

ВЕКТОРИ У ПРОСТОРИ

Розробив
студент групи КТ-15-1/9
Студінський Віталій



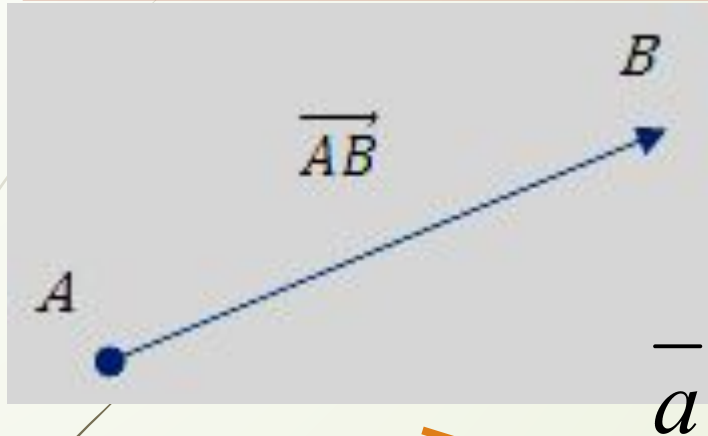


Зміст



- ▶ 1.Поняття вектора.
- ▶ 2.Координати вектора.
- ▶ 3.Абсолютна величина вектора.
- ▶ 4.Рівні вектори.
- ▶ 5.Колінеарні вектори.
- ▶ 6.Компланарні вектори.
- ▶ 7.Дії над векторами.
- ▶ 8.Скалярний добуток векторів.
- ▶ 9.Приклади.

Поняття вектора



$$\overline{AB}, \vec{AB}, \overline{a}, \vec{a}$$

• \overline{AA}

$$\overline{AA} = \vec{0}$$

- **Вектор** - це величина, яка характеризується числовим значенням і напрямком.
- **Вектор** - напрямлений відрізок.
- Під напрямленим відрізком розуміють впорядковану пару точок, перша з яких - точка A - називається його **початком**, а друга - B - його **кінцем**.

Координати вектора

$$\overline{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

$$\overline{OA}(x_A; y_A; z_A)$$

- Координати вектора дорівнюють різниці координат його кінця та початку
- Координати вектора, для якого початком є початок координат дорівнюють координатам його кінця

Абсолютна величина вектора

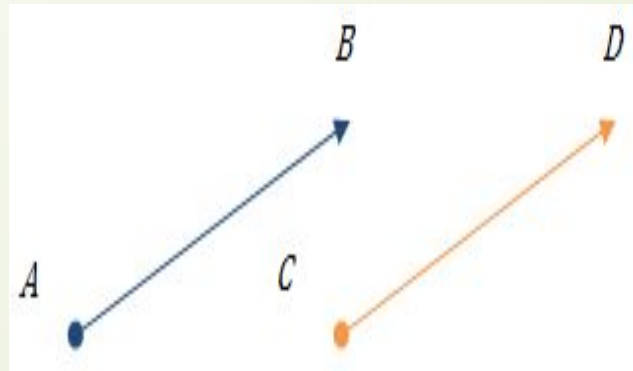
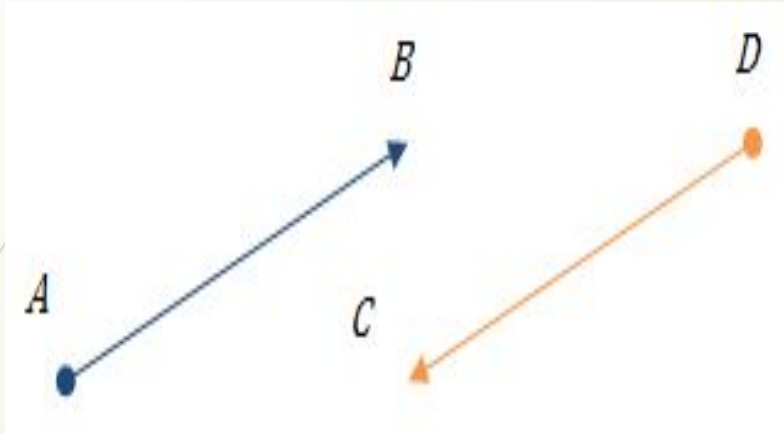
$$|\overline{AB}| = \sqrt{x_{AB}^2 + y_{AB}^2 + z_{AB}^2}$$

- ▶ **Абсолютна величина вектора**
- ▶ (модуль вектора, довжина вектора) дорівнює кореню квадратному із суми квадратів його координат

$$|\overline{a}| = \sqrt{x_a^2 + y_a^2 + z_a^2}$$

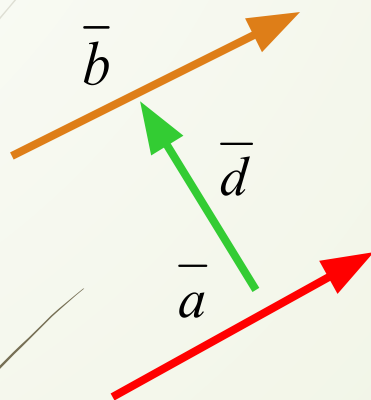
$$|\overline{0}| = 0$$

Напрямлєність векторів



- Вектори \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{CD}
 - ▶ називають **протилежно напрямлєними**, якщо протилежно напрямлєні півпрямі AB і CD .
- Вектори \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{CD}
 - ▶ називають
 - ▶ **співнапрямлєними**,
 - ▶ якщо співнапрямлєні півпрямі AB і CD .

Рівні вектори



$$|\vec{a}| = |\vec{b}|$$

$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

$$\vec{a} = \vec{b},$$

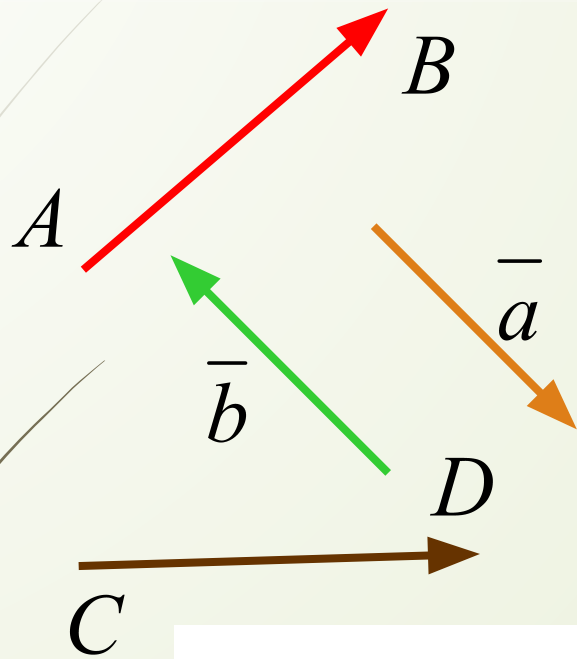
$$x_{\vec{a}} = x_{\vec{b}},$$

$$y_{\vec{a}} = y_{\vec{b}},$$

$$z_{\vec{a}} = z_{\vec{b}}$$

- **Рівні вектори** – це вектори, що мають рівні абсолютні величини та однаковий напрям.
- **Рівні вектори** – це вектори, що мають рівні координати.

Колінеарні вектори



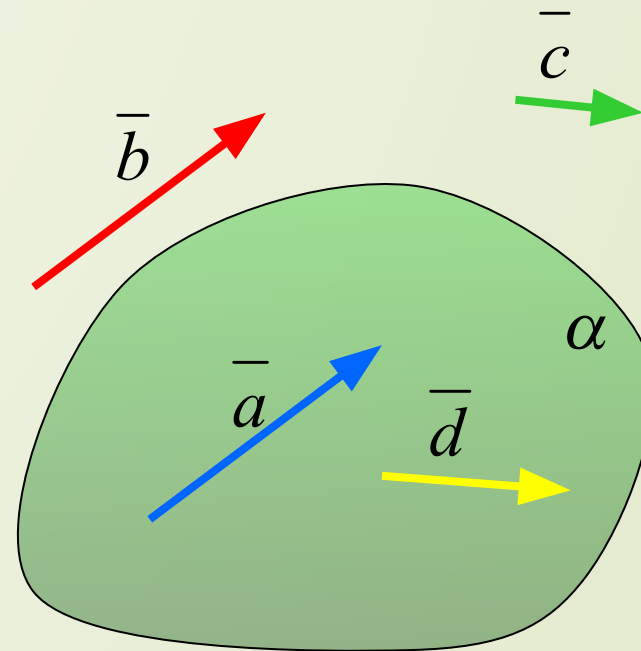
- ▶ Колінеарні вектори –
- ▶ це вектори, що лежать
- ▶ на паралельних прямих,
- ▶ або на одній прямій



$$\vec{a} \parallel \vec{b}$$

Компланарні вектори

- ▶ **Компланарні**
- ▶ **вектори -**
- ▶ **це вектори, що лежать**
- ▶ **у одній площині, або**
- ▶ **паралельні одній площині**

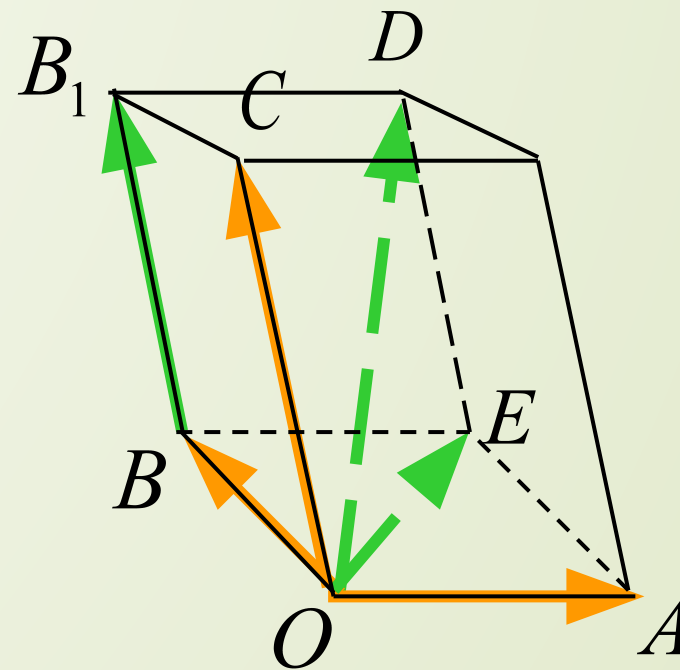


Компланарні вектори

- ▶ **Компланарні**
- ▶ **вектори**

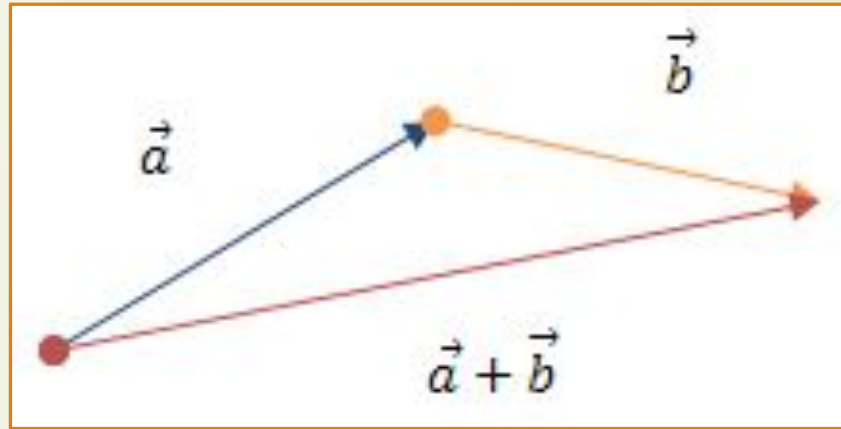
- ▶ $\vec{BB_1}, \vec{OD}$ и \vec{OE} .
- ▶ **Некомпланарні**
- ▶ **вектори**

$$\vec{OA}, \vec{OB} \text{ и } \vec{OC}.$$

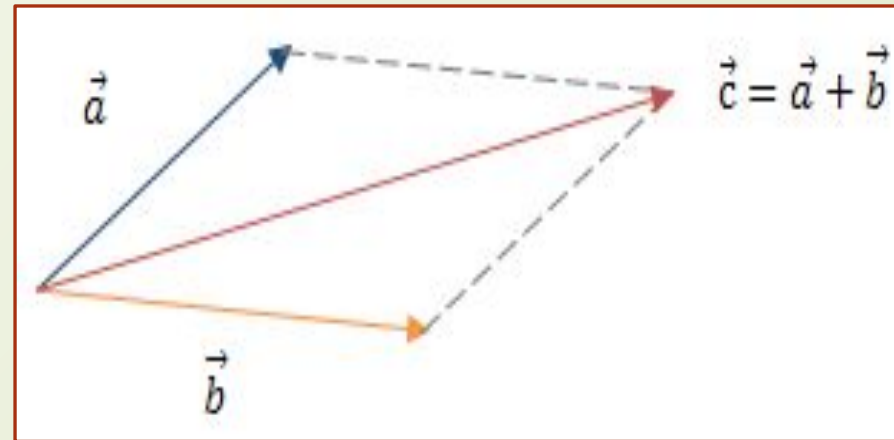


Дії над векторами

Додавання
(правило
трикутника)



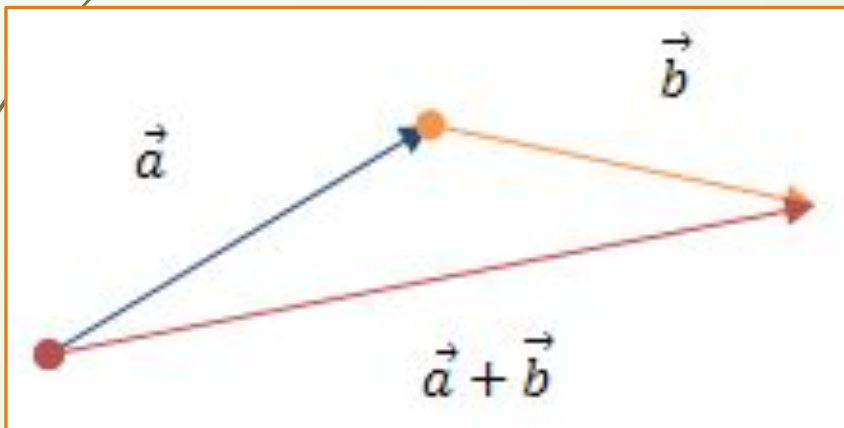
Додавання
(правило
паралелограма)



Дії над векторами

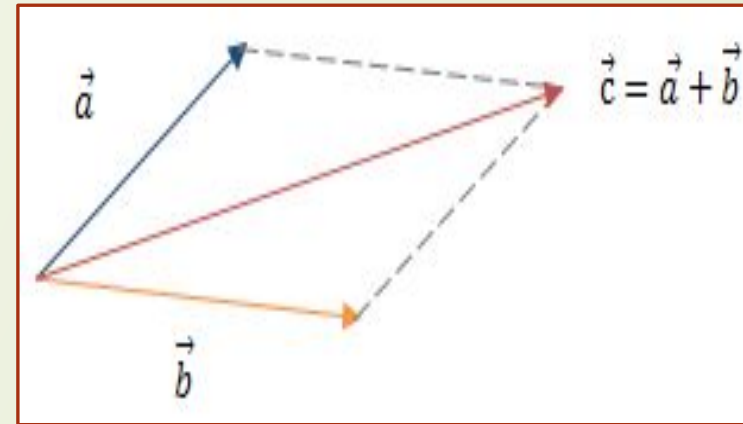
□ Додавання (правило трикутника)

- За правилом трикутника обидва вектора переносяться паралельно самим собі так, щоб початок одного з них збігався з кінцем іншого.
- Вектор суми задається третьою стороною трикутника, що утворився, причому його початок збігається з початком першого вектора.



Дії над векторами

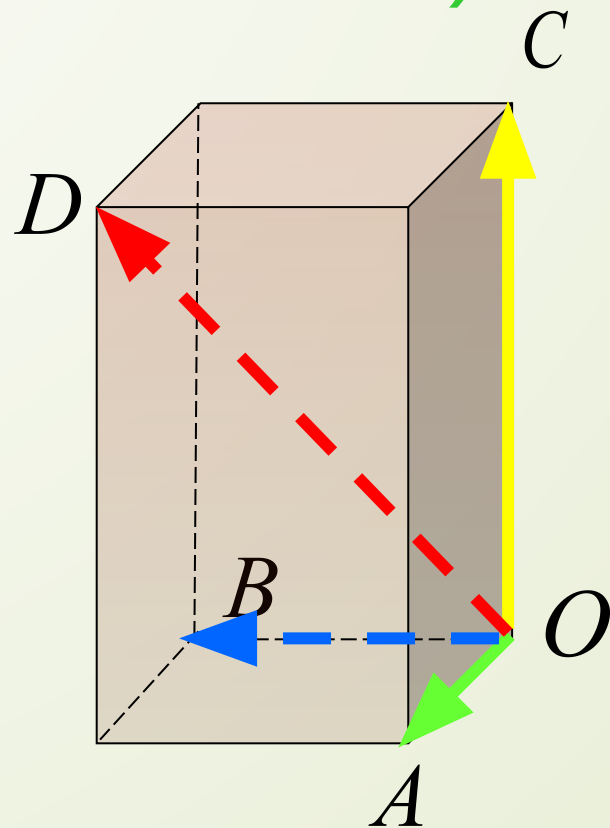
- За правилом паралелограма обидва вектора переносяться паралельно самим собі так, щоб їх початки збігалися.
- Вектор суми задається діагоналлю побудованого на них паралелограма, яка виходить з їх спільного початку.



Додавання
(**правило**
паралелограма)

Дії над векторами

Додавання (правило паралелепіпеда)



$$\begin{aligned}\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} &= \\ &= \vec{OD}\end{aligned}$$

Дії над векторами

► Додавання

$$\bar{a}(x_{\bar{a}}; y_{\bar{a}}; z_{\bar{a}}) + \bar{b}(x_{\bar{b}}; y_{\bar{b}}; z_{\bar{b}}) =$$

► Закони додавання:

$$= \overline{(x_{\bar{a}} + x_{\bar{b}}; y_{\bar{a}} + y_{\bar{b}}; z_{\bar{a}} + z_{\bar{b}})}$$

► 1) переставний

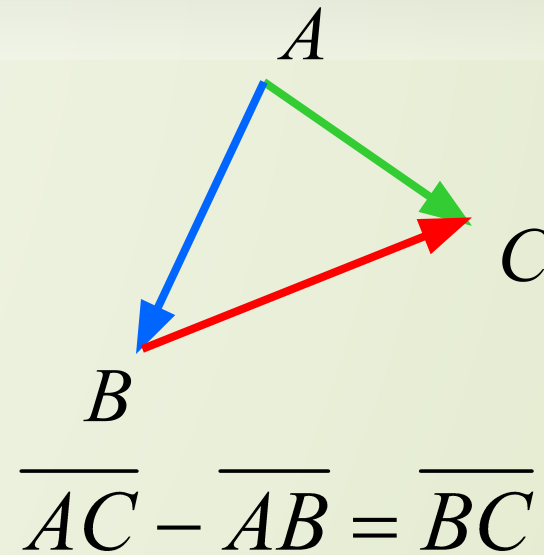
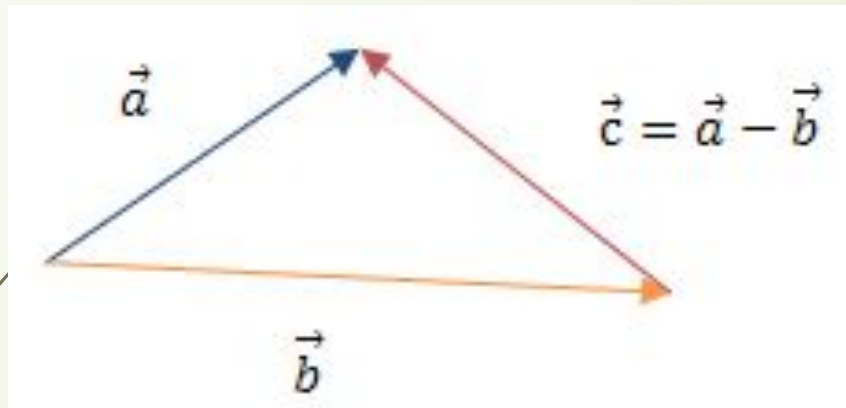
► 2) сполучний

$$\bar{a} + \bar{b} = \bar{b} + \bar{a}$$

$$(\bar{a} + \bar{b}) + \bar{c} = \bar{a} + (\bar{b} + \bar{c})$$

Дії над векторами

► *Віднімання*



$$\begin{aligned} & \vec{a}(x_a; y_a; z_a) - \vec{b}(x_b; y_b; z_b) = \\ & = \overline{(x_a - x_b; y_a - y_b; z_a - z_b)} \end{aligned}$$

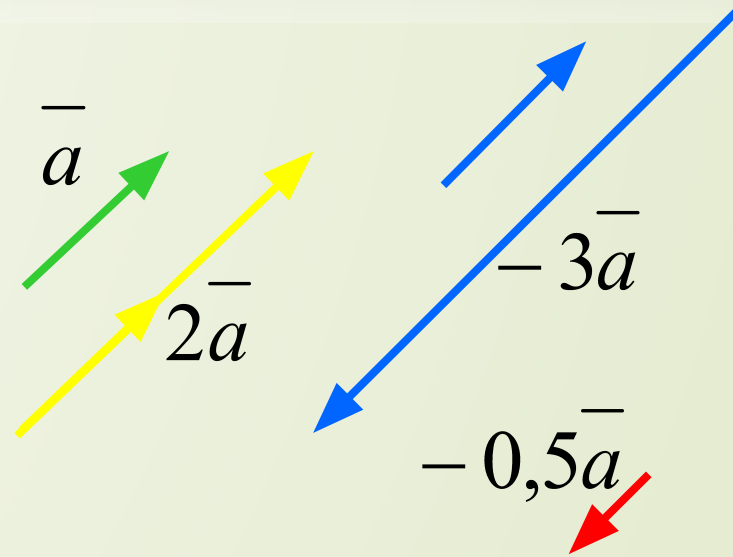
Дії над векторами

- **Множення вектора на число**

$$\lambda \cdot \bar{a} = (\lambda x_{\bar{a}}; \lambda y_{\bar{a}}; \lambda z_{\bar{a}})$$

- **Якщо $\bar{a} \parallel \bar{b}$, то координати векторів пропорційні.**

□ **І навпаки, якщо координати векторів пропорційні, то $\bar{a} \parallel \bar{b}$**



$$\bar{a} \parallel \bar{b} \Leftrightarrow \frac{x_{\bar{a}}}{x_{\bar{b}}} = \frac{y_{\bar{a}}}{y_{\bar{b}}} = \frac{z_{\bar{a}}}{z_{\bar{b}}} = \lambda$$

Скалярний добуток векторів

□ Скалярним добутком

□ векторів називається

□ сума добутків

□ відповідних координат

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$$

□ **Властивості**

□ **скалярного добутку**

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$(\vec{a})^2 = (|\vec{a}|)^2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0, \vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

Джерела

- ▶ <http://formula.co.ua/vectors.php>
- ▶ <http://uk.wikipedia.org>
- ▶ <http://shkolnik.in.ua>

- ▶ Г.П.Бевз, В.Г.Бевз, Н.Г.Владімірова, В.М.Владіміров
 - ▶ Геометрія 11
- ▶ Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів
 - ▶ Академічний рівень, профільний рівень
- ▶ Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
 - ▶ Київ “Генеза” 2011
- ▶