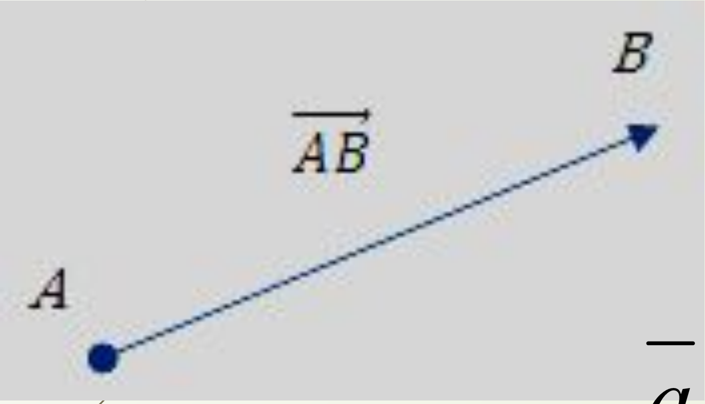
ВЕКТОРИ У ПРОСТОРІ

Розробив
студент групи КТ-15-1/9
Студінський Віталій

Зміст

Поняття вектора



$\overline{a}$

$\overline{AB}, \overrightarrow{AB}, \overline{a}, \vec{a}$

$\overline{AA}$

$\overline{AA} = \overline{0}$

- ***<u>Вектор</u>* - це величина, яка характеризується числовим значенням і напрямком.**
- ***<u>Вектор</u>* - напрямлений відрізок.**
- *Під направленим відрізком розуміють впорядковану пару точок, перша з яких - точка **A** - називається його **початком**, а друга - **B** - його **кінцем**.*

Координати вектора

$$\overline{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

$$\overline{OA}(x_A; y_A; z_A)$$

- ***Координати вектора*** ***дорівнюють різниці координат його кінця та початку***
- ***Координати вектора,*** ***для якого початком є початок координат дорівнюють координатам його кінця***

Абсолютна величина вектора

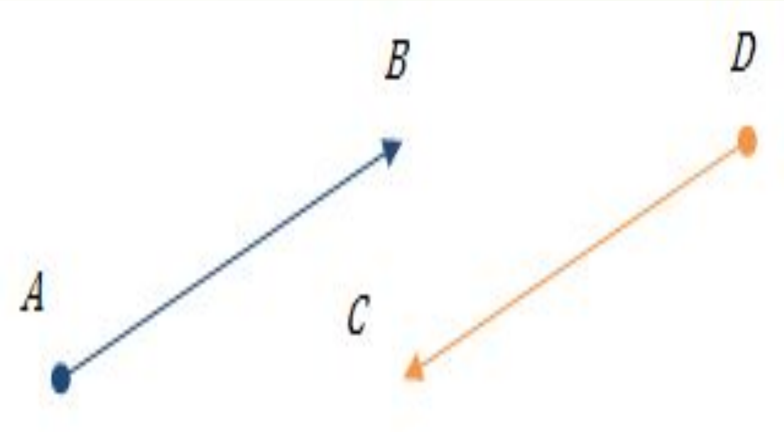
$$\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{x_{AB}^2 + y_{AB}^2 + z_{AB}^2}$$

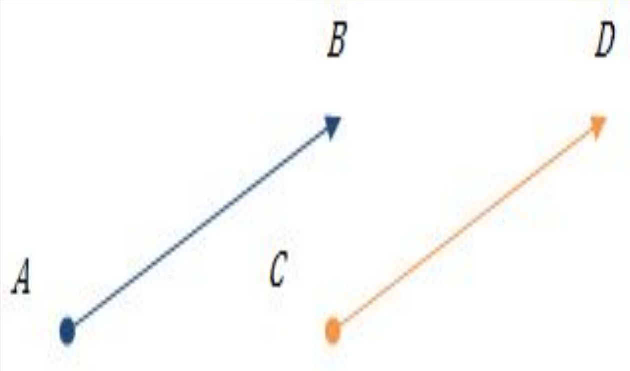
- *Абсолютна величина вектора*
- *(модуль вектора, довжина вектора) дорівнює кореню квадратному із*
- *суми квадратів його координат*

$$\left|\overline{a}\right| = \sqrt{x_a^2 + y_a^2 + z_a^2}$$

$$\left|\overline{0}\right| = 0$$

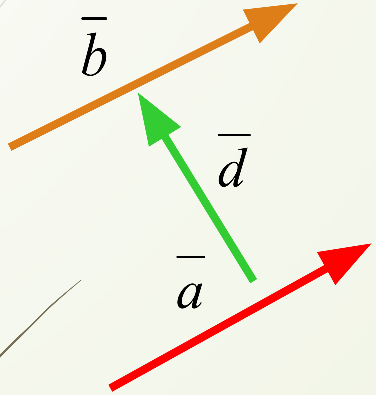
Напрямленість векторів





- ***Вектори*** $\overrightarrow{AB}$***і*** $\overrightarrow{CD}$
- ***називають** **протилежно напрямленими**, **якщо протилежно напрямлені півпрямі** AB **і** CD **.***
- ***Вектори*** $\overrightarrow{AB}$***і*** $\overrightarrow{CD}$
- ***називають***
- ***співнапрямленими,***
- ***якщо співнапрямлені півпрямі AB і CD.***

Рівні вектори



$$\left|\overline{a}\right| = \left|\overline{b}\right|$$

$$\overline{a} \uparrow\uparrow \overline{b}$$

$$\overline{a} = \overline{b},$$

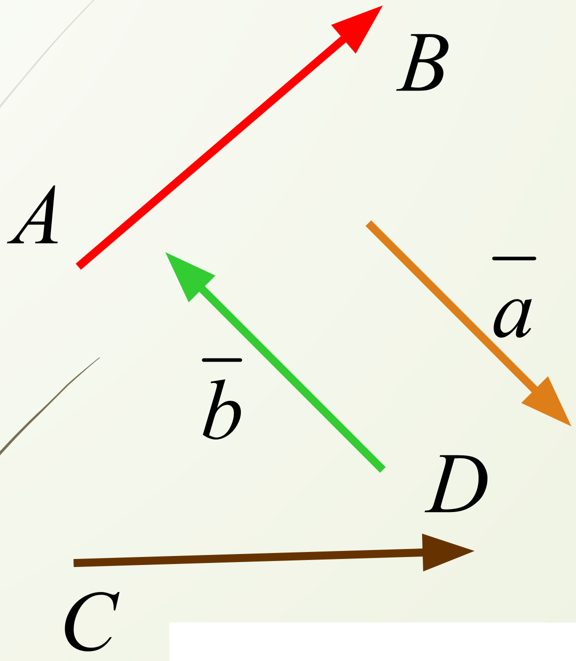
$$x_{\overline{a}} = x_{\overline{b}},$$

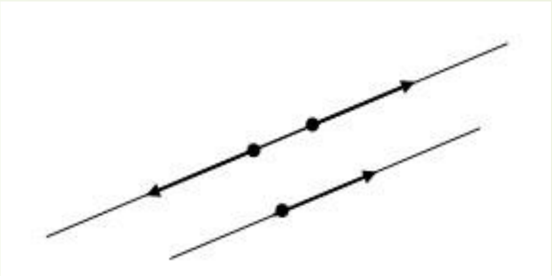
$$y_{\overline{a}} = y_{\overline{b}},$$

$$z_{\overline{a}} = z_{\overline{b}}$$

- ***Рівні вектори* – це вектори, що мають рівні абсолютні величини та однаковий напрям.**
- ***Рівні вектори* – це вектори, що мають рівні координати.**

Колінеарні вектори



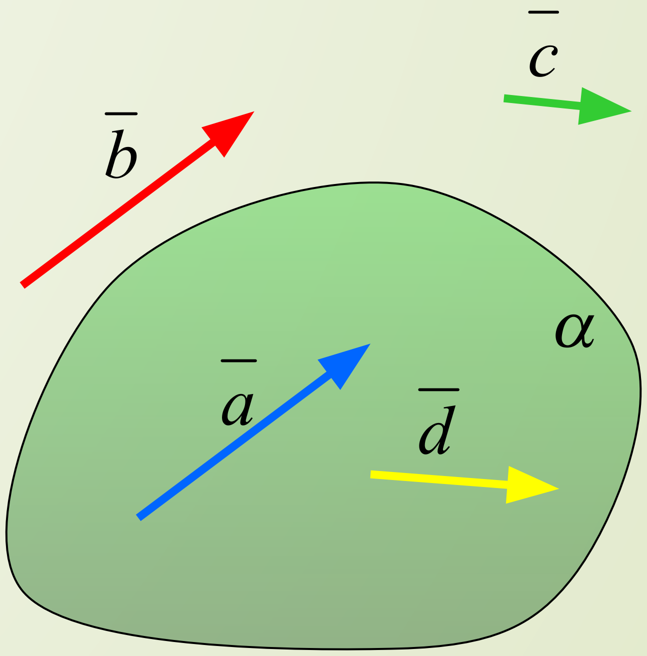


$\overline{a} \parallel \overline{b}$

- **Колінеарні вектори –**
- **це вектори, що лежать**
- **на паралельних прямих,**
- **або на одній прямій**

Компланарні вектори

- **Компланарні**
- **вектори -**
- **це вектори, що лежать**
- **у одній площині, або**
- **паралельні одній площині**



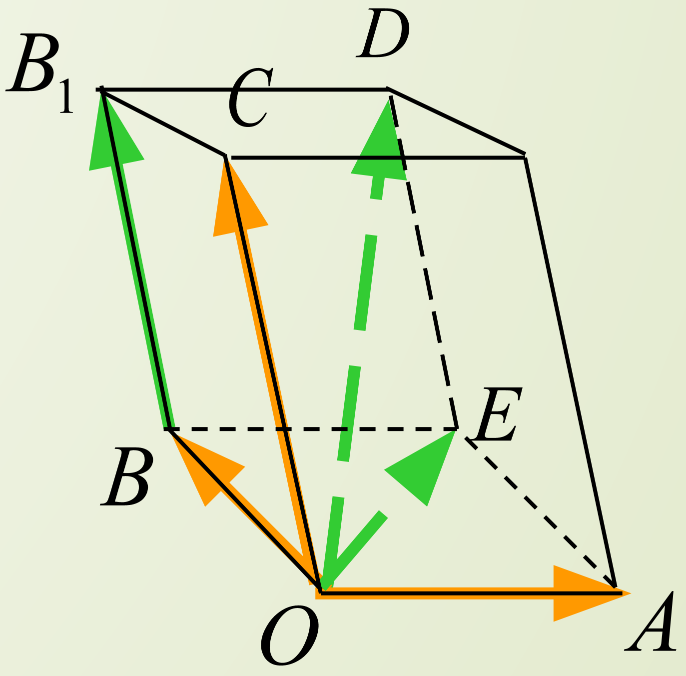
Компланарні вектори

- Компланарні
- вектори

$$\overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{OD} \text{ и } \overrightarrow{OE}.$$

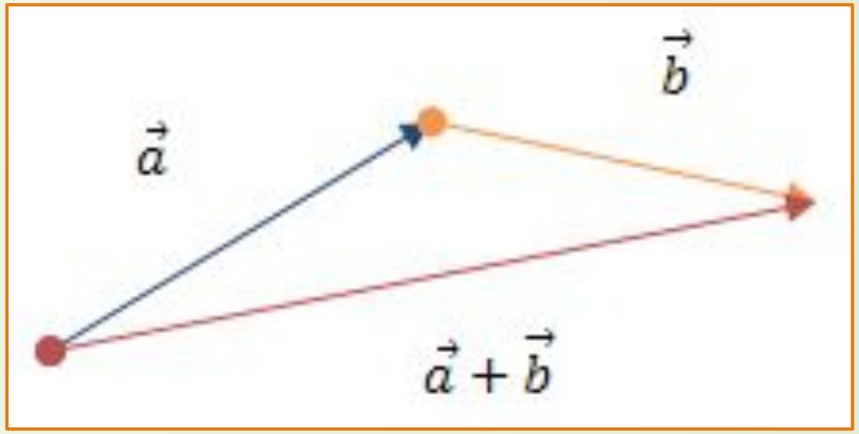
- Некомпланарні
- вектори

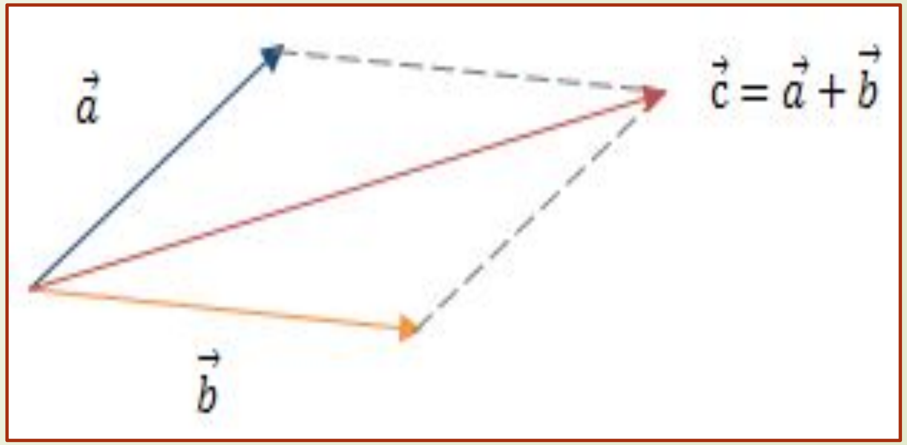
$$\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB} \text{ и } \overrightarrow{OC}.$$



Дії над векторами

Додавання (правило трикутника)

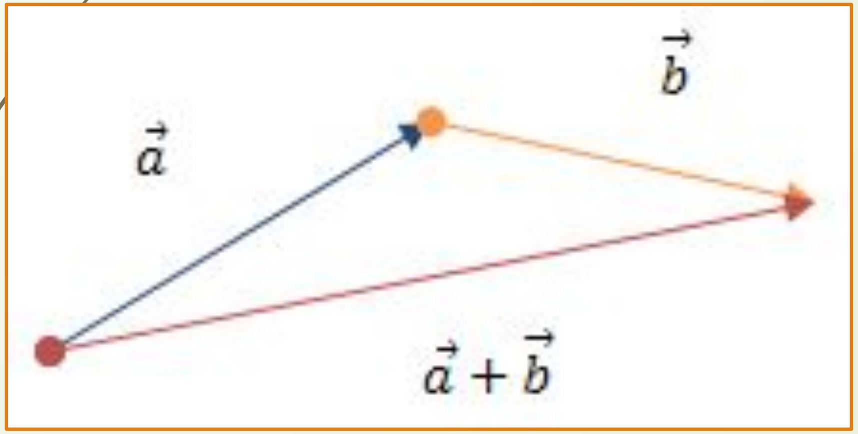




Додавання (правило паралелограма)

Дії над векторами

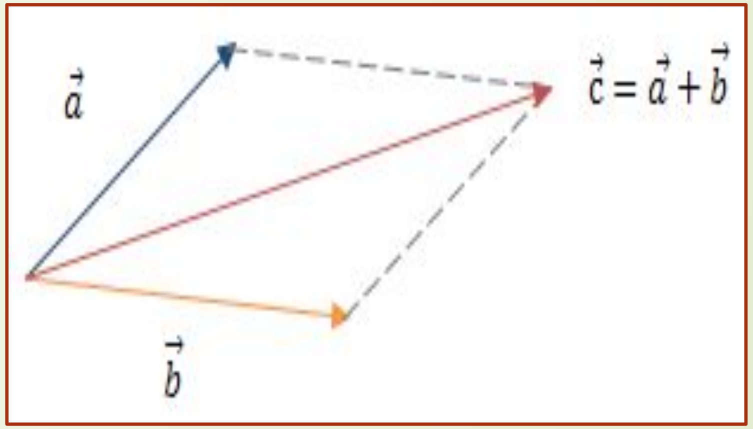
- ***Додавання** (правило трикутника)*



- *За правилом трикутника обидва вектора переносяться паралельно самим собі так, щоб початок одного з них збігався з кінцем іншого.*
- *Вектор суми задається третьою стороною трикутника, що утворився, причому його початок збігається з початком першого вектора.*

Дії над векторами

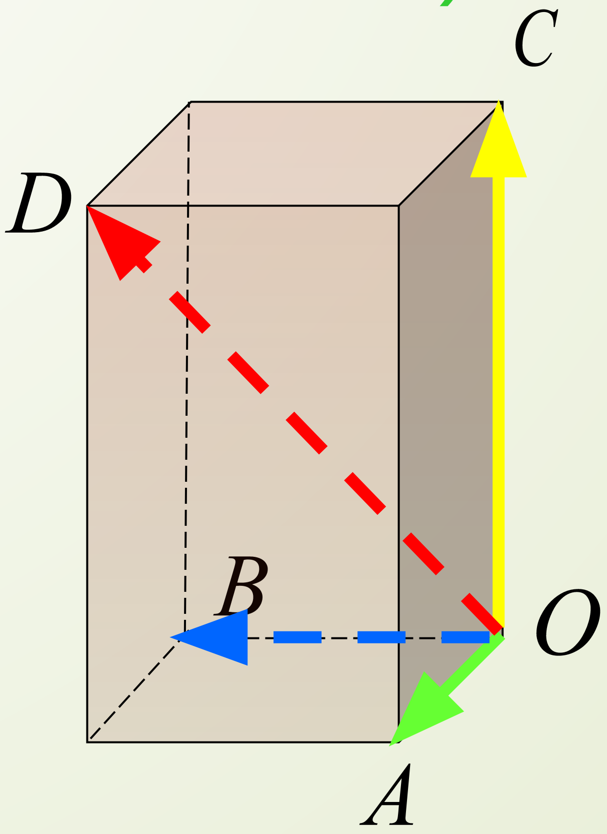
- *За правилом паралелограма обидва вектора переносяться паралельно самим собі так, щоб їх початки збігалися.*
- *Вектор суми задається діагоналлю побудованого на них паралелограма, яка виходить з їх спільного початку.*



Додавання
(правило паралелограма)

Дії над векторами

Додавання (правило паралелепіпеда)



$$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=$$

$$=\overrightarrow{OD}$$

Дії над векторами

►*Додавання*

$$\overline{a}\left(x_{\overline{a}}; y_{\overline{a}}; z_{\overline{a}}\right) + \overline{b}\left(x_{\overline{b}}; y_{\overline{b}}; z_{\overline{b}}\right) =$$

$$= \overline{\left(x_{\overline{a}} + x_{\overline{b}}; y_{\overline{a}} + y_{\overline{b}}; z_{\overline{a}} + z_{\overline{b}}\right)}$$

►*Закони додавання:*

►*1) переставний*

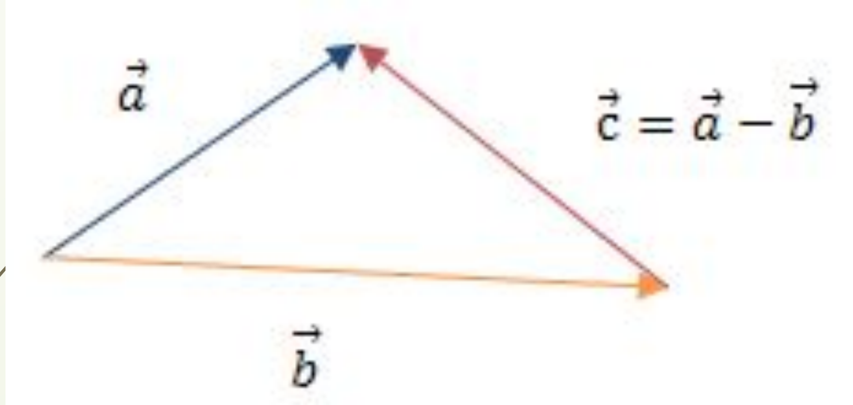
►*2) сполучний*

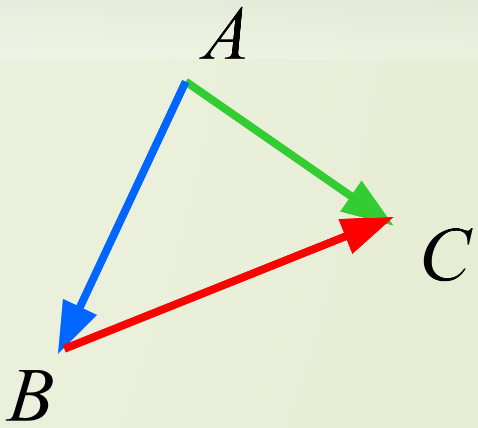
$$\overline{a} + \overline{b} = \overline{b} + \overline{a}$$

$$(\overline{a} + \overline{b}) + \overline{c} = \overline{a} + (\overline{b} + \overline{c})$$

Дії над векторами

►*Віднімання*





$$\overline{AC} - \overline{AB} = \overline{BC}$$

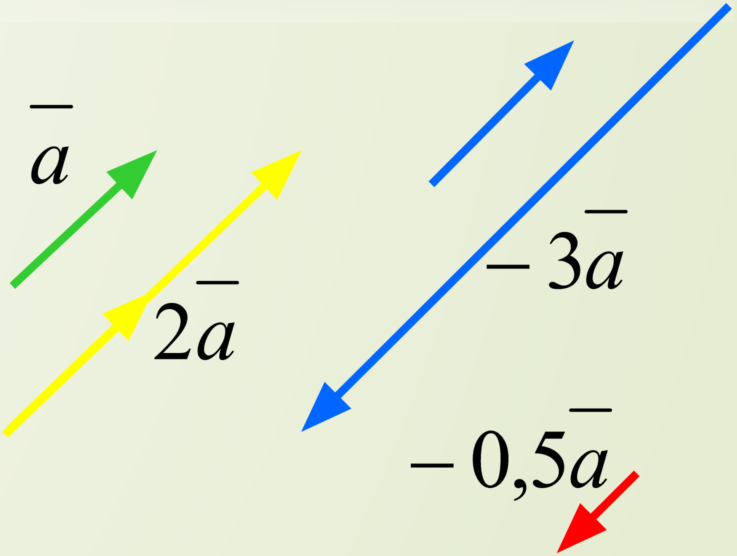
$$\overline{a}\left(x_{\overline{a}}; y_{\overline{a}}; z_{\overline{a}}\right) - \overline{b}\left(x_{\overline{b}}; y_{\overline{b}}; z_{\overline{b}}\right) =$$

$$= \overline{\left(x_{\overline{a}} - x_{\overline{b}}; y_{\overline{a}} - y_{\overline{b}}; z_{\overline{a}} - z_{\overline{b}}\right)}$$

Дії над векторами

- *Множення вектора на число*

$$\lambda \cdot \bar{a} = \left(\lambda x_{\bar{a}}; \lambda y_{\bar{a}}; \lambda z_{\bar{a}}\right)$$



- *Якщо* $\bar{a} \parallel \bar{b}$ *, то координати векторів пропорційні.*
- *І навпаки, якщо координати векторів пропорційні, то* $\bar{a} \parallel \bar{b}$

$$\bar{a} \parallel \bar{b} \Leftrightarrow \frac{x_{\bar{a}}}{x_{\bar{b}}} = \frac{y_{\bar{a}}}{y_{\bar{b}}} = \frac{z_{\bar{a}}}{z_{\bar{b}}} = \lambda$$

Скалярний добуток векторів

- *Скалярним добутком*
- *векторів називається*
- *сума добутків*
- *відповідних координат*

$$\bar{a}\cdot\bar{b} = x_{\bar{a}}\cdot x_{\bar{b}} + y_{\bar{a}}\cdot y_{\bar{b}} + z_{\bar{a}}\cdot z_{\bar{b}}$$

- *Властивості*
- *скалярного добутку*

$$\cos\varphi = \frac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|}$$

$$\bar{a}\cdot\bar{b} = |\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\cdot\cos\varphi$$

$$(\bar{a})^2 = (|\bar{a}|)^2$$

$$\bar{a}\cdot\bar{b} = 0, \bar{a}\neq\bar{0}, \bar{b}\neq\bar{0} \Leftrightarrow \bar{a}\perp\bar{b}$$

Джерела

- http://formula.co.ua/vectors.php
- http://uk.wikipedia.org
- http://shkolnik.in.ua

- Г.П.Бевз,В.Г.Бевз,Н.Г.Владімірова, В.М.Владіміров
- Геометрія 11
- Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів
- **Академічний рівень, профільний рівень**
- Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
- Київ “Генеза” 2011