Статистические показатели

1. Абсолютные величины.
2. Относительные показатели.
3. Средние величины.

Абсолютные величины

Абсолютные величины **– это величины, характеризующие абсолютные размеры изучаемых статистикой процессов и явлений в конкретных условиях места и времени.**

В статистике различают два вида абсолютных величин:

- **Индивидуальные абсолютные величины** характеризуют размеры признака у отдельных единиц совокупности, которые получают непосредственно в процессе статистического наблюдения, например, размер заработной платы отдельного работника и т.д.
- **Суммарные абсолютные величины** характеризуют итоговую величину признака по определенной совокупности объектов, например, численность студентов г. Москвы.

Абсолютные статистические показатели всегда являются <u>именованными числами</u> и выражаются <u>в натуральных единицах измерения</u>.

Натуральные единицы измерения

- ***простые*** (тонны, килограммы, квадратные, кубические и простые метры, мили, километры, галлоны, литры, миллилитры, декалитры (1дкл = 10л), гектолитры (1гкл = 100л), штуки, караты и т.д.)

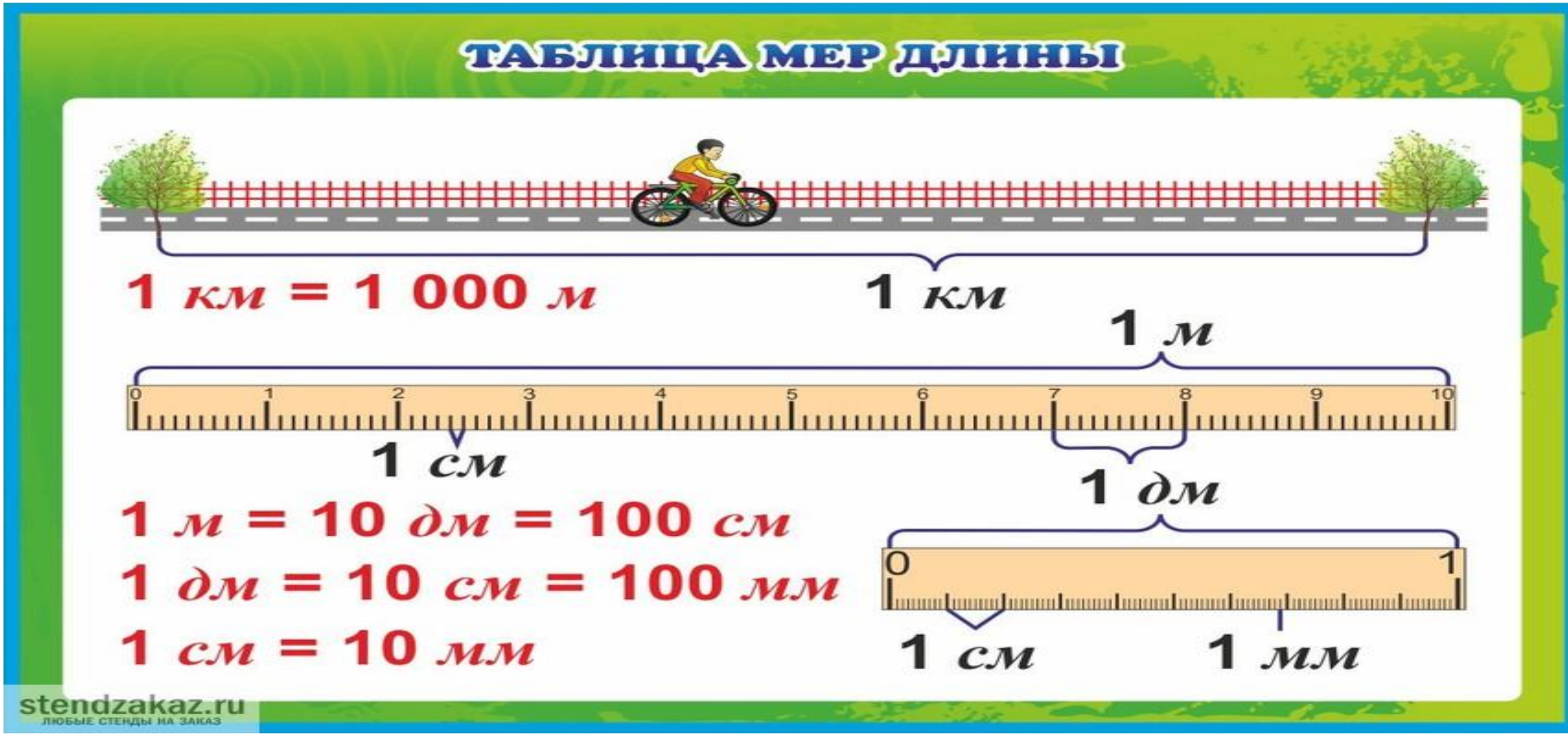


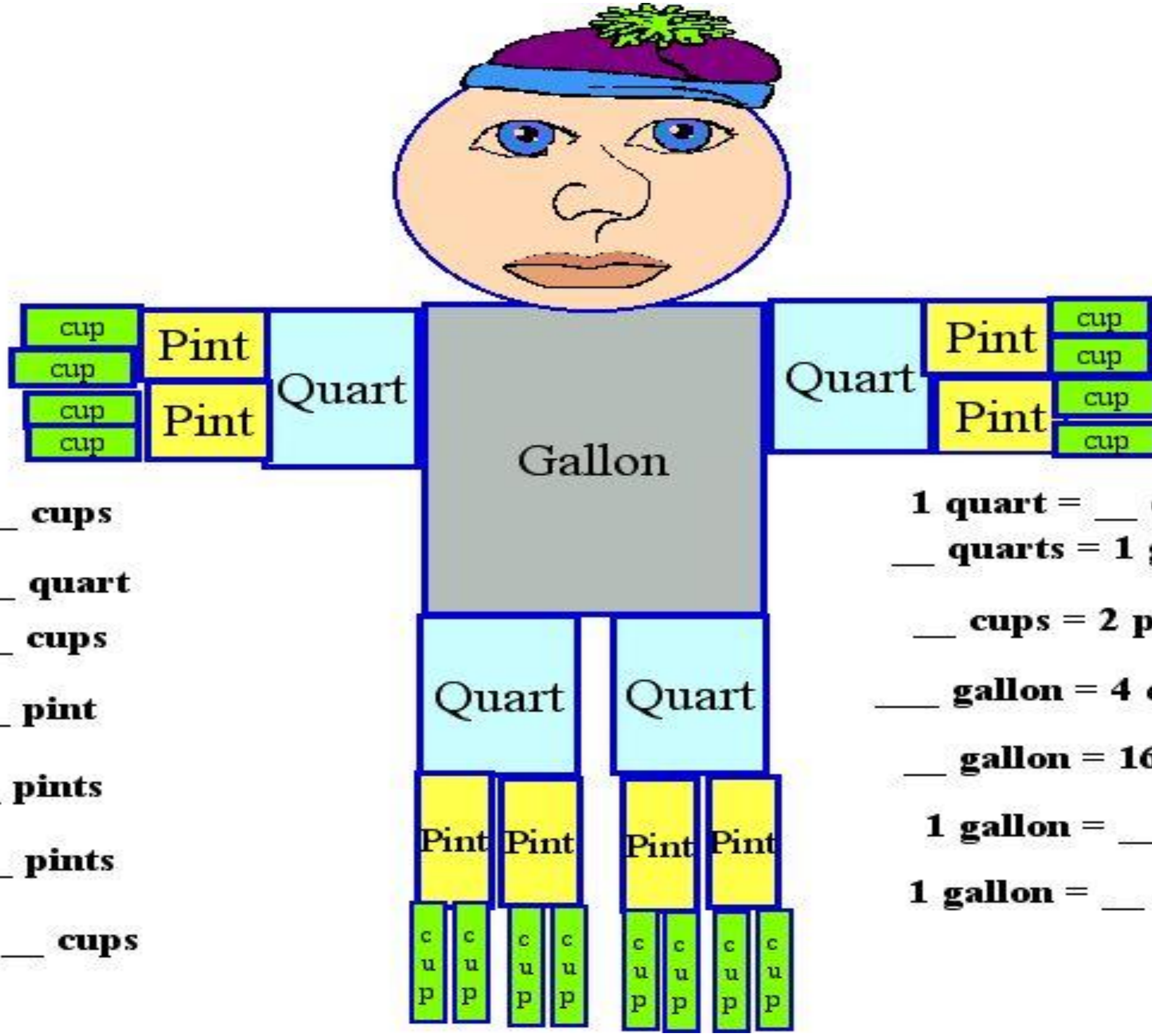
Таблица 1. **ДИНАМИКА ПРОИЗВОДСТВА АЛКОГОЛЬНЫХ НАПИТКОВ В 2009–2010 ГОДАХ**, млн дкл

ВИДЫ АЛКОГОЛЯ	2009 ГОД	2010 ГОД
Водка и ликеро-водочные изделия	113	108*
Водка	92	95,4
Коньяки	12,6	9
Вина	73,7	80,4
Вина виноградные и плодовые	54,3	58*
Вина шампанские и игристые	19,4	22,4

Источник: данные ФСГС, оценка AS Marketing.

* Оценка AS Marketing.

Галлон = 4,55 литра



1 pint = ____ cups

2 pints = ____ quart

2 pints = __ cups

2 cups = __ pint

4 cups = __ pints

1 quart = __ pints

1 gallon = __ cups

1 quart = __ cups

__ quarts = 1 gallon

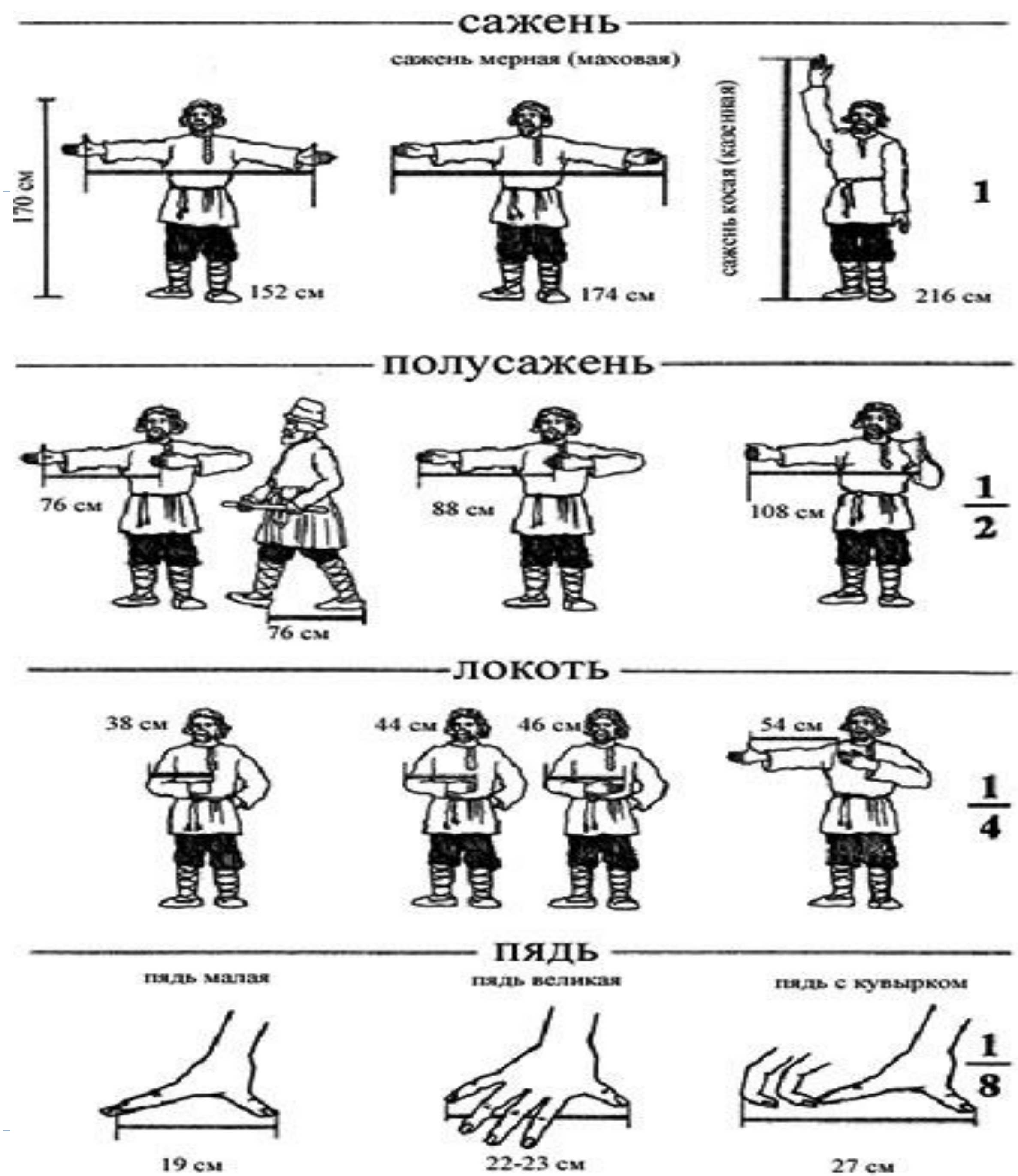
__ cups = 2 pints

____ gallon = 4 quarts

__ gallon = 16 cups

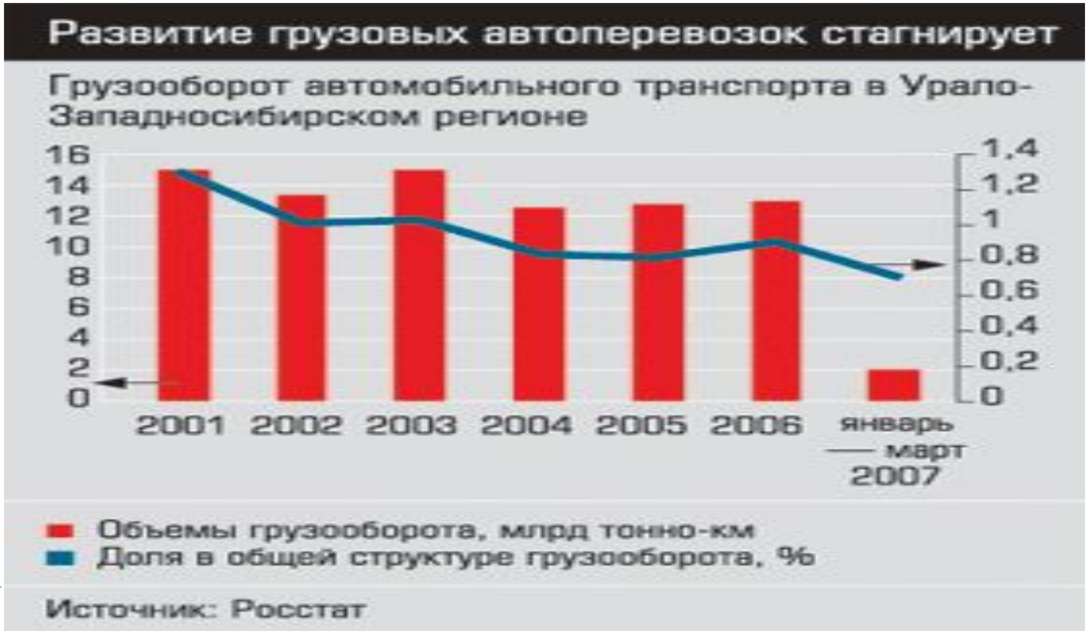
1 gallon = __ pints

1 gallon = __ quarts


сажень
сажень мерная (маховая)
170 см
152 см
174 см
сажень косая (косвенная)
216 см
1
полусажень
76 см
76 см
88 см
108 см
1/2
локоть
38 см
44 см
46 см
54 см
1/4
пядь
пядь малая
пядь великая
пядь с кувырком
19 см
22-23 см
27 см
1/8


1 ЛОШАДИНАЯ СИЛА =
75 КГ, ПОДНЯТЫЕ НА ВЫСОТУ 1 М,
ЗА 1 СЕКУНДУ
avtoberloga.ru

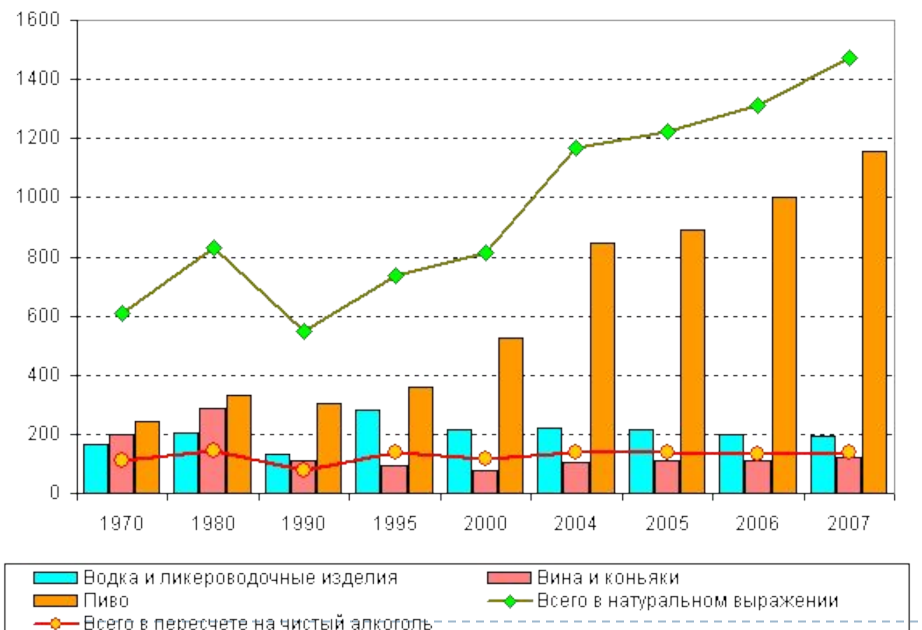
- ***сложные*** – представляют собой произведение двух простых единиц измерения (например, показатели грузооборота и пассажирооборота оцениваются соответственно в тонно-километрах и пассажиро-километрах, производственная мощность оборудования в станко-часах, производительность труда в человеко-часах и человеко-днях, производство электроэнергии измеряется в киловатт-часах и т.д.).



условно-натуральные измерители используются, когда какой-либо продукт имеет несколько разновидностей и общий объем можно определить только исходя из общего для всех потребительского свойства.

Например, мыло разных сортов переводят в условное мыло с 40%-м содержанием жирных кислот.

В консервной промышленности продукцию переводят в условные консервные банки массой 400 г, при этом 1000 усл. банок = 1 туб, 1 000 000 усл. банок = 1 муб.



Для измерения алкогольной продукции используют дал а/а – декалитры абсолютного алкоголя, т.е. спирта, практически не содержащего воды.

Для определения объема продукции в условно-натуральных единицах измерения ($Q_{УСЛ.\ НАТ.}$) следует объем продукции в натуральных единицах измерения ($Q_{нат}$) умножить на коэффициент пересчета ($K_{пересч}$):

$$Q_{УСЛ.НАТ.} = Q_{НАТ} * K_{ПЕРЕСЧ},$$

где коэффициент пересчета определяется отношением

$$K_{пересч} = \frac{Потребительское\_значение\_данного\_продукта}{Потребительское\_значение\_условного\_продукта}$$

Относительные показатели

Относительный показатель **– это обобщающий показатель, который представляет собой результат деления одного абсолютного показателя на другой и выражает соотношение между количественными характеристиками социально-экономических процессов и явлений:**

$$Относительный \cdot показатель = \frac{Абс. \cdot показатель \cdot 1}{Абс. \cdot показатель \cdot 2}$$

текущий/ сравниваемый показатель

основание / базисный / база сравнения

Относительные показатели могут выражаться в коэффициентах, процентах, промилле(0/00) , продецимилле (0/000) или быть именованными числами.

Если база сравнения принимается за 1, то относительный показатель выражается в коэффициентах, если база принимается за 100, 1000 или 10 000, то относительный показатель соответственно выражается в процентах, промилле и продецимилле.


Относительные величины
Динамики
Координации
Планового задания
Сравнения
Реализации плана
Интенсивности
Структуры

1. Относительный показатель планового задания

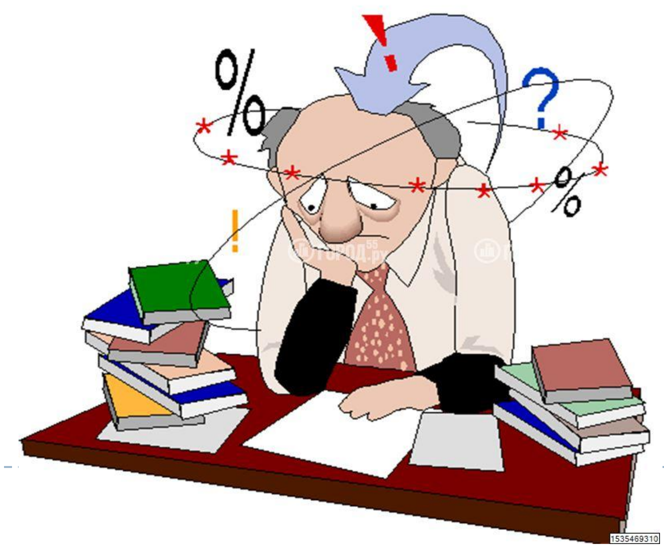
рассчитывается как отношение уровня, запланированного на будущий период ($y_{пл}$), к уровню, фактически сложившемуся в прошлом (y_0):

$$ОППЗ = \frac{y_{пл}}{y_0} \times 100\%$$

2. Относительный показатель реализации плана

определяется как отношение фактически достигнутого уровня в текущем периоде (y_1) к запланированному на этот же период ($y_{пл}$):

$$ОПРП = \frac{y_1}{y_{пл}} \times 100\%.$$



3. Относительный показатель динамики

представляет собой отношение текущего уровня исследуемого явления (y_1) к уровню этого же явления в прошлом (y_0):

$$ОПД = \frac{y_1}{y_0}$$

Между относительными показателями планового задания, реализации плана и динамики существует следующая взаимосвязь:

ОППЗ × ОПРП = ОПД

4. Относительная величина структуры

характеризует долю или удельный вес части совокупности в общем ее объеме:

$$OBC = \frac{f_i}{\sum f_i}$$

5. Относительная величина координации

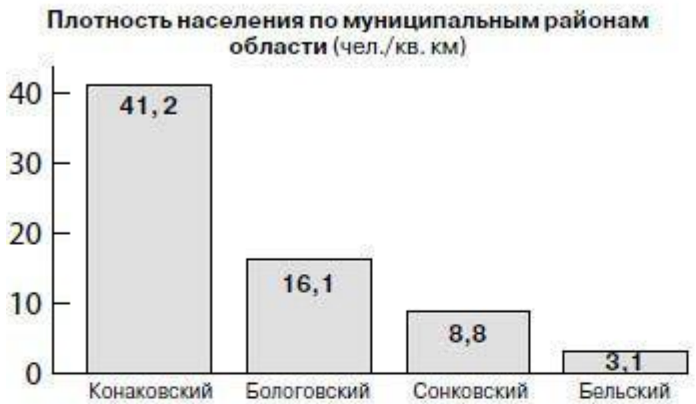
отражает соотношение отдельных частей целого между собой:

$$OBK = \frac{f_i^1}{f_i^2}$$

6. Относительный показатель интенсивности

всегда является именованной величиной и характеризует степень распространения изучаемого процесса или явления в присущей ему среде:

$$ОВИ = \frac{Показатель, характеризующий \cdot явление \cdot А}{Показатель, характеризующий \cdot среду \cdot распространения \cdot явления \cdot А}$$



7. Относительный показатель сравнения

представляет собой соотношение одноименных абсолютных показателей, характеризующих разные объекты, но относящиеся к одному и тому же моменту времени:

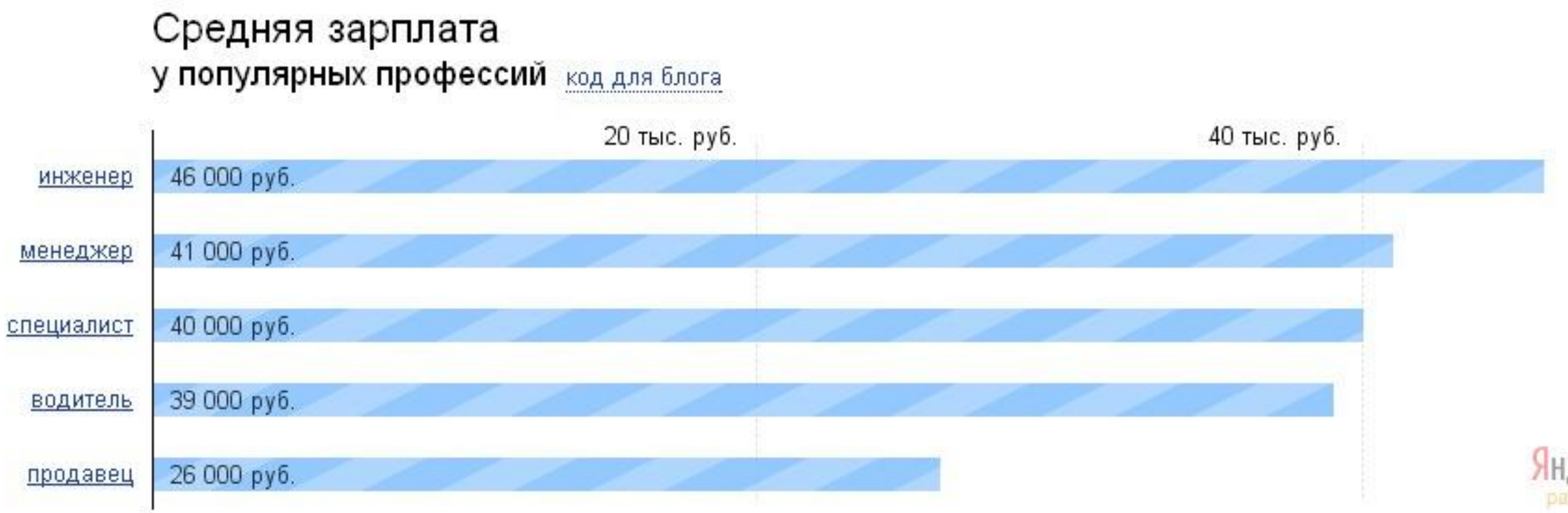
$$ОПСр = \frac{Показатель, характеризующий \cdot объект \cdot А}{Показатель, характезиующий \cdot объект \cdot Б}$$

Средние величины

Средняя величина **– это обобщающий показатель, характеризующий <u>типичный уровень</u> варьирующего признака в расчете на единицу однородной совокупности в конкретных условиях места и времени.**

Средняя величина является как бы абстрактной в том смысле, что среди индивидуальных значений признака может не встретится ни одного значения, равного по величине его среднему.

Средняя величина всегда ***именованная***, она имеет ту же единицу измерения, что и признак у отдельных единиц совокупности.



Средние величины

- ***Степенные***
  - гармоническая
  - геометрическая
  - арифметическая
  - квадратическая
  - кубическая
- ***Структурные***
  - мода
  - медиана
  - квартиль
  - квинтиль
  - дециль
  - перцентиль

Степенные средние

Степенные средние – это обобщающие показатели центра распределения исследуемых данных или центральной тенденции данных при нормальной форме распределения. Формулы расчета степенных средних имеют общий показатель степени m. В зависимости от того, какое значение принимает показатель степени в формулах расчета, различают несколько видов степенных средних.

Вид степенной средней	Показатель степени	Формула расчета	
		простая	взвешенная
Общий вид средней	m	$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum x^m}{n}}$	$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum x^m f}{\sum f}}$
Гармоническая	- 1	$\bar{X} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$	$\bar{X} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$,где $w = xf$
Геометрическая	0	$\bar{X} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} X_i} = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot \ldots \cdot X_n}$	$\bar{X} = \sqrt[\sum f]{\prod x^f}$
Арифметическая	1	$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$	$\bar{X} = \frac{\sum xf}{\sum f}$
Квадратическая	2	$\bar{X} = \pm\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$
Кубическая	3	$\bar{X} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3}{n}}$	$\bar{X} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3 f}{\sum f}}$

Простая средняя вычисляется по несгруппированным данным, а ***взвешенная средняя*** вычисляется по сгруппированным данным.

Правило мажорантности средних:

Если рассчитать все виды средних для одних и тех же исходных данных, то их значения окажутся неодинаковыми, т. к. чем больше показатель степени ***m***, тем больше средняя величина:

$$\overline{X}_{гарм} \leq \overline{X}_{геом} \leq \overline{X}_{арифм} \leq \overline{X}_{квадр} \leq \overline{X}_{куб}$$

Пример применения средней арифметической величины

Требуется найти среднюю выработку одного рабочего за смену в бригаде из 15 человек, если известно, сколько деталей изготовил каждый из них.

Выработка рабочих за смену в бригаде

№ рабочего	Выработка, шт	№ рабочего	Выработка, шт	№ рабочего	Выработка, шт
1	21	6	19	11	21
2	20	7	18	12	20
3	20	8	22	13	18
4	19	9	19	14	19
5	21	10	20	15	20

Так как данные не сгруппированы, то рассчитаем среднюю выработку по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{21+20+20+19+21+\ldots+18+19+20}{15} = \frac{297}{15} = 19{,}8$$

Теперь сгруппируем данные и рассчитаем среднюю выработку рабочего за смену по формуле средней арифметической взвешенной:

Ряд распределения рабочих по выработке деталей за смену

Выработка деталей за смену 1 рабочим, шт	Число рабочих
18	2
19	4
20	5
21	3
22	1
Всего	*15*

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{18 \cdot 2 + 19 \cdot 4 + 20 \cdot 5 + 21 \cdot 3 + 22 \cdot 1}{2 + 4 + 5 + 3 + 1} = 19{,}8$$

Пример применения средней гармонической величины

Средняя гармоническая простая применяется в тех случаях, когда требуется исчислить среднюю из величин, **обратно пропорциональных изучаемому явлению, т.е. из относительных величин.**

Пример. Изготовлено три детали. На изготовление первой детали рабочий тратит 2,3 чел.-часа, второй - 2,5 чел.-часа, третьей - 3,1 чел.-часа. Определить, каковы средние затраты времени на одну деталь (трудоемкость):

$$\bar{x}_{гар} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{1+1+1}{\frac{1}{2,3}+\frac{1}{2,5}+\frac{1}{3,1}} = 2,59 \textit{чел.} - \textit{час.}$$

Средняя гармоническая взвешенная применяется в тех случаях, когда известны варианты *(x)* и объемы признаков (w=xf), а частоты (*f*) не известны. Например, для определения средней заработной платы работников достаточно знать фонд заработной платы (w) и зарплату сотрудников разных категорий (x).

Основное применение геометрическая средняя находит при определении средних коэффициентов роста

Например, в результате инфляции за первый год цена товара возросла в 2 раза к предыдущему году, а за второй год еще в 3 раза к уровню предыдущего года. Арифметическая средняя здесь непригодна, ибо если за год цены возросли бы в (2+3)/2 = 2,5 раза, то за два года цена возросла бы в 2,5*2,5 = 6,25 раза. Геометрическая средняя дает правильный ответ:

$$\sqrt{2\cdot 3} = 2{,}45\,\text{раза.}$$

Структурные средние

Структурные средние применяются для изучения внутреннего строения и структуры рядов распределения значений признака. Они являются дополнительными характеристиками к степенным средним.

Наиболее распространенными среди них являются *мода* и *медиана*.

Модой ряда чисел называется число, наиболее часто встречающееся в данном ряду.

23, 18, 25, 20, 25, 25, 32, 37, 34, 26, 34, 25.

Мо = 25

47, 46, 50, 52, 47, 52, 49, 45, 43, 53.

Мо1 = 47, Мо2 = 52

69, 68, 66, 70, 67, 71, 74, 63, 73, 72.

Мода в данном ряду отсутствует.

В **интервальных рядах распределения** с равными интервалами мода определяется по формуле:

$$Mo = x_{Mo} + i \times \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})}$$

где x_{Mo} – начальное значение модального интервала;

i – величина модального интервала;

f_{Mo} – частота модального интервала;

f_{Mo-1} – частота интервала, предшествующего модальному;

f_{Mo+1} – частота интервала, следующего за модальным.

Медиана **– величина признака, которая делит упорядоченную последовательность его значений на две равные по численности части.**

Иначе можно сказать, что медиана — это серединное значение ранжированного вариационного ряда.

11, 13, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 19.

18, 20, 23, 25, 25, 25, 25, 26, 32, 34, 34, 37.

$$\frac{25+25}{2}=25$$

В ***дискретном вариационном ряду*** распределения определение медианы сводится к определению номера медианной единицы ряда по формуле:

$$N_{Me}=\frac{n+1}{2}$$

где ***n*** – число изучаемых единиц.

В ***интервальном вариационном*** ряду медиана определяется по формуле:

$$Me = x_{Me} + i \times \frac{\frac{1}{2} \times \sum f - S_{Me-1}}{f_{Me}}$$

где x_{Me} – начальное значение интервала, содержащего медиану;

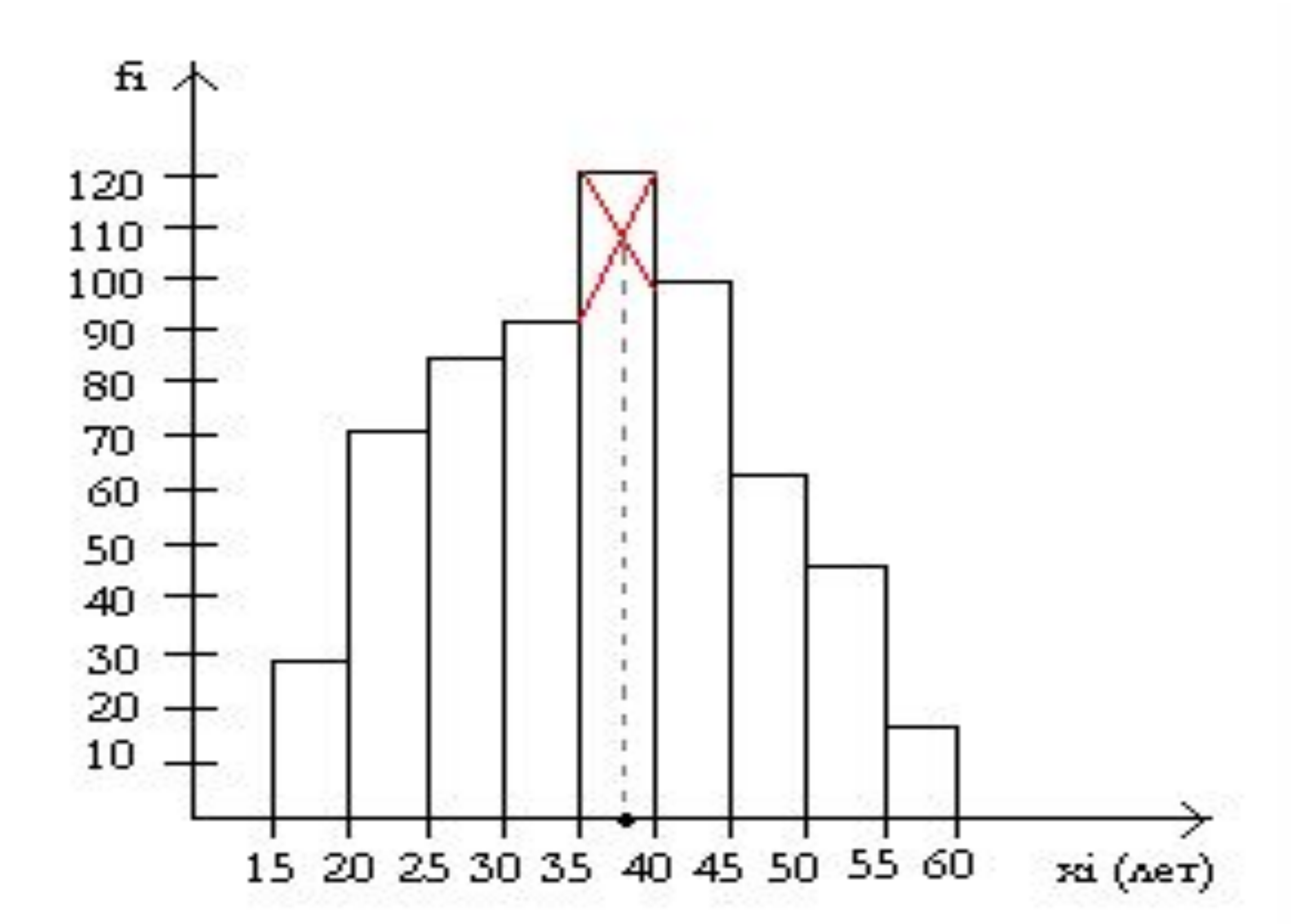
i – величина медианного интервала;

$\sum f$ – сумма частот ряда;

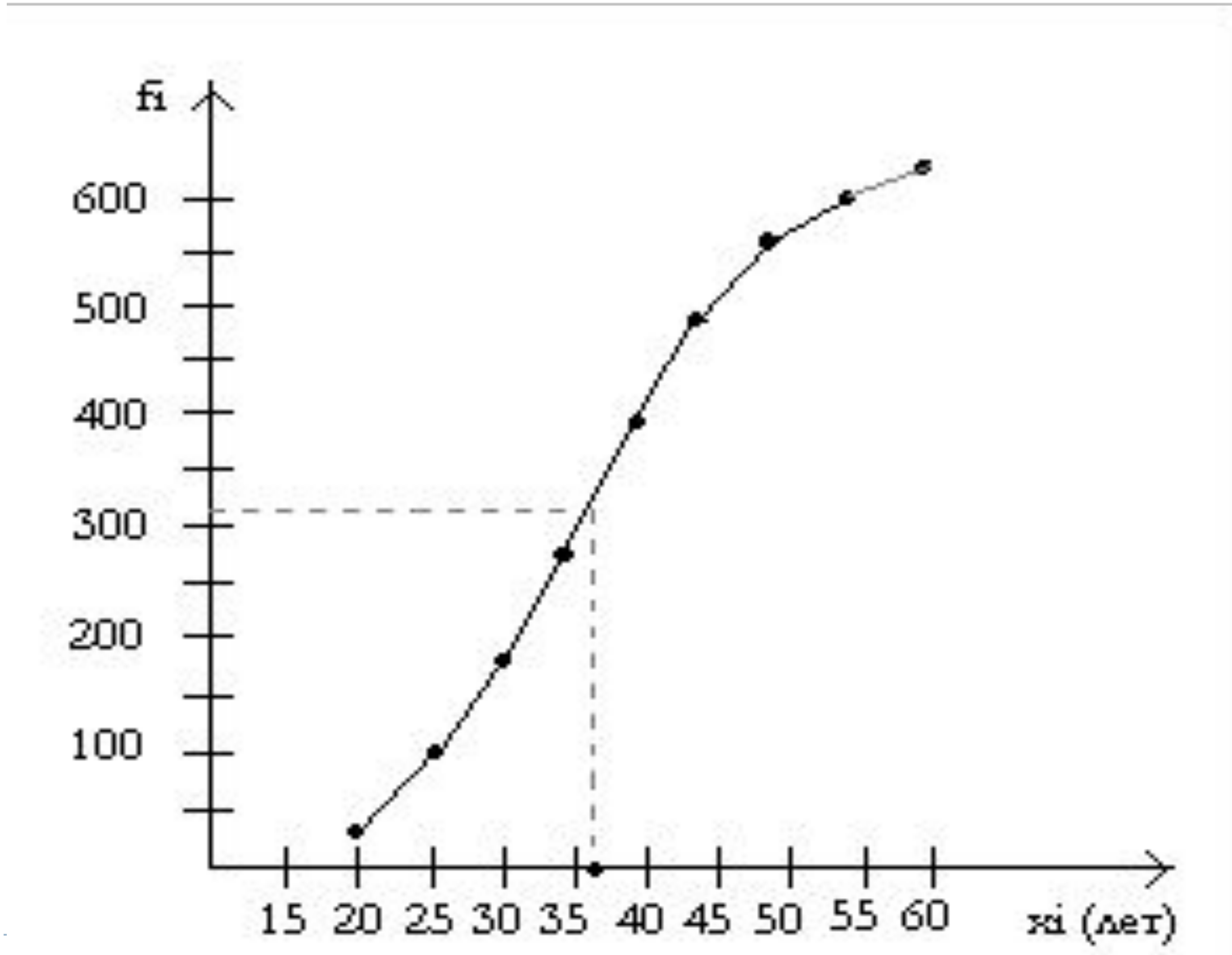
S_{Me-1} – сумма накопленных частот, предшествующих медианному интервалу;

f_{Me} – частота медианного интервала.

Графическое определение моды



Графическое изображение медианы



Правило определения формы распределения данных с помощью характеристик центральной тенденции ряда

- Если форма распределения **данных нормальная (симметричная),** то значения средней величины, медианы и моды равны между собой:

$$\bar{x} = Me = Mo$$

- Если распределение по форме **близко к нормальному закону** распределения, то медиана находится между модой и средней величиной, причем ближе к средней, чем к моде.

- Если имеет место **левосторонняя асимметрия**, то значение средней величины меньше моды, т.е. большая часть единиц совокупности имеет значение признака ниже модального:

$$\bar{x} < Me < Mo.$$

- Если имеет место **правосторонняя асимметрия**, то значение средней величины больше моды, т.е. большая часть единиц совокупности имеет значение признака выше модального:

$$\bar{x} > Me > Mo.$$

К структурным характеристикам исследуемой совокупности относятся также:

- **квартúли** (от лат. quata - четверть) - варианты, делящие совокупность на 4 равные части,
- **квинтúли** (от лат. quinque - пять) - варианты, делящие совокупность на 5 равных частей;
- **децúли** (от лат. decem - десять) - варианты, делящие совокупность на 10 частей,
- **перцентúли** (от англ. per cent – из расчета на сто) - варианты, делящие совокупность на 100 частей.

Формулы определения квартилей

Для первого и третьего квартиля формулы расчета следующие:

$$Q_1 = x_{Q_1} + i\frac{\frac{\sum f}{4} - S_{Q_1 - 1}}{f_{Q_1}} \qquad Q_3 = x_{Q_3} + i\frac{3\frac{\sum f}{4} - S_{Q_3 - 1}}{f_{Q_3}}.$$

Q_2 совпадает с Ме.

Формулы расчета децилей

$$d_1 = x_{d_1} + i\frac{\frac{\sum f}{10} - S_{d_1-1}}{f_{d_1}}$$

$$d_9 = x_{d_9} + i\frac{9\frac{\sum f}{10} - S_{d_9-1}}{f_{d_9}}$$

$$d_2 = x_{d_2} + i\frac{2\frac{\sum f}{10} - S_{d_2-1}}{f_{d_2}}$$