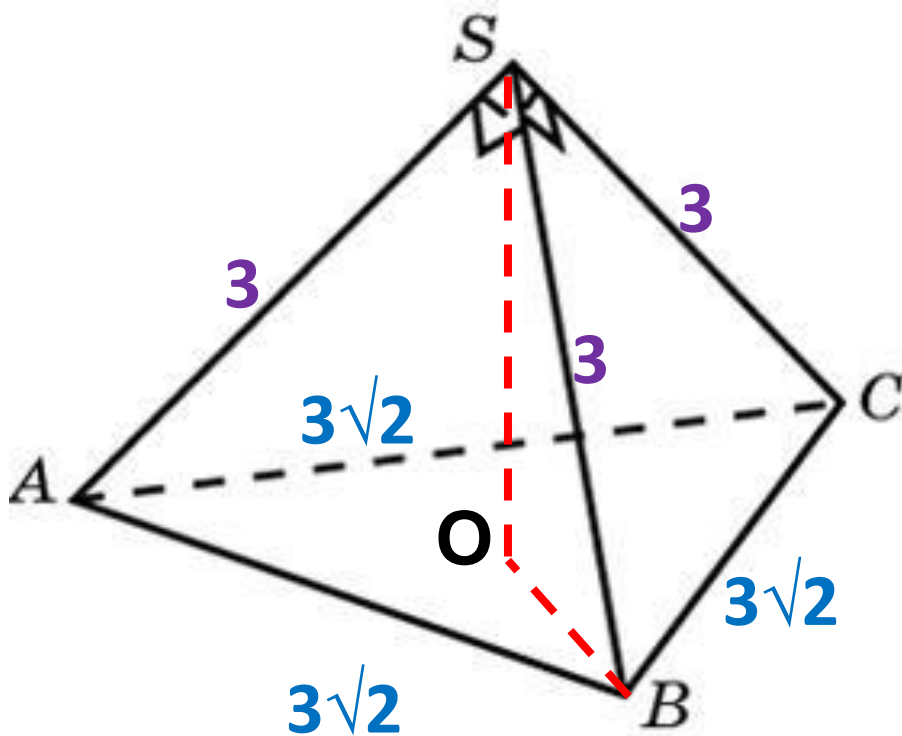
$$V = 48$$



Ответ: 48

№8

Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 3. Найдите объем пирамиды.



$$OB = \sqrt{6}$$

$$SO = \sqrt{3}$$

$$S_{\text{осн}} = 4,5\sqrt{3}$$

$$V = 4,5$$

Ответ: 4,5

№8

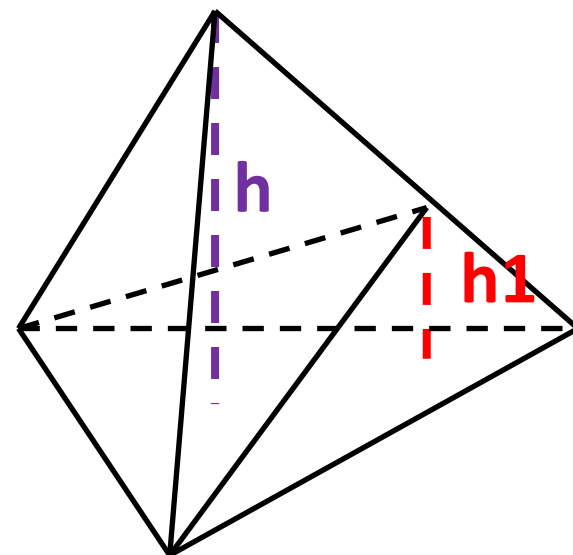
Объем треугольной пирамиды равен 51. Плоскость проходит через сторону основания этой пирамиды и пересекает противоположное боковое ребро в точке, делящей его в отношении 9:8, считая от вершины пирамиды. Найдите больший из объемов пирамид, на которые плоскость разбивает исходную пирамиду.

$$h_1 = \frac{8}{17} h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot h_1 = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot h \cdot \frac{8}{17}$$

$$V = 24$$

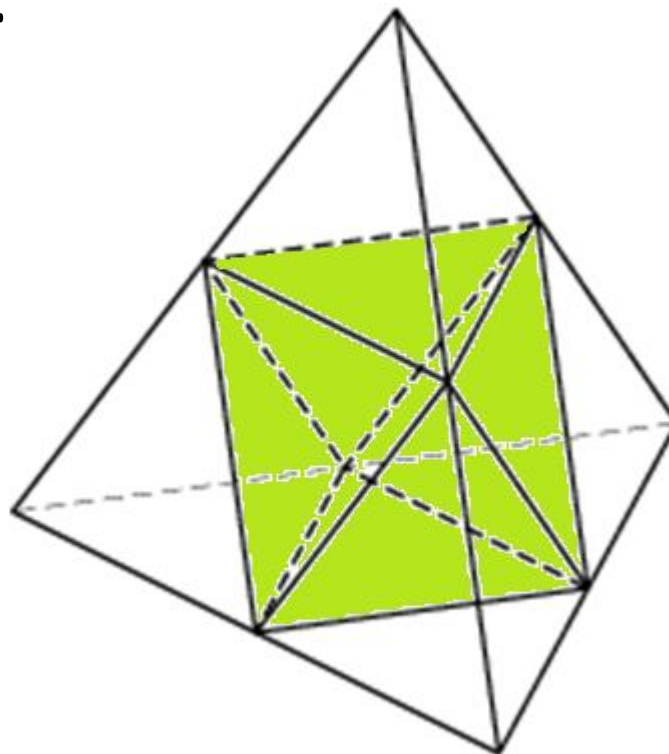
$$V = 51 - 24 = 27$$



Ответ: 27

№9

Объём тетраэдра равен 190. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются середины рёбер данного тетраэдра.



Ответ: 95

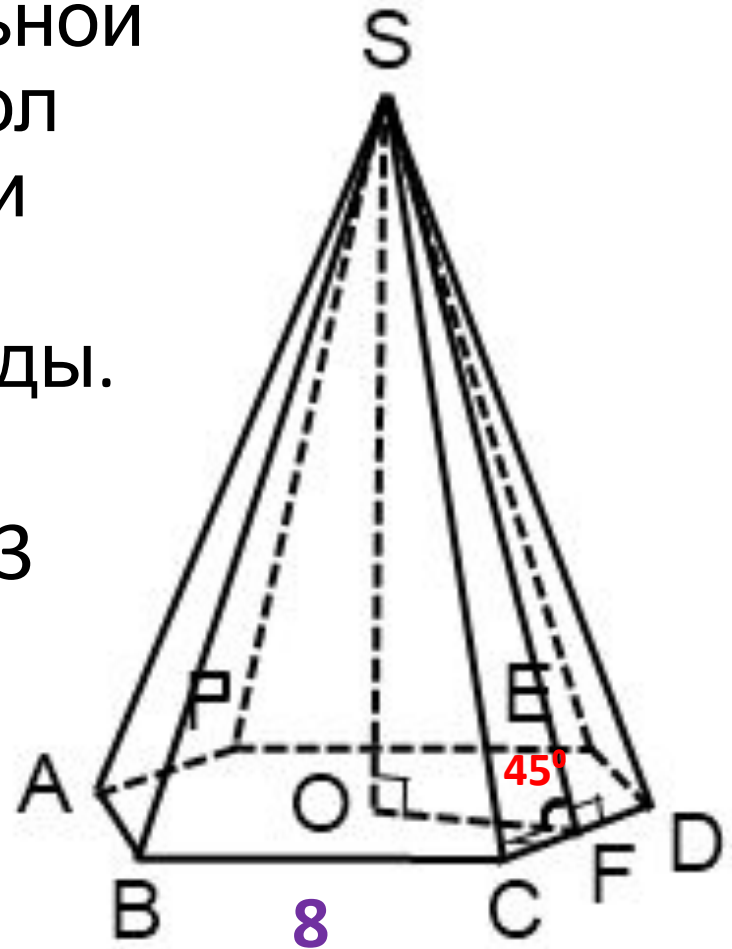
№10

Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 8, а угол между боковой гранью и основанием равен 45° .
Найдите объем пирамиды.

$$S_6 = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 8 = 96\sqrt{3}$$

$$SO = OF = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 8 = 4\sqrt{3}$$

$$V = 384$$



Ответ: 384

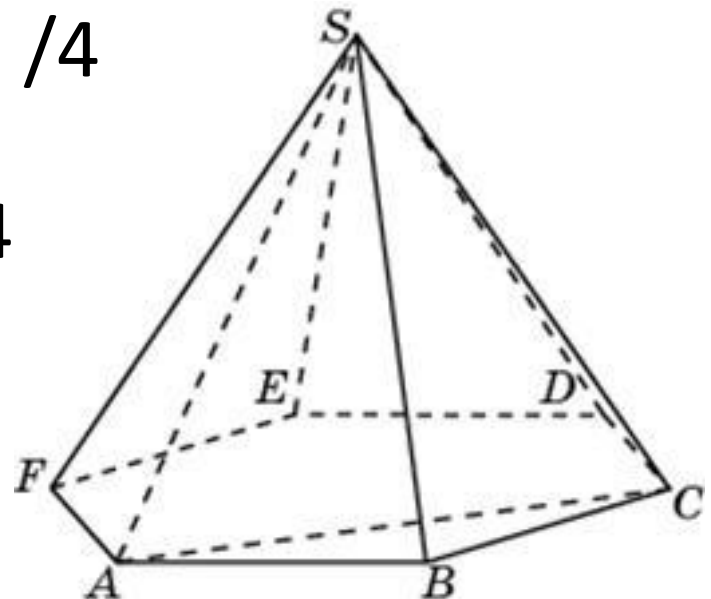
№11

Объем треугольной пирамиды $SABC$, являющейся частью правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$, равен 1. Найдите объем шестиугольной пирамиды.

$$S_6 = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{6\sqrt{3} a^2}{4}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot a = \frac{\sqrt{3} a^2}{4}$$

$$V_6 = 6$$



Ответ: 6